te indicada, y admitamos que las fuerzas aplicadas sobre él se hacen equilibrio. Es evidente que éste no se alterará, si elegimos en el espacio tres puntos fijos y los unimos al sistema por medio de pirámides que tengan sus vértices en los puntos de éste y sus bases en el triángulo formado por aquéllos. Siendo $h$ el número de puntos que forman el sistema, las aristas de los tetraedros serán $3h$, unidas con las coordenadas primitivas por las ecuaciones siguientes:

$$m = \sqrt{(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 + (z-\gamma)^2}$$
$$n = \sqrt{(x'-\alpha)^2 + (y'-\beta)^2 + (z'-\gamma)^2}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

su número de $3h$.

Si entre estas ecuaciones y las primeras de condicion eliminamos las coordenadas del sistema, las expresiones de enlace serán funciones de las distancias de los puntos del sistema á los fijos, y como el conjunto de cuerpos que se consideran están en equilibrio, la cuestion entra en el caso general sin modificacion, y por lo tanto las componentes de las fuerzas que se hacen equilibrio sobre el sistema tendrán la forma general anteriormente encontrada. Con esto queda, pues, demostrado que las expresiones encerradas en los paréntesis de la ecuacion 3.ª son lo que habiamos enunciado.

Llamemos, pues, X, Y, Z... etc., á estas cantidades, y la ecuacion 3.ª se trasformará en

$$X\frac{dx}{dt} + Y\frac{dy}{dt} + \ldots\ldots = 0; \quad (\alpha)$$

llamemos, por último, P á las resultantes de X, Y y Z, y se tendrá evidentemente

$$X\frac{dx}{dt} + Y\frac{dy}{dt} + Z\frac{dz}{dt} = P\frac{ds}{dt}\cos Ps$$

Como se comprueba fácilmente dividiendo los dos miembros de la expresion anterior por $P\frac{ds}{dt}$

Introduciendo esta condicion en la ecuacion $\alpha$ se trasforma finalmente en

$$P\frac{ds}{dt}\cos Ps + p'\frac{ds'}{dt}\cos P's \ldots\ldots = 0$$

que demuestra nuestro teorema.

Colorario. Si llamamos $\frac{ds}{dt}\cos Ps = \frac{\delta p}{dt}$; $\frac{ds'}{dt}\cos P's = \frac{\delta p'}{dt}$..., etc., la ecuacion anterior se traforma en

$$P\frac{\delta p}{dt} + P'\frac{\delta p'}{dt} \ldots\ldots = 0,$$

y si ahora multiplicamos ambos miembros por $dt$, con objeto de sustituir á las velocidades proyectadas espacios recorridos en tiempos infinitamente pequeños, se tendrá

$$P\,\delta p + P'\,\delta p' \ldots = 0;$$

fórmula que la podemos traducir de la manera siguiente:

Si un cierto número de cuerpos que forman un sistema se mueven en el espacio, de tal manera que los caminos recorridos por ellos no alteran sus recíprocos enlaces, la suma de los productos de las fuerzas que en un instante dado se harian equilibrio sobre el sistema, por los espacios recorridos por los cuerpos en un tiempo infinitamente pequeño, proyectados sobre las direcciones de las fuerzas, es igual á cero.

Corolario segundo. Este teorema se puede aplicar lo mismo á los sistemas en equilibrio que á aquellos que están en movimiento, suponiendo en los primeros que la posicion que se considera es aquella con quien coincide el sistema que primitivamente estaba en movimiento en un instante dado.

E. DE ECHEGARAY.

---

# TABLAS

## DE EQUIVALENCIAS DE GRADOS Y MINUTOS

### CENTESIMALES A SEXAGESIMALES Y VICE-VERSA.

Á LOS SRES. INGENIEROS Y AYUDANTES DE CAMINOS, MINAS Y AGRÓNOMOS.

La division dada á los limbos de los instrumentos topográficos modernos en grados centesimales, y la necesaria aplicacion de problemas y operaciones calculadas ya para el sistema de grados sexagesimales, así como el empleo simultáneo de instrumentos que tengan las dos clases de divisiones, hacen necesario el uso de estas tablas, evitándose en cada caso la operacion de buscar la equivalencia, que ocupa un tiempo siempre precioso para los que se dedican á esta clase de trabajos.

