HIERROS USADOS EN EL COMERCIO.			CARGA DE 300 KILÓGS. POR METRO CUADRADO.					
			Distancia entre las vigas.					
Altura de las vigas. — *Cents.*	Peso por metro lineal. — *Kilóg.*		0m,50	0m,55	0m,60	0m,65	0m,70	0m,75
CARGA DE 350 KILÓGRAMOS POR METRO CUADRADO.								
12	11		3,26	3,42	2,98	2,87	2,76	2,67
14	14		3,94	3,77	3,55	3,47	3,33	3,22
16	15		4,30	4,44	3,94	3,79	3,64	3,52
18	20	Id. id.	5,23	5 »	4,78	4,60	4,42	4,28
20	24		6,09	5,82	5,57	5,36	5,15	4,98
22	26		6,63	6,34	6,07	5,84	5,64	5,43
CARGA DE 600 KILÓGRAMOS POR METRO CUADRADO.								
12	11		3,13	2,98	2,85	2,70	2,64	2,55
14	14		3,78	3.60	3,45	3,32	3,19	3,08
16	15		4,13	3,94	3 77	3,62	3,49	3,37
18	20	Id id.	5,02	4,78	4,58	4,40	4,24	4,09
20	24		5,84	5,57	5,33	5,12	4,93	4,78
22	26		6,37	6,07	5,81	5,59	5,38	5,16

Creyendo útil á los que se dedican á los estudios de preparacion para el ingreso en la Escuela de Ingenieros de Caminos la publicacion de algunas teorías y problemas, cuyo conocimiento se exige segun los actuales programas, las que se hallan distribuidas en textos diversos, escritos en un idioma con el que no están generalmente familiarizados, hemos traducido y arreglado los siguientes apuntes:

ALGORITMO DE LA FORMA.

ARTICULO PRIMERO.

FORMA EN GENERAL. — DEFINICION, CLASIFICACION Y REPRESENTACION SIMBÓLICA.—DETERMINACION DE LA GENERALIDAD DE UNA FORMA. — DISCRIMINANTE.

Número 1. Se llama *forma* una expresion algebráica que depende de dos ó más variables, *racional, entera, homogénea y con sus coeficientes enteros.*

Núm. 2. Las *formas* se distinguen unas de otras por el número de *variables* y por el *grado*. Se llaman *binarias, ternarias, cuaternarias,* segun que tengan dos, tres ó cuatro variables. Las de segundo grado se llaman tambien *cuadráticas*, las de tercer grado *cúbicas*, y en general del *ené-*

simo grado, si n es la suma de las exponentes de las variables en cada término.

$a x^2 + b x y + c y^2$ es una forma binaria cuadrática; $a x^3 + b x^2 y + c x y^2 + d y^3$ es una forma binaria cúbica; $a x^2 + b y^2 + c z^2 + d x y + e x z + f y z$ es ternaria cuadrática; $a_0 x^n + a_1 x^{n-1} y + a_2 x^{n-2} y^2 + a_3 x^{n-3} y^3 + \dots\dots + a_{n-1} x y^{n-1} + a_n y^n$ es binaria del grado n, en la que las dos variables tienen los mismos exponentes en cada término que los del desarrollo de la potencia de $(x + y)^n$, habiéndose convenido en representar abreviadamente esta *forma* binaria del grado n de la siguiente manera:

$$(a_0\ a_1\ ,\ a_2\ ,\ a_3\ \dots\dots\ a_n\ )\ (x,\ y)^n$$

cuando los coeficientes de esta forma comprenden á los del desarrollo de la potencia $(x + y)^n$ — y cruzando los paréntesis intermedios —, cuando los coeficientes de la forma no comprenden á los coeficientes numéricos del desarrollo del binomio. — Así

$(a_0\ ,\ a_1\ a_2)\ (x,\ y)^2$ equivale á $a_0\ x^2 + 2\ a_1\ x\ y + a_2\ y^2$.

