por completo estas pequeñas vías de agua. A esto debe aspirarse, haciendo en los primeros tiempos todo lo posible por conseguirlo, pues esta humedad continua impide la completa consolidación de la mampostería, y disuelve y arrastra los morteros amenguando la resistencia de la obra.

(Se continuará.)

INFORME SOBRE LAS PRUEBAS DEL PUENTE DE CASTEJON

EN SUS DOCE PRIMEROS TRAMOS

Lámina 90.

(Continuación.)

Los resultados en la viga de aguas abajo en la experiencia que nos ocupa, fueron dar una contraflecha de 7,2 milímetros cuando el tren salía lentamente después de la prueba estática. Las ondulaciones presentan en esta parte dos milímetros de amplitud. Cuando el tren insistió por completo en el tramo que estudiamos, presentó la viga una flecha de 40,5 milímetros, ó sea un milímetro más que la flecha estática. Las ondulaciones llegaron á presentar cinco milímetros de amplitud.

Cuando el tren salía por el tramo primero se produjo una contraflecha máxima de 7,2; casi igual á la obtenida en la entrada del tren para la experiencia anterior.

En la viga de aguas arriba, tanto á la entrada como á la salida del tren, se produjo una contraflecha de 8 milímetros. Es decir, que en un caso nos da un milímetro más que en la experiencia de la prueba estática y en otro igual. Las pruebas todas de las contraflechas se armonizan perfectamente, partiendo de que á la salida de los trenes en uno ú otro sentido, y después de producidas las flechas, se necesita mayor acción para la destrucción de ésta y producción de la contraflecha, por lo que se obtiene relativamente un menor valor de ésta.

Así se explica que habiendo obtenido con motivo de la prueba estática mayores valores para las contraflechas en ambas vigas cuando al entrar el tren insistía la carga en el primer tramo (esta diferencia pudiendo corresponder en parte al efecto expresado de la inercia de las vigas y en parte á desigualdades en los ajustes en toda la longitud de las mismas), hayamos obtenido en las pruebas de velocidad iguales valores para las contraflechas cuando las cargas insistían en el tramo tercero que cuando insistían en el primero, al retirarse el tren, por haber anulado el influjo expresado de inercia de las vigas el de la falta de absoluta igualdad en la construcción de cada una en toda su longitud.

De mayor importancia es, en nuestro concepto, el resultado de la experiencia cuando el tren en marcha pesaba por completo sobre el tramo central. La flecha de éste ha llegado entonces á 44 milímetros, y mientras que en la viga de aguas abajo, que constantemente ha dado pruebas de mayor rigidez, la diferencia producida por la carga estacionaria y la carga á la velocidad de 28 kilómetros por hora no ha sido más que 1,7 milímetros, en la de aguas arriba ha llegado á 3,5, y como el buen asiento de la vía no nos permite atribuir este efecto á la diferencia entre el de los carriles de uno y otro lado, debemos deducir de esta experiencia que los defectos de rigidez en las vigas se manifiestan de una manera mucho más notable en las pruebas de velocidad que en las estáticas, y que en los proyectos de obras ligeras deben tenerse muy en cuenta las velocidades de las masas que han de pasar sobre ellas.

Resumimos en el cuadro siguiente los resultados de las experiencias últimas que llevamos consignados:

FLECHAS MÁXIMAS EN EL TRAMO SEGUNDO.

INDICACIÓN de LAS CARGAS	Viga de aguas arriba.	Viga de aguas abajo.	Viga de aguas arriba.	Viga de aguas abajo.	Viga de aguas arriba.	Viga de aguas abajo.
En la prueba estática. . . .	41,1	39,5	—8,0	—7,0	—7,0	—6,2
En la de velocidad..	44,0	40,5	—8,0	—7,2	—8,0	—7,2

CÁLCULO DE LAS FLECHAS.

Primer grupo de vigas.

Una de las fórmulas más sencillas, que nos da la flecha bajo la acción de la carga de prueba, es la dada por el Ingeniero Mr. Choron en su Memoria de Octubre de 1883, que es: $f = -\frac{Rb^2}{4EH}$ en función solamente del esfuerzo R á que se someten las vigas, del coeficiente de elasticidad de la materia E, de la luz b y la altura H de la viga. Para el hierro laminado, en que suele tomarse $E = 2 \times 10^{10}$, y para el esfuerzo límite de seis kilogramos por mm^2, ó sea $R = 6.000.000$, que se ha fijado, la fórmula se reduce á la forma

$$f = 0{,}75\ \frac{b^2}{H} \times \frac{1}{10^4},$$

de bien fácil aplicación, pero de la que no debemos servirnos en este caso por varias razones.