Para evitar esta pérdida de tiempo he calculado estas facilísimas tablas, cuyo mérito es sólo el buen deseo de que sean útiles á aquellos á quienes las dedico.

JOSÉ ANTONIO CORRAL.

## Equivalencia exacta.

*Centésimas de grado centesimal á minutos, segundos y terceros sexagesimales.*

| Centésimas. | Minutos. | Segundos. | Terceros. |
|---|---|---|---|
| 0,01 | 0 | 32 | 24 |
| 0,02 | 1 | 4 | 48 |
| 0,03 | 1 | 37 | 12 |
| 0,04 | 2 | 9 | 36 |
| 0,05 | 2 | 42 | 00 |
| 0,06 | 3 | 14 | 24 |
| 0,07 | 3 | 46 | 48 |
| 0,08 | 4 | 19 | 12 |
| 0,09 | 4 | 51 | 36 |
| 0,10 | 5 | 24 | 00 |
| 0,11 | 5 | 56 | 24 |
| 0,12 | 6 | 28 | 48 |
| 0,13 | 7 | 1 | 12 |
| 0,14 | 7 | 33 | 36 |
| 0,15 | 8 | 6 | 00 |
| 0,16 | 8 | 38 | 24 |
| 0,17 | 9 | 10 | 48 |
| 0,18 | 9 | 43 | 12 |
| 0,19 | 10 | 15 | 36 |
| 0,20 | 10 | 48 | 00 |
| 0,21 | 11 | 20 | 24 |
| 0,22 | 11 | 52 | 48 |
| 0,23 | 12 | 25 | 12 |
| 0,24 | 12 | 57 | 36 |
| 0,25 | 13 | 30 | 00 |
| 0,26 | 14 | 2 | 24 |
| 0,27 | 14 | 34 | 48 |
| 0,28 | 15 | 7 | 12 |
| 0,29 | 15 | 39 | 36 |
| 0,30 | 16 | 12 | 00 |
| 0,31 | 16 | 44 | 24 |
| 0,32 | 17 | 16 | 48 |
| 0,33 | 17 | 49 | 12 |
| 0,34 | 18 | 21 | 36 |
| 0,35 | 18 | 54 | 00 |
| 0,36 | 19 | 26 | 24 |
| 0,37 | 19 | 58 | 48 |
| 0,38 | 20 | 31 | 12 |
| 0,39 | 21 | 3 | 36 |
| 0,40 | 21 | 36 | 00 |
| 0,41 | 22 | 8 | 24 |
| 0,42 | 22 | 40 | 48 |
| 0,43 | 23 | 13 | 12 |
| 0,44 | 23 | 45 | 36 |
| 0,45 | 24 | 18 | 00 |
| 0,46 | 24 | 50 | 24 |
| 0,47 | 25 | 22 | 48 |
| 0,48 | 25 | 55 | 12 |
| 0,49 | 26 | 27 | 36 |
| 0,50 | 27 | 00 | 00 |
| 0,51 | 27 | 32 | 24 |
| 0,52 | 28 | 4 | 48 |
| 0,53 | 28 | 37 | 12 |
| 0,54 | 29 | 9 | 36 |
| 0,55 | 29 | 42 | 00 |
| 0,56 | 30 | 14 | 24 |
| 0,57 | 30 | 46 | 48 |
| 0,58 | 31 | 19 | 12 |
| 0,59 | 31 | 51 | 36 |
| 0,60 | 32 | 24 | 00 |
| 0,61 | 32 | 56 | 24 |
| 0,62 | 33 | 28 | 48 |
| 0,63 | 34 | 1 | 12 |
| 0,64 | 34 | 33 | 36 |
| 0,65 | 35 | 6 | 00 |
| 0,66 | 35 | 38 | 24 |
| 0,67 | 36 | 10 | 48 |
| 0,68 | 36 | 43 | 12 |
| 0,69 | 37 | 15 | 36 |
| 0,70 | 37 | 48 | 00 |
| 0,71 | 38 | 20 | 24 |
| 0,72 | 38 | 52 | 48 |
| 0,73 | 39 | 25 | 12 |
| 0,74 | 39 | 57 | 36 |
| 0,75 | 40 | 30 | 00 |
| 0,76 | 41 | 2 | 24 |
| 0,77 | 41 | 34 | 48 |
| 0,78 | 42 | 7 | 12 |
| 0,79 | 42 | 39 | 36 |
| 0,80 | 43 | 12 | 00 |
| 0,81 | 43 | 44 | 24 |
| 0,82 | 44 | 16 | 48 |
| 0,83 | 44 | 49 | 12 |
| 0,84 | 45 | 21 | 36 |
| 0,85 | 45 | 54 | 00 |
| 0,86 | 46 | 26 | 24 |
| 0,87 | 46 | 58 | 48 |
| 0,88 | 47 | 31 | 12 |
| 0,89 | 48 | 3 | 36 |
| 0,90 | 48 | 36 | 00 |
| 0,91 | 49 | 8 | 24 |
| 0,92 | 49 | 40 | 48 |
| 0,93 | 50 | 13 | 12 |
| 0,94 | 50 | 45 | 36 |
| 0,95 | 51 | 18 | 00 |
| 0,96 | 51 | 50 | 24 |
| 0,97 | 52 | 22 | 48 |
| 0,98 | 52 | 55 | 12 |
| 0,99 | 53 | 27 | 36 |
| 1,00 | 54 | 00 | 00 |