$(a_0\ ,\ a_1\ ,\ a_2\ ,\ a_3\ ,)\ (x,\ y\ )^3$ equivale á $a_0\ x^3 + 3\ a_1\ x^2\ y + 3\ a_2\ x\ y^2 + a_3\ y^3$;

y $(a_0\ ;\ a_1\ a_2()x,\ y)^2 = a_0\ x^2 + a_1\ x\ y + a_2\ y^2$, y $(a_0\ ,\ a_1\ ,\ a_2\ ,\ a_3()x,\ y)^3$
$= a_0\ x^3 + a_2\ x^2\ y + a_3\ x\ y^2 + a_3\ y^3$.

Núm. 3. Además de los símbolos expresados, suele adoptarse el signo sumario Σ; pero al hacer uso de este signo conviene representar las diversas variables con una misma letra con un índice: así, por ejemplo, las tres variables x, y, z, se representan con $x_1\ x_2\ x_3$. Y una *forma* cuadrática de estas tres variables sería

$$a\ x_1^2 + b\ x_2^2 + c\ x_3^2 + 2\ d\ x_1\ x_2 + 2\ e\ x_1\ x_3 + 2\ f\ x_2\ x_3$$
$$= a\ x_1\ x_1 + b\ x_2\ x_2 + c\ x_3\ x_3 + 2\ d\ x_1\ x_2 + 2\ e\ x_1\ x_3 + 2\ f\ x_2\ x_3\ .$$

Y asimismo los diversos coeficientes literales a, b, c, se representan con una sola letra a con índices numéricos ó literales, iguales á los índices de las variables que acompañan á los coeficientes.—Así la expresion anterior puede escribirse del modo siguiente:

$$+ a_{11}\ x_1\ x_1 + a_{22}\ x_2\ x_2 + a_{33}\ x_3\ x_3 + a_{12}\ x_1\ x_2 + a_{12}\ x_1\ x_2 + a_{13}\ x_1\ x_3$$
$$+ a_{13}\ x_1\ x_3 + a_{23}\ x_2\ x_3 + a_{23}\ x_2\ x_3$$

y la misma forma escrita simbólicamente es

$$\Sigma_{hi}\ a_{hi}\ x_h\ x_i \qquad (1)$$

en la que los índices h é i deben tener alternativamente los valores 1, 2, 3, considerando como iguales

$$a_{12}\ y\ a_{21}\ ,\ a_{13}\ y\ a_{31}\ ,\ a_{23}\ y\ a_{32}\ ,$$

y haciendo seguir á estos coeficientes las variables con los mismos índices y en el mismo órden, y sumando los términos que resulten, se tendrá la forma desarrollada correspondiente al símbolo abreviado (1).

Este símbolo representa en general una forma cuadrática enésima, ó sea de n variables, cuando cada uno de los índices h i puede recibir todos los valores 1, 2, 3 ..... n, considerando como iguales los coeficientes

$$a_{hi} \quad y \quad a_{ih}.$$

Del mismo modo una forma cúbica con n variables, se representa con el símbolo

$$\Sigma_{hik}\, a_{hik}\, x_h \quad x_i \quad x_k, \qquad (2)$$

en el que los índices h, i, k, deben tener todos los valores 1, 2 y 3 ..... n, alternativamente, teniendo en cuenta, que el coeficiente a_{hik} no cambia de valor permutando sus índices.

Los símbolos abreviados (1) y (2), determinan la generalidad de una forma del grado n con m variables, por ejemplo; pues bastará asignar al coeficiente a n índices diferentes seguidos de n variables, cada uno de ellas con cada uno de los n índices, y dar luégo á éstos los m valores 1, 2, 3 m, haciendo todas las permutaciones posibles, formando un término con cada una, y sumándolas despues.—Así esta forma general es

$$\Sigma_{h,\,i,\,k\,\ldots\ldots\,n}\, a_{h,\,i,\,k\,\ldots\ldots\,n}\, x_h \quad x_i \quad x_k \ldots\ldots x_n\,. \qquad (3)$$

DISCRIMINANTE.

