AÑO XIX
DE LA PUBLICACION.

REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS.

AÑO IX
DE LA SEGUNDA SÉRIE.

MADRID, 15 DE ABRIL DE 1871.

TOMO XIX. NÚM. 8.

ACCIDENTE DEL PUENTE DE GUARRIZAS.

Uno de los puentes llamados de Vilches (pues hay un gran número en las inmediaciones de esta poblacion que se conocen con el mismo nombre) ha sido teatro de una lamentable catástrofe. Un tren de mercancías descarriló dentro del puente, que tiene 50 metros de luz, y chocando la locomotora con las viguetas del piso, cortó várias de ellas por el punto de union con los cuchillos; en estos repetidos choques debió perder su velocidad, precipitándose por el hueco que formaron, y arrastrando detras á los furgones, los cuales en su caida completaron el destrozo, aserrando las viguetas de piso hasta el número de 17.

Los cuchillos han sufrido alguna deformacion lateral, pero ninguna flexion vertical apreciable, quedando en pié sobre sus apoyos.—No es, pues, exacta la version que se ha dado generalmente; el puente no se ha hundido en el sentido que debe entenderse esta calificacion, toda vez que ha quedado sobre sus apoyos toda la parte resistente; sólo se ha hundido una parte del piso, por haber sido arrancadas gran número de viguetas, precipitándose el tren por el hueco formado.

En este suceso hay que lamentar, desgraciadamente, la muerte de tres personas, habiendo quedado otras dos heridas.

Se ha confundido por muchos este puente con otro llamado el del Cañero, ántes de Vilches, que estuvo sirviendo largo tiempo como provisional y fué objeto de várias recomposiciones.—El que ha ocasionado esta desgracia es un puente distinto, construido por uno de los sistemas más usados en los de hierro, que nunca ha ofrecido temor alguno, ni dado ahora fundamento para tenerlo. Este puente fué construido por Ingenieros extranjeros.

Tomando pié de esta catástrofe, de la que, por dolorosa que sea, nos ofrecen numerosos ejemplos todos los ferro-carriles del mundo, el periódico *El Universal*, correspondiente al dia 13 del corriente, y *La Política* del 14, han publicado sueltos, en los cuales se da á entender que la sensible desgracia ocurrida es consecuencia de la ignorancia y descuido de los Ingenieros, haciendo solidarios en la responsabilidad del suceso á la Empresa y al Cuerpo de Caminos.

En este país, donde desgraciadamente todo se discute con pasion, y las más de las veces de todo se usa como arma política, no nos extrañan estos arranques, creyendo firmemente, no obstante, que si los periódicos aludidos tuviesen los datos y antecedentes necesarios, rectificarian su juicio y modificarian sus apreciaciones, haciendo al Cuerpo de Ingenieros la completa justicia que merece.

TERMODINAMICA.

(Continuacion.)

é integrando para los instantes 1, y 2,

$$\Sigma_1^2 \text{T. F int.} = f(x_2, y_2, z_2, x'_2, y'_2, z'_2 \ldots) - f(x_1, y_1, z_1, x'_1, y'_1, z'_1 \ldots),$$

ó abreviadamente

$$\Sigma_1^2 \text{T. F. int.} = f_2 - f_1.$$

Y sustituyendo este valor en la ecuacion general de las fuerzas vivas y de los trabajos

$$\Sigma \frac{m v_2^2}{2} - \Sigma \frac{m v_1^2}{2} = f_2 - f_1.$$

A fin de dar forma más sencilla al teorema que vamos á enunciar, representemos por Π $(x, y, z, x', y', z' \ldots)$ una funcion idéntica á f $(x, y, z, x', y', z' \ldots)$ pero de signo contrario: tendrémos

$$\Sigma \frac{m v_2^2}{2} - \Sigma \frac{m v_1^2}{2} = \Pi_1 - \Pi_2,$$

ó bien

$$\Sigma \frac{m v_2^2}{2} + \Pi_2 = \Sigma \frac{m v_1^2}{2} + \Pi_1$$

y como los instantes 1, 2, son cualesquiera, tendrémos en general

$$\Sigma \frac{m v_1^2}{2} + \Pi_1 = \Sigma \frac{m v_2^2}{2} + \Pi_2 = \Sigma \frac{m v_3^2}{2} + \Pi_3 = \Sigma \frac{m v_4^2}{2} + \Pi_4 = \ldots$$

es decir, que para cualquier instante del movimiento

$$\Sigma \frac{m v^2}{2} + \Pi = C = \text{constante}.$$

Podemos, pues, enunciar el siguiente importantísimo teorema:

TEOREMA. Cuando un sistema no está sometido á ninguna fuerza exterior, y su centro de gravedad está inmóvil, la suma de la fuerza viva total de dicho sistema en cualquier momento y de la funcion Π de las coordenadas queda constante.