## Equivalencia exacta.

*Grados centesimales á grados y minutos sexagesimales.*

| CENTESIMALES. | SEXAGESIMALES. | |
|---|---|---|
| Grados. | Grados. | Minutos. |
| 1 | 0 | 54 |
| 2 | 1 | 48 |
| 3 | 2 | 42 |
| 4 | 3 | 36 |
| 5 | 4 | 30 |
| 6 | 5 | 24 |
| 7 | 6 | 18 |
| 8 | 7 | 12 |
| 9 | 8 | 6 |
| 10 | 9 | 0 |
| 11 | 9 | 54 |
| 12 | 10 | 48 |
| 13 | 11 | 42 |
| 14 | 12 | 36 |
| 15 | 13 | 30 |
| 16 | 14 | 24 |
| 17 | 15 | 18 |
| 18 | 16 | 12 |
| 19 | 17 | 6 |
| 20 | 18 | 0 |
| 21 | 18 | 54 |
| 22 | 19 | 48 |
| 23 | 20 | 42 |
| 24 | 21 | 36 |
| 25 | 22 | 30 |
| 26 | 23 | 24 |
| 27 | 24 | 18 |
| 28 | 25 | 12 |

| CENTESIMALES. Grados. | SEXAGESIMALES. Grados. | Minutos. |
|---|---|---|
| 29 | 26 | 6 |
| 30 | 27 | 0 |
| 31 | 27 | 54 |
| 32 | 28 | 48 |
| 33 | 29 | 42 |
| 34 | 30 | 36 |
| 35 | 31 | 30 |
| 36 | 32 | 24 |
| 37 | 33 | 18 |
| 38 | 34 | 12 |
| 39 | 35 | 6 |
| 40 | 36 | 0 |
| 41 | 36 | 54 |
| 42 | 37 | 48 |
| 43 | 38 | 42 |
| 44 | 39 | 36 |
| 45 | 40 | 30 |
| 46 | 41 | 24 |
| 47 | 42 | 18 |
| 48 | 43 | 12 |
| 49 | 44 | 6 |
| 50 | 45 | 0 |
| 51 | 45 | 54 |
| 52 | 46 | 48 |
| 53 | 47 | 42 |
| 54 | 48 | 36 |
| 55 | 49 | 30 |
| 56 | 50 | 24 |
| 57 | 51 | 18 |
| 58 | 52 | 12 |
| 59 | 53 | 6 |
| 60 | 54 | 0 |
| 61 | 54 | 54 |
| 62 | 55 | 48 |
| 63 | 56 | 42 |
| 64 | 57 | 36 |
| 65 | 58 | 30 |
| 66 | 59 | 24 |
| 67 | 60 | 18 |
| 68 | 61 | 12 |
| 69 | 62 | 6 |
| 70 | 63 | 0 |
| 71 | 63 | 54 |
| 72 | 64 | 48 |
| 73 | 65 | 42 |
| 74 | 66 | 36 |
| 75 | 67 | 30 |
| 76 | 68 | 24 |
| 77 | 69 | 18 |
| 78 | 70 | 12 |
| 79 | 71 | 6 |
| 80 | 72 | 0 |
| 81 | 72 | 54 |
| 82 | 73 | 48 |
| 83 | 74 | 42 |
| 84 | 75 | 36 |
| 85 | 76 | 30 |
| 86 | 77 | 24 |
| 87 | 78 | 18 |
| 88 | 79 | 12 |
| 89 | 80 | 6 |
| 90 | 81 | 0 |
| 91 | 81 | 54 |
| 92 | 82 | 48 |
| 93 | 83 | 42 |
| 94 | 84 | 36 |
| 95 | 85 | 30 |
| 96 | 86 | 24 |
| 97 | 87 | 18 |
| 98 | 88 | 12 |
| 99 | 89 | 6 |
| 100 | 90 | 0 |