Núm. 4. Si en una forma de un número cualquiera de variables y de cualquier grado, se hallan las derivadas parciales de primer órden respecto á cada una de las variables, y se igualan á cero, el *determinante* de los coeficientes de las ecuaciones resultantes, se llama *discriminante* de la forma dada.

Así para la forma binaria cuadrática

$$(4) \qquad a_0\, x^2 + 2\, a_1\, x\, y + a_2\, y^2,$$

se forman las dos derivadas con relacion á x é y,

$$a_0\, x + a_1\, y = 0\,, \qquad y \qquad a_1\, x + a_2\, y = 0\,;$$

el determinante de estas ecuaciones $a_0\, a_2 - a_1^2$, es el discriminante de la forma (4).

De igual modo las derivadas parciales de la forma ternaria

$$(5) \qquad a_0\, x^2 + a_1\, y^2 + a_2\, z^2 + 2\, a_3\, x\, y + 2\, a_4\, x\, z + 2\, a_5\, y\, z\,,$$

igualadas á cero, son

$$a_0\, x + a_3\, y + a_4\, z = 0\,, \; a_3\, x + a_1\, y + a_5\, z = 0\,, \; a_4\, x + a_5\, y + a_2\, z = 0\,;$$

y el determinante de sus coeficientes

$$\begin{vmatrix} a_0 & a_3 & a_4 \\ a_3 & a_1 & a_5 \\ a_4 & a_5 & a_2 \end{vmatrix} = a_0\, a_5^2 + a_1\, a_4^2 + a_2\, a_3^2 - a_0\, a_1\, a_2 - 2\, a_3\, a_4\, a_5\,,$$

constituye el discriminante de la forma (5).

Núm. 5. Supongamos que se trata de hallar el discriminante de una ecuacion con dos variables de 2.° grado, completa,

$$(6) \qquad Ay^2 + 2Bxy + Cx^2 + 2Dy + 2Ex + F = 0,$$

sustituyendo en lugar de x é y, $\frac{x}{z}$, $\frac{y}{z}$, con objeto de hacerla homogénea, se convertirá dicha ecuacion en la siguiente:

$$Ay^2 + 2Bxy + Cx^2 + 2Dyz + 2Exz + Fz^2 = 0,$$

comparándola con la (5), se tiene

$$a_0 = C,\ a_1 = A,\ a_2 = F,\ a_3 = B,\ a_4 = E,\ a_5 = D,$$

por lo tanto, el discriminante de la (6), es

$$\triangle = AE^2 + CD^2 + FB^2 - ACF - 2BED.$$

Si este discriminante es igual á cero, la ecuacion (6) es descomponible en dos factores racionales de primer grado. En efecto, ordenando dicha ecuacion con relacion á y, y despejando esta variable, se tiene

$$(7) \quad y = -\frac{Bx + D}{A} \mp \frac{1}{A}\sqrt{(B^2 - AC)x^2 + 2(BD - AE)x + D^2 - AF};$$

para que la cantidad sub-radical sea un cuadrado perfecto, es preciso que se verifique

$$(BD - AE)^2 - (B^2 - AC)(D^2 - AF) = 0,$$

ó lo que es lo mismo, que

$$AE^2 + CD^2 + FB^2 - ACF - 2BED = 0,$$

por lo tanto, la expresion (7), podrá ponerse en este caso en la forma

$$y = -\frac{Bx + D}{A} \mp \frac{1}{A}(px + q),$$

ó bien, quitando los denominadores y pasando todos los términos al primer miembro—, ordenando, y teniendo en cuenta el doble signo $\mp$, resultarán los dos factores de la forma

$$Ay + bx + c = 0 \qquad , \qquad Ay + b_1x + c_1 = 0,$$

en los que podrá considerarse descompuesta la ecuacion propuesta de 2.° grado.