108. OBSERVACIONES.—1.ª Hemos dicho que el centro de gravedad queda inmóvil, pero esto no obsta para que el sistema gire con velocidades finitas al rededor de dicho centro. Podrá haber, pues, en el sistema que nos ocupa velocidades y movimientos finitos, al mismo tiempo que movimientos oscilatorios, y la fuerza viva se refiere á los movimientos totales, sean cuales fueren sus componentes.

2.ª Los ejes á que se refieren las coordenadas que Π contiene son arbitrarios, pero fijos para todos los instantes.

109. *De la energía.*—Hemos establecido en los números precedentes

$$-\varphi(r) = \psi'(r), \quad \Sigma mm' \psi(r) = f, \quad \text{y} \quad \Pi = -f:$$

ahora bien, la funcion ψ y por lo tanto f y Π contienen cada una la constante arbitraria de la integracion de $\psi'(r)$, y de esta constante podrémos servirnos para dar sentido más claro y preciso al teorema precedente.

Recordemos que $d\,f\,(x, y, z, x', y', z' \ldots)$ es la suma de los trabajos elementales de las fuerzas internas, únicas del sistema, ó dicho abreviadamente el trabajo que actúa sobre el cuerpo en cada instante; pero en aquellas posiciones del sistema en las cuales este trabajo elemental es nulo, hay equilibrio, toda vez que trabajo elemental de una fuerza y momento virtual son una misma cosa, y que aquélla es la condicion de equilibrio segun la teoría de las velocidades virtuales; luégo siempre que

$$d\,f\,(x, y, z, x', y', z' \ldots) = 0$$

el sistema se hallará en equilibrio.

Por otra parte, $df = 0$ corresponde á un máximo ó á un mínimo de f; luégo podrémos decir que el sistema se hallará en equilibrio en aquellas posiciones para las que la funcion f sea un máximo ó un mínimo. De estas posiciones se sabe que las correspondientes al máximo son de equilibrio estable, y de equilibrio inestable las del mínimo; lo cual es ademas evidente, toda vez que en la proximidad del máximo $d\,f$ es negativa, lo cual significa que el trabajo elemental lo es, ó de otro modo, que tiende el sistema á volver á su posicion; y que lo contrario sucede en la proximidad del mínimo.

Escojamos el mayor de estos máximos, y puesto que f contiene una constante arbitraria, determinemos ésta de manera que dicho máximo sea igual á cero, en cuyo caso la funcion f será constantemente negativa, y $\Pi = -f$ constantemente positiva.

De aquí se deducen várias consecuencias:

1.ª Si el sistema parte de su posicion máxima de equilibrio estable, y llega á un estado cualquiera, el trabajo de las fuerzas interiores, únicas que actúan, será

$$f\,(x, y, z, x', y', z', \ldots\ldots) - 0,$$

y esta cantidad *negativa* indicará el trabajo que ha sido preciso consumir para sacar al cuerpo de su posicion de equilibrio y traerle al estado en que se halla.

2.ª Si, por el contrario, se deja al cuerpo volver á su posicion inicial de máxima estabilidad, las fuerzas interiores producirán un trabajo positivo

$$0 - f\,(x, y, z, x', y', z' \ldots\ldots) = \Pi\,(x, y, z, x', y', z' \ldots\ldots)$$

3.ª La cantidad Π representa el trabajo esencialmente positivo, que desarrollarian las fuerzas interiores del sistema si partiendo este de una posicion cualquiera volviese á la posicion de máxima estabilidad.

Así, pues, la ecuacion

$$\Sigma \frac{m v^2}{2} + \Pi = \text{constante},$$

significa que si en cualquier momento se suman, por una parte la fuerza viva actual del sistema, por otra el trabajo que podrian desarrollar las fuerzas internas hasta traer al cuerpo á su posicion de máxima estabilidad, esta suma es constante.

Las cantidades $\Sigma \frac{m v^2}{2}$ y Π se trasforman mutuamente, quedando su conjunto invariable; si Π disminuye, aumenta $\Sigma \frac{mv^2}{2}$; si Π aumenta, disminuye $\Sigma \frac{mv^2}{2}$. Π es, por decirlo así, un depósito latente de fuerza viva; lo que pierde $\Sigma \frac{mv^2}{2}$ se almacena en Π bajo forma potencial; lo que de Π se convierte en fuerza viva, disminuye de su potencia propia. Cuando Π fuese nulo, es decir, cuando el sistema se hallare en su posicion de máxima estabilidad, $\Sigma \frac{mv^2}{2}$ estaria en su máximo; no habria fuerza viva latente en el sistema, ni trabajo disponible; cuando, por el contrario, $\Sigma \frac{mv^2}{2}$ fuese nulo, alcanzaria Π su máximo, toda la fuerza viva se hallaria latente bajo la forma de trabajo disponible, y en estado, por decirlo así, de potencia.

Por estas razones se da á $\Sigma \frac{mv^2}{2}$ el nombre de fuerza viva ó energía actual, á Π el de trabajo potencial ó *energía potencial*, y al conjunto el de *energía total* del sistema.

Designando por V la energía actual; es decir, haciendo $\Sigma \frac{mv^2}{2} = V$;

designando análogamente por W la energía potencial; lo que equivale á escribir $\Pi = W$; y representando, por último, la *constante* por U; ó de otro modo, suponiendo que U designa la energía total, tendrémos que la relacion

$$\Sigma \frac{mv^2}{2} + \Pi = \text{constante}$$

equivale á esta

$$V + W = U.$$

Esta denominacion de energía es debida á Rankine, y tiene por objeto reunir en una sola idea dos nociones de cosas idénticas en el fondo, aunque distintas por la forma; á saber, la *fuerza* viva y el *trabajo*. Puesto que mutuamente se trasforman, y el trabajo se convierte en fuerza viva, y la fuerza viva en trabajo, claro es que tienen un fondo comun, que son realmente una misma cosa, y á este fondo comun da Rankine el nombre de *energía*. La energía es, pues, fuerza viva ó trabajo, presentándose indistintamente bajo una y otra forma; si es energía actual, es fuerza viva; si es energía potencial, es trabajo; es decir, fuerza viva, no en acto, sino en potencia.

En resúmen, V, W y U, son indistintamente fuerzas vivas, trabajos y energías, y las tres ideas coinciden en el fondo.

110. Un ejemplo hará que se comprenda mejor lo que precede.

Fig.ª 16

Consideremos un sistema formado por dos moléculas *a*, *b*, de masas *m*, *m'* (fig. 16), y sometidas á su mutua accion, que supondrémos (n.º **100**) de la forma

$$\frac{mm'a}{r^2}\left[1-\left(\frac{r_0}{r}\right)^p\right]:$$

claro es que á la distancia $ab = r_0$ las dos moléculas estarán en equilibrio.

Supongamos que se separan por dos fuerzas iguales y contrarias (y claro es que el centro de gravedad no variará) hasta que *a* llegue á *a'* y *b* á *b'*, abandonándolas en esta posicion sin velocidad inicial.

Para separar á *m* y *m'* de sus posiciones de equilibrio y traerlas á las posiciones *a'*, *b'*, ha sido necesario desarrollar un cierto trabajo T á lo largo de los caminos *aa'* y *bb'*; en una palabra, consumir una cierta energía U=T; energía inicial, que se conservará eternamente sin anularse, siquiera, como verémos, se trasforme de contínuo.

U es, pues, la energía total, la comunicada inicialmente á un sistema por su naturaleza inerte, la que ha dado vida y movimiento al conjunto de las dos moléculas; en una palabra, la constante del segundo miembro en la ecuacion,

$$\Sigma \frac{mv^2}{2} + \Pi = C;$$

ó en la

$$V + W = U.$$

Cuando las moléculas *m*, *m'* ocupan las posiciones *a'*, *b'*, la fuerza viva es nula; así $\Sigma \frac{mv^2}{2} = o$; ó de otro modo es nula la energía actual, así

$$V = o.$$

En cambio, Π, ó sea el trabajo disponible, ó la energía potencial, está en su máximo:

$$\Pi = W = U = \textit{energía inicial comunicada al sistema}.$$

La ecuacion de las energías tomará la forma

$$o + W = U.$$

En una posicion cualquiera del sistema a'' b'', las moléculas tienen ya cierta fuerza viva, toda la que han adquirido de a' á a'' y de b' á b''; y en cambio la energía potencial ó trabajo disponible W ha disminuido desde U al valor que corresponde á las distancias aa'' y bb''; pero la energía V correspondiente, á a' a'' y b' b'' aumentada á la energía potencial W, reconstituye la energía comunicada y constante U.

Ésta se ha trasformado, pues: una parte es fuerza viva, y otra queda en forma de trabajo disponible; pero ni la más pequeña parte de ella se ha perdido, é íntegra se halla en el sistema como en el instante inicial.

Por último, cuando las moléculas m y m' vuelven á sus posiciones de equilibrio a, b, toda la energía potencial habrá desaparecido, toda estará convertida en fuerza viva ó en energía actual, y la ecuacion tomará la forma

$$V + o = U.$$

El trabajo disponible es nulo, U ha desaparecido al parecer, pero íntegro se encuentra en la fuerza viva del sistema, como energía actual. La potencia es ya un acto, el trabajo una fuerza viva.

Consideraciones análogas podriamos hacer si trasladásemos a y b á a''' y b'''.

111. Si suponemos en equilibrio toda la materia que forma el universo bajo sus mutuas acciones, y admitimos que este equilibrio se turba de algun modo, separando todos ó una parte de los puntos materiales de su posicion de equilibrio, y que despues se abandonan á sus acciones internas, este trabajo perturbador del equilibrio eterno y de la eterna inmovilidad, esta energía total U, comunicada al sistema por una fuerza suprema, se habrá conservado íntegra en todas las trasformaciones sucesivas, pasando alternativamente de fuerza viva á trabajo disponible, de energía actual á energía potencial. y recíprocamente; pero inalterable en su totalidad indestructible.

Notemos, sin embargo, que no bastan la materia y las fuerzas internas para explicar el cosmos, sino que es preciso añadir á estos elementos uno más: *energía* inicial depositada en el sistema, que lo separe de su estado de equilibrio.

112. *Diversas clases de movimientos.*—En un sistema de puntos materiales debemos distinguir dos clases de movimientos áun en el caso que venimos examinando de que permanezca invariable su centro de gravedad; á saber, los movimientos finitos y los infinitamente pequeños ó movimientos vibratorios, y conviene ver cómo influyen unos y otros en las fuerzas vivas, en los trabajos y en las energías de dicho sistema.

Todo punto dotado de movimiento vibratorio se mueve en un tiempo infinitamente pequeño θ al rededor de una posicion media, y podemos descomponer el movimiento total en dos: movimiento finito del punto medio y vibratorio al rededor de éste, referido como movimiento relativo á ejes que conservándose paralelos á los fijos, pasen constantemente por dicho punto medio.

Consideremos separadamente ambos movimientos, determinemos sus fuerzas vivas, y veamos despues de qué manera entran éstos en la fuerza viva del movimiento total.

113. *Fuerza viva ó energía del movimiento finito.*—Si un punto solo obedece á movimientos finitos, su fuerza viva en cualquier instante tiene la forma ya conocida

$$\frac{m v^2}{2} \text{ ó bien } \frac{m}{2}\left[\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}\right)^2\right].$$

114. *Fuerza viva del movimiento vibratorio.*—Supongamos que en un sistema solo existen movimientos vibratorios, y sean x, y, z, las coordenadas medias de un punto, y $x+\xi$, $y+\eta$, $z+\zeta$ las del punto que vibra; es decir, que x, y, z, serán constantes é independientes de t, y que, por el contrario, ξ, η, ζ variarán con el tiempo.

Tendrémos evidentemente

$$v^2=\left[\frac{d(x+\xi)}{dt}\right]^2+\left[\frac{d(y+\eta)}{dt}\right]^2+\left[\frac{d(z+\zeta)}{dt}\right]^2$$

y siendo x, y, z, constantes

$$v^2=\left(\frac{d\xi}{dt}\right)^2+\left(\frac{d\eta}{dt}\right)^2+\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)^2.$$

A fin de simplificar, examinemos sucesivamente, primero el caso en que el movimiento vibratorio sea sencillo, y despues el caso en que sea compuesto.

Si es sencillo, se sabe que las ecuaciones del movimiento serán de la fuerza

$$\xi = A \cos.\left(\frac{2\pi t}{T}+\alpha\right);$$

$$\eta = B \cos.\left(\frac{2\pi t}{T}+\beta\right);$$

$$\zeta = C \cos.\left(\frac{2\pi t}{T}+\gamma\right).$$

siendo T la duracion del período.

De aquí se deduce

$$\frac{d\xi}{dt} = -\frac{2\pi A}{T} \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi t}{T} + \alpha\right);$$

$$\frac{d\eta}{dt} = -\frac{2\pi B}{T} \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi t}{T} + \beta\right);$$

$$\frac{d\zeta}{dt} = -\frac{2\pi C}{T} \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi t}{T} + \gamma\right);$$

y por lo tanto

$$v^2 = \frac{4\pi^2}{T^2}\left[A^2 \operatorname{sen}^2\left(\frac{2\pi t}{T} + \alpha\right) + B^2 \operatorname{sen}^2\left(\frac{2\pi t}{T} + \beta\right) + C^2 \operatorname{sen}^2\left(\frac{2\pi t}{T} + \gamma\right)\right];$$

y empleando la fórmula

$$\operatorname{sen}^2 a = \frac{1}{2}(1 - \cos 2a),$$

$$v^2 = \frac{2\pi^2}{T^2}\left[A^2 + B^2 + C^2 - A^2 \cos\left(\frac{4\pi t}{T} + 2\alpha\right) - B^2 \cos\left(\frac{4\pi t}{T} + 2\beta\right) - C^2 \cos\left(\frac{4\pi t}{T} + 2\gamma\right)\right].$$

La fuerza viva en un instante cualquiera será $\frac{mv^2}{2}$, y si dividimos T en n intervalos infinitamente pequeños θ, los diversos valores de la fuerza viva serán

$$\frac{mv_1^2}{2},\ \frac{mv_2^2}{2},\ \frac{mv_3^2}{2},\ \frac{mv_4^2}{2} \ldots\ldots \frac{mv_n^2}{2}$$

y su valor medio en un período T

$$\frac{\frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv_3^2}{2} + \ldots\ldots \frac{mv_n^2}{2}}{n}$$

y multiplicando numerador y denominador por θ

$$\frac{\frac{mv_1^2}{2}\theta + \frac{mv_2^2}{2}\theta + \frac{mv_3^2}{2}\theta + \ldots\ldots \frac{mv_n^2}{2}\theta}{n\theta} = \frac{\Sigma \frac{mv^2}{2}\theta}{n\theta}$$

pero si n aumenta, θ disminuye, y pasando al límite, tendrémos

$$\text{valor medio de la fuerza viva en T} = \frac{\int_0^T \frac{mv^2}{2} dt}{T};$$

y sustituyendo por v^2 su valor:

$$\text{valor medio fuerza viva} =$$

$$\frac{m}{2T}\int_0^T v^2 dt = \frac{m}{2T}\int_0^T \frac{2\pi^2}{T^2}\left[A^2 + B^2 + C^2 - A^2 \cos\left(\frac{4\pi t}{T} + 2\alpha\right) - B^2 \cos\left(\frac{4\pi t}{T} + 2\beta\right) - C^2 \cos\left(\frac{4\pi t}{T} + 2\gamma\right)\right] dt;$$

$$\text{valor medio fuerza viva} =$$

$$\frac{m\pi^2}{T^2}(A^2 + B^2 + C^2) - \frac{m\pi^2}{T^3}\int_0^T \left(A^2 \cos\left(\frac{4\pi t}{T} + 2\alpha\right) + B^2 \cos\left(\frac{4\pi t}{T} + 2\beta\right) + C^2 \cos\left(\frac{4\pi t}{T} + 2\gamma\right)\right) dt,$$

y como cada una de las tres últimas integrales es evidentemente nula, pues se tiene por ejemplo

$$\int_0^T \cos\left(\frac{4\pi t}{T} + 2\alpha\right) dt = \frac{T}{4\pi}\left[\operatorname{sen}\left(\frac{4\pi t}{T} + 2\alpha\right)\right]_0^T = \frac{T}{4\pi}(\operatorname{sen}(4\pi + 2\alpha) - \operatorname{sen} 2\alpha) = o,$$

tendremos por último,

$$\text{valor medio de la fuerza viva en el tiempo T} = m\pi^2 \frac{A^2 + B^2 + C^2}{T^2}$$

y para todo el sistema

$$\Sigma m\pi^2 \frac{A^2 + B^2 + C^2}{T}$$

extendiéndose Σ á todos los puntos materiales en vibracion.

(*Se continuará.*)

J. Echegaray.