**Equivalencia aproximada hasta diez millonésimas de segundos sexagesimales á grados centesimales.**

*Segundos á grados centesimales.*

| Segundos. | Grados centesimales. |
|---|---|
| 1 | 0,00030864197530S |
| 2 | 0,00061728395061 7 |
| 4 | 0,00123456790123 4 |
| 6 | 0,00185185185185 |
| 8 | 0,0024691 |
| 10 | 0,0030864 |
| 12 | 0,0037036 |
| 14 | 0,0043209 |
| 16 | 0,0049382 |
| 18 | 0,0055555 |
| 20 | 0,0061728 |
| 22 | 0,0067900 |
| 24 | 0,0074073 |
| 26 | 0.0080246 |
| 28 | 0,0086419 |
| 30 | 0,0092592 |
| 32 | 0,0098765 |
| 34 | 0,0104938 |
| 36 | 0,0111111 |
| 38 | 0,0117283 |
| 40 | 0,0123456 |
| 42 | 0,0129626 |
| 44 | 0,0135802 |
| 46 | 0,0141975 |
| 48 | 0,0148148 |
| 50 | 0,0154320 |
| 52 | 0,0160493 |
| 54 | 0,0166666 |
| 56 | 0,0172839 |
| 58 | 0,0179012 |
| 60=1′ | 0,0185185 |

**Equivalencia aproximada al infinito, de minutos sexagesimales á grados centesimales.**

| Minutos. | Grados centesimales. |
|---|---|
| 1 | 0,0185185185185 |
| 2 | 0,0370370 |
| 3 | 0,0555555 |
| 4 | 0,0740740 |
| 5 | 0,0925925 |
| 6 | 0,1111111 |
| 7 | 0,1296296 |
| 8 | 0,1481481 |
| 9 | 0,1666666 |
| 10 | 0,1851851 |
| 11 | 0,2037037 |
| 12 | 0,2222222 |
| 13 | 0,2407407 |
| 14 | 0,2592592 |
| 15 | 0,2777777 |
| 16 | 0,2962962 |
| 17 | 0,3148148 |
| 18 | 0,3333333 |
| 19 | 0,3518518 |
| 20 | 0,3703703 |
| 21 | 0,3888888 |
| 22 | 0,4074074 |
| 23 | 0,4259259 |
| 24 | 0,4444444 |
| 25 | 0,4629629 |

| Minutos. | Grados centesimales. |
|---|---|
| 26 | 0,4814814 |
| 27 | 0,5000000 |
| 28 | 0,5185185 |
| 29 | 0,5370370 |
| 30 | 0,5555555 |
| 31 | 0,5740740 |
| 32 | 0,5925925 |
| 33 | 0,6111111 |
| 34 | 0,6296296 |
| 35 | 0,6481481 |
| 36 | 0,6666666 |
| 37 | 0,6851851 |
| 38 | 0,7037037 |
| 39 | 0,7222222 |
| 40 | 0,7407407 |
| 41 | 0,7592592 |
| 42 | 0,7777777 |
| 43 | 0,7962962 |
| 44 | 0,8148148 |
| 45 | 0,8333333 |
| 46 | 0,8518518 |
| 47 | 0,8703703 |
| 48 | 0,8888888 |
| 49 | 0,9074074 |
| 50 | 0,9259259 |
| 51 | 0,9444444 |
| 52 | 0,9629629 |
| 53 | 0,9814814 |
| 54 | 1,0000000 |
| 55 | 1,0185185 |
| 56 | 1,0370370 |
| 57 | 1,0555555 |
| 58 | 1,0740740 |
| 59 | 1,0925925 |
| 60 = 1° | 1,1111111 |

**Equivalencia aproximada de grados sexagesimales á grados centesimales.**

| Grados sexagesimales. | Grados centesimales. |
|---|---|
| 1 | 1,1111111111 |
| 2 | 2,2222222 |
| 3 | 3,3333333 |
| 4 | 4,4444444 |
| 5 | 5,5555555 |
| 6 | 6,6666666 |
| 7 | 7,7777777 |
| 8 | 8,8888888 |
| 9 | 10,0000000 |
| 10 | 11,1111111 |
| 11 | 12,2222222 |
| 12 | 13,3333333 |
| 13 | 14,4444444 |
| 14 | 15,5555555 |
| 15 | 16,6666666 |
| 16 | 17,7777777 |
| 17 | 18,8888888 |
| 18 | 20,0000000 |
| 19 | 21,1111111 |
| 20 | 22,2222222 |
| 21 | 23,3333333 |
| 22 | 24,4444444 |
| 23 | 25,5555555 |
| 24 | 26,6666666 |
| 25 | 27,7777777 |
| 26 | 28,8888888 |
| 27 | 30,0000000 |
| 28 | 31,1111111 |
| 29 | 32,2222222 |
| 30 | 33,3333333 |
| 31 | 34,4444444 |
| 32 | 35,5555555 |
| 33 | 36,6666666 |
| 34 | 37,7777777 |
| 35 | 38,8888888 |
| 36 | 40,0000000 |
| 37 | 41,1111111 |
| 38 | 42,2222222 |
| 39 | 43,3333333 |
| 40 | 44,4444444 |
| 41 | 45,5555555 |
| 42 | 46,6666666 |
| 43 | 47,7777777 |
| 44 | 48,8888888 |
| 45 | 50,0000000 |
| 46 | 51,1111111 |
| 47 | 52,2222222 |
| 48 | 53,3333333 |
| 49 | 54,4444444 |
| 50 | 55,5555555 |
| 51 | 56,6666666 |
| 52 | 57,7777777 |
| 53 | 58,8888888 |
| 54 | 60,0000000 |
| 55 | 61,1111111 |
| 56 | 62,2222222 |
| 57 | 63,3333333 |
| 58 | 64,4444444 |
| 59 | 65,5555555 |
| 60 | 66,6666666 |
| 61 | 67,7777777 |
| 62 | 68,8888888 |
| 63 | 70,0000000 |
| 64 | 71,1111111 |
| 65 | 72,2222222 |
| 66 | 73,3333333 |
| 67 | 74,4444444 |
| 68 | 75,5555555 |
| 69 | 76,6666666 |
| 70 | 77,7777777 |
| 71 | 78,8888888 |
| 72 | 80,0000000 |
| 73 | 81,1111111 |
| 74 | 82,2222222 |
| 75 | 83,3333333 |
| 76 | 84,4444444 |
| 77 | 85,5555555 |
| 78 | 86,6666666 |
| 79 | 87,7777777 |
| 80 | 88,8888888 |
| 81 | 90,0000000 |
| 82 | 91,1111111 |
| 83 | 92,2222222 |
| 84 | 93,3333333 |
| 85 | 94,4444444 |
| 86 | 95,5555555 |
| 87 | 96,6666666 |
| 88 | 97,7777777 |
| 89 | 98,8888888 |
| 90 | 100,0000000 |

En las reglas logarítmicas que acompañan á los instrumentos taqueométricos de division centesimales, es siempre entretenida la operacion de hallar tangentes para ángulos de ménos de un grado; por lo que, con las tablas de las dos últimas páginas, basta multiplicar el generador ó distancia hallada, por las cifras de la 2.ª columna en la línea correspondiente al ángulo dado, y se obtendrá la tangente que se busca.

EJEMPLO.

Ángulo 0,28. Distancia, 160 metros, tendrémos 160 $\times$ 0,00436 = 0,6976.

Tambien en ciertos tanteos de rasantes de ferro-carriles ó carreteras ocurre, al necesitar una pendiente dada, la aplicacion de estas tablas, cuando se emplea un instrumento de division centesimal.