Núm. 6. La representacion geométrica de la ecuacion de 2.° grado con dos variables, se relaciona con el valor y signo de su discriminante. Así, en el género elipse caracterizado por $B^2 - AC < 0$, en la ecuacion (7), presenta tres especies ó variedades segun sea el signo del discriminante $\triangle$.

Si $\triangle > 0$ — se tiene una elipse real.

Si $\triangle = 0$ — una elipse desvaneciente.

Si $\triangle < 0$ — una elipse imaginaria.

Y análogamente se verifica en los géneros hipérbola y parábola.

Núm. 7. Supongamos que se tiene la forma binaria cúbica

$$(8)\ u = a_0x^3 + 3a_1x^2y + 3a_2xy^2 + a_3y^3$$

cuyas derivadas parciales con relacion á x y á y igualadas á cero, son

$$a_0 x^2 + 2 a_1 x y + a_2 y^2 = 0, \quad a_1 x^2 + 2 a_2 x y + a_3 y^2 = 0,$$

en las que el determinante de sus coeficientes, es igual á

$$(a_0 a_3 - a_1 a_2)^2 - 4 (a_1^2 - a_0 a_2)(a_2^2 - a_1 a_3),$$

y por lo tanto, esta misma expresion es el discriminante de la forma (8).

Núm. 8. Supongamos, por último, que se tenga la forma binaria de 4.° grado.

$$(9)\ u = a_0 x^4 + 4 a_1 x^3 y + 6 a_2 x^2 y^2 + 4 a_3 x y^3 + a_4 y^4.$$

Tomando las derivadas con relacion á las dos variables, é igualándolas á cero, se tiene las dos ecuaciones homogéneas:

$$a_0 x^3 + 3 a_1 x^2 y + 3 a_2 x y^2 + a_3 y^3 = 0,$$
$$a_1 x^3 + 3 a_2 x^2 y + 3 a_3 x y^2 + a_4 y^3 = 0;$$

adoptando el método dialítico de Sylvester para formar el determinante de los coeficientes de estas dos ecuaciones, se multiplican sucesivamente por x^2, x y 1 — , y se tendrá:

$$\begin{array}{llllll}
a_0 x^5 + 3 a_1 x^4 y & + 3 a_2 x^3 y^2 & + a_3 x^2 y^3 & & & = 0 \\
& a_0 x^4 + 3 a_1 x^3 y & + 3 a_2 x^2 y^2 & + a_3 x y^3 & & = 0 \\
& + a_0 x^3 & + 3 a_1 x^2 y & + 3 a_2 x y^2 & + a_3 y^3 & = 0 \\
a_1 x^5 + 3 a_2 x^4 y & + 3 a_3 x^3 y^2 & + a_4 x^2 y^2 & & & = 0 \\
& a_1 x^4 + 3 a_2 x^3 y & + 3 a_3 x^2 y^2 & + a_4 x y^3 & & = 0 \\
& + a_1 x^3 & + 3 a_2 x^2 y & + 3 a_3 x y^2 & + a_4 y^3 & = 0.
\end{array}$$

El determinante de los coeficientes de esta ecuacion, es

$$= \begin{vmatrix}
a_0 & 3a_1 & 3a_2 & a_3 & 0 & 0 \\
0 & a_0 & 3a_1 & 3a_2 & a_3 & 0 \\
0 & 0 & a_0 & 3a_1 & 3 & a_2 a_3 \\
a_1 & 3a_2 & 3a_3 & a_4 & 0 & 0 \\
0 & a_1 & 3a_2 & 3a_3 & a_4 & 0 \\
0 & 0 & a_1 & 3a_2 & 3 & a_3 a_4
\end{vmatrix}$$

y este es tambien el discriminante de la forma (9).