En primer lugar, esta fórmula da la totalidad de la flecha, pues se ha deducido sustituyendo en la fórmula general el valor del momento de flexión correspondiente á la carga que se considera por el valor $\frac{2RI}{H}$; I es el momento de inercia de la sección total de la viga en el centro del tramo, la que, inversamente, se ha determinado, de modo que su momento de inercia resista al momento de flexión máximum, debido á la sobrecarga y á la acción de carga simultáneamente, es decir, que $I = \frac{Xu}{R}$, siendo X el momento debido á la suma de las dos acciones citadas.

Pero aun aplicada á la flecha total, resulta inexacta la fórmula. Choron la deduce de la general, despreciando el término $\frac{1}{384}\ \frac{Pb^4}{EI}$, y este término no es, en modo alguno, despreciable; su valor es cabalmente la quinta parte de la flecha que se produciría si la viga se cortara en los apoyos, y llega, en este caso, á 12,4 milímetros.

Finalmente, esta fórmula no admite las diversas hipótesis de distribución de la sobrecarga en la viga de varios tramos.

Por todo lo que no creemos que deba aceptarse esta fórmula, sino para las vigas rectas de un solo tramo.

Estos, generalmente, han sido calculados en el supuesto de la misma distribución de la sobrecarga que la que realiza la prueba que ocasiona la flecha, y además el error del término despreciado es menor con relación al anterior, puesto que las flechas son mayores.

El error es próximamente de $\frac{1}{6}$ del término calculado y con signo contrario.

He aplicado en estas condiciones la fórmula en algunos casos con resultado bastante satisfactorio; pero encontramos preferible en las mismas circunstancias la que se obtiene partiendo directamente de la fórmula teórica $f = \frac{1}{384}\ \frac{pl^4}{EI}$. Cuando se trata de la máxima carga, tenemos $R = \frac{XH}{2I}$ ó $I = \frac{XH}{2R}$, y como el máximum de X en la viga apoyada en sus extremos es $X = \frac{1}{8}\ pl^2$, será $I = \frac{pl^2 H}{16R}$ y $f = \frac{5}{24} \times \frac{R}{E} \times \frac{l^2}{H}$; la que para R = 6.000.000 y E = $1{,}8 \times 10^{10}$, toma la forma $f = 0{,}00007 \frac{l}{H} \times l$

á que la reducen Laissle y Schuebler. Para $\frac{l}{H} = 12$, obtenemos

$$f = 0{,}00084, \text{ ó próximamente } f = \frac{1}{1200} l.$$

$$\text{Si } \frac{l}{H} = 10, \ f = 0{,}0007 l, \text{ ó próximamente } f = \frac{1}{1400} l.$$

Vamos ahora á valernos de la fórmula general, que proviene de la integración de la elástica, modificada por Choron, sustituyendo los valores de los momentos de flexión por coeficientes de pb^2, que dan inmediatamente las tablas que publica al fin de su Memoria para cada tramo cargado. La fórmula es:

$$EIf' = -\frac{5}{384} p'_k b^4 - \frac{p'b^4}{64D} \left(m_k \times m'_{k+1}\right).$$

Aplicada al caso de la prueba del primer grupo, cargando sólo el tramo central, nos da la tabla para

$$\delta = \frac{30}{44} = 0{,}68,$$

$$\alpha = 2(1 + \delta) = 3{,}36,$$

$$D = \alpha^2 - 1 = 10{,}29,$$

$$m_2 = m_3 = -2{,}36.$$

El valor de I de la sección en el centro de la viga, de $2^m{,}61$ de altura, y que se compone de un palastro vertical de 400×8, de dos escuadras de $\frac{100 \times 100}{12}$ y tres palastros horizontales de 300 milímetros de anchura y de 10 milímetros de espesor el primero, de 11 el segundo y de 12 el tercero, en cada cabeza, es de 0,078245.

El valor p de la sobrecarga por metro longitudinal y viga, es de 2.000 kilogramos.

Sustituyendo estos valores en la fórmula copiada, tenemos:

$$f = 0{,}013 \times \frac{7496.192000}{1564.904000} - \frac{7496.192000}{1564.904000} \times \frac{2.2.36}{64 \times 10{,}29} =$$
$$= 0{,}062 - 0{,}033 = 0{,}029.$$

Esta debería ser la flecha en el tramo central; para encontrar las correspondientes de los tramos de orilla, que por la simetría de la viga y de la sobrecarga deberán ser iguales, y observando que la sobrecarga no actúa directamente en estos tramos, la fórmula citada, suprimiendo el primer término y teniendo en cuenta que uno de los momentos (el correspondiente al extremo) es cero, se simplificará en esta forma:

$$\mathrm{EI} \times f = -\frac{pb^4}{64\mathrm{D}} \times m_2.$$

Pero hay que tener presente que, al deducir esta fórmula b, en una segunda potencia, representa la longitud del tramo que se considera; que en los de la orilla es c ó δb, y en otra segunda potencia, b representa, en efecto, la longitud de un tramo central, pues proviene de sustituir á los momentos de flexión sus relaciones $\frac{mp}{4\mathrm{D}}$ al cuadrado de la longitud de estos tramos multiplicado por éste. La fórmula, pues, sería en este caso:

$$\mathrm{EI}f = \frac{pb^2c^2}{64\mathrm{D}} \times m_2 \quad \text{ó} \quad \mathrm{EI}f = -\frac{p\delta^2b^4}{64\mathrm{D}} \times m_2.$$

Para su aplicación conocemos ya todos los valores, excepto el de I, que es para la sección central de los tramos de orilla igual á 0,052983, pues esta sección se compone, en cada cabeza, además del palastro vertical y las escuadras de que hemos hecho mención, de sólo dos palastros horizontales de la anchura de 500 milímetros, y de espesores de 10 y de ocho milímetros.

La fórmula nos da $f = -11{,}4$ milímetros.

Debemos advertir que, aun cuando en las citadas fórmulas de Mr. Choron estén invertidos los signos, en los resultados damos el signo positivo á las flechas, propiamente dichas, ó hacia abajo, y el relativo á las contraflechas, como hemos hecho al consignar los de los experimentos. Ya en este terreno, y para que una lectura rápida de la Memoria citada no pueda dar lugar á error en la aplicación de sus fórmulas, observaremos que la relación δ, que en la obra de Mr. Bresse, y generalmente, indica la relación de la longitud de un tramo del centro á uno de orilla, en éstas designa la relación inversa.

La segunda experiencia en el primer grupo consistió, como queda dicho, en la carga de los tramos extremos.

En este caso los coeficientes, que llamaremos m'_2 y m'_3, correspondientes á los momentos de flexión entre los apoyos, sería, según la expresada tabla,

$$m'_2 = m'_3 = -\delta^3\alpha + \delta^3 = -0{,}742.$$

La flecha en el tramo central la da la fórmula

$$f = -\frac{pb^4}{\mathrm{EI}} \times \frac{m'_2 + m'_3}{64\mathrm{D}},$$

que sustituyendo valores, da $f = 10{,}3$ milímetros.

La de los tramos laterales sería con arreglo á las observaciones que antes hicimos,

$$f = -\frac{5}{384} \times \frac{pc^4}{EI'} - \frac{pb^2c^2}{EI'} \times \frac{m'_2}{64D}.$$

Sustituyendo en ella los valores conocidos, da:

$$f = 0{,}0198 - 0{,}0014 = 0^m{,}0184.$$

Grupos de tres tramos iguales.

Los grupos 2.°, 3.° y 4.°, compuesto cada uno de tres tramos de 30 metros de luz, están en idénticas condiciones.

En éstos, $\delta = 1$, $\alpha = -2(1+\delta) = -4$ y $D = \alpha^2 - 1 = 15$.

En el caso de las pruebas 4.ª y 5.ª, consistente en la carga del tramo central, será:

$$m_2 = m_3 = -(\alpha - 1) = -3,$$

y la flecha estará dada por la fórmula en general en que conocemos todos los valores excepto I.

La sección central del segundo tramo se compone de la sección corrida del puente sin refuerzo alguno, y en cada cabeza de un palastro vertical de 360×11, de dos escuadras $\frac{80 \times 80}{11}$ y de un palastro horizontal de 380×8, su momento de inercia I es igual á 0,03172, y la fórmula nos da $f = 0{,}0334 - 0{,}0161 = 17{,}3$ milímetros.

La flecha, en los tramos de orilla, será:

$$f = -\frac{pb^4}{EI'} \times \frac{m_2}{64D}.$$

La sección en el punto medio de los tramos de orilla se compone de la sección corrida mencionada y de un palastro de 360×13 que refuerza cada una de las dos cabezas. El valor I es 0,04737, y tendremos $f = 5{,}4$ milímetros.

En la prueba tercera se cargaron