Por ejemplo: ajustando un ángulo 0,66 para visual ó lectura, tendrémos la pendiente de el 1/00, y siendo el ángulo de 0,96, sería el 1,5/00; y así pueden obtenerse otras intermedias.

| Centésimas. | Tangente por metro. |
|---|---|
| 0,52 | 0,00814 |
| 0,54 | 0,00846 |
| 0,56 | 0,00872 |
| 0,58 | 0,00911 |
| 0,60 | 0,00940 |
| 0,62 | 0,00968 |
| 0,64 | 0,00989 |
| 0,66 | 0,01023 |
| 0,68 | 0,01052 |
| 0,70 | 0,01088 |
| 0,72 | 0,01145 |
| 0,74 | 0,01176 |
| 0,76 | 0,01199 |
| 0,78 | 0,01221 |
| 0,80 | 0,01250 |
| 0,82 | 0,01279 |
| 0,84 | 0,01313 |
| 0,86 | 0,01346 |
| 0,88 | 0,01367 |
| 0,90 | 0,01396 |
| 0,92 | 0,01442 |
| 0,94 | 0,01469 |
| 0,96 | 0,01502 |
| 0,98 | 0,01532 |
| 1,00 | 0,01570 |

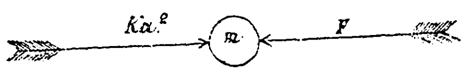
**Tangentes que corresponden á 1 metro de horizontal y ángulos de centésimas de grado centesimal hasta medio grado.**

| Centésimas. | Tangente por metro. |
|---|---|
| 0,02 | 0,00029 |
| 0,04 | 0,00058 |
| 0,06 | 0,00087 |
| 0,08 | 0,00116 |
| 0,10 | 0,00145 |
| 0,12 | 0,00174 |
| 0,14 | 0,00203 |
| 0,16 | 0,00233 |
| 0,18 | 0,00278 |
| 0,20 | 0,00299 |
| 0,22 | 0,00338 |
| 0,24 | 0,00369 |
| 0,26 | 0,00407 |
| 0,28 | 0,00436 |
| 0,30 | 0,00465 |
| 0,32 | 0,00494 |
| 0,34 | 0,00536 |
| 0,36 | 0,00566 |
| 0,38 | 0,00599 |
| 0,40 | 0,00628 |
| 0,42 | 0,00649 |
| 0,44 | 0,00684 |
| 0,46 | 0,00704 |
| 0,48 | 0,00743 |
| 0,50 | 0,00785 |

Obligado por la amistad que me une á una respetable persona á exponerle mi opinion sobre los medios que proponia para resolver el problema de la navegacion aérea, he debido ántes redactar los siguientes apuntes sobre su estado actual y sobre las dificultades hoy insuperables que se ofrecen al tratar de mejorarlo, siendo mi único objeto. al publicarlos, desvanecer opiniones erróneas que sobre este asunto se oyen todos los dias (1).

## APUNTES SOBRE LA NAVEGACION AÉREA

### POR MEDIO DE GLOBOS.




1.

Como estudio preliminar, veamos qué movimiento será el de un cuerpo de masa $m$, dentro de la atmósfera tranquila y sometido á la accion de una fuerza constante F, obrando en el mismo punto y direccion que la resistencia pasiva del aire. Sabido es que esta fuerza resistente es proporcional al cuadrado de la velocidad y á la proyeccion $\omega$ de la superficie del cuerpo $m$ sobre un plano perpendicular á la direccion del movimiento: podrá, pues, expresarse por $K\omega v^2$, siendo $v$ la velocidad al cabo del tiempo $t$, $\omega$ la superficie resistente y K un coeficiente numérico que depende de la forma del cuerpo $m$, de la densidad del aire, etc. El movimiento es evidentemente rectilíneo, y sus ecuaciones generales son

(1) La Redaccion deja la responsabilidad de las apreciaciones que aparecen en el presente artículo á su autor, como lo hace siempre de los escritos que inserta firmados. Trabajos posteriores á los ensayos de Giffard y Dupuy de Lôme, entre ellos los estudios de Condenons y Forlanini, no permiten aceptar en absoluto como inmejorables las condiciones de los aparatos que se consideran como tipo en este artículo.