9.° El discriminante se obtiene en la resolucion de las ecuaciones de 2.°, 3.° y 4.° grado con una incógnita, formando la cantidad subradical, siendo ésta el discriminante de dichas ecuaciones. En efecto; en la ecuacion de 2.° grado, por ejemplo:

$$a_0 x^2 + 2 a_1 x + a_2 = 0$$

se tiene $x = -\dfrac{a_1}{a_0} \pm \dfrac{1}{a_0}\sqrt{a_1^2 - a_0 a_2}$.

Como se ve, la cantidad subradical, es el discriminante ántes obtenido de la forma binaria cuadrática $a_0 x^2 + 2 a_1 x y + a_2 y^2$; á excepcion del signo, cuya forma puede reducirse al primer miembro de la ecuacion de 2.° grado, poniendo $\dfrac{x}{y}$ en lugar de x.

Si el discriminante $a_0 a_2 - a_1^2 = 0$ dicha ecuacion de 2.° grado tendrá sus raices iguales.

Del mismo modo, resolviendo una ecuacion de tercer grado con una incógnita, ó una de 4.° grado, si el discriminante formado con sus coeficientes es nulo, la primera tendrá sus tres raices iguales, y la segunda tendrá al ménos iguales dos de sus cuatro raices.

Vemos, pues, como por medio del discriminante de las ecuaciones que hemos considerado, puede conocerse si las raices de las incógnitas son iguales ó desiguales, y puede obtenerse la forma geométrica que corresponde á la representacion de dichas ecuaciones.

BALDOMERO DONNET.

TRASMISION DE LA FUERZA POR LA ELECTRICIDAD.

SU APLICACION A GRANDES DISTANCIAS.

El traspórte de la fuerza valiéndose de la electricidad como vehículo, ha sido ya empleado en algunas fábricas é industrias y se generalizará más cada dia seguramente; pero la verdadera importancia del invento consiste en su aplicacion á las más grandes distancias, que permitirá á los Ingenieros aprovechar ventajosamente en sus obras y trabajos todas las fuerzas naturales desigualmente repartidas en la superficie de nuestro globo. Comprendiéndolo así todos los sábios y prácticos electricistas de Europa y América, se dedican hoy con ardor á investigaciones y experimentos interesantísimos para la más pronta y completa solucion de problema tan vital para la industria del porvenir.

La REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS deberá llamar la atencion de sus compañeros sobre esto, y procurará tenerlos al corriente de cualquier hecho notable ó resultados más salientes de los citados experimentos hoy en voga. Como simple soldado de las filas del progreso, al Ingeniero que suscribe no le corresponde tratar estas y otras cuestiones de las aplicaciones de la electricidad, que tan rápido vuelo han tomado últimamente; pero le guía sólo al iniciarlas el propósito y la esperanza de estudiarlas más detenidamente en los artículos sucesivos que, sin duda por amor á la ciencia y al Cuerpo, deberemos á compañeros más competentes y plumas mejor cortadas.

Fijándose ahora, como más á su alcance, en lo hecho y conseguido en la vecina Francia, respecto á trasmision de la fuerza á distancia, consignará que el pasado año de 1882 ha sido notable por las distintas y repetidas experiencias que con este objeto se iniciaron en la Exposicion y por el Congreso de París de 1881, en que además se establecieron las unidades de medida de la fuerza eléctrica. De todos los resultados obtenidos, el más importante y curioso lo consiguió el infatigable Mr. Marcel Deprez, aunque con máquinas instaladas imperfectamente, á una distancia de 57 kilómetros por intermedio de un sólo hilo telegráfico de 4^{mm} de diámetro, siendo la resistencia del circuito de 114 kilómetros, unas 95 unidades, y obtuvo la trasmision de medio caballo de fuerza con el rendimiento industrial de 30 á 32 por %. Valiéndose para ello de dos máquinas dinamo-eléctricas idénticas, una generadora de electricidad movida por otra de vapor, y la segunda la receptora destinada á convertir la electricidad trasmitida por el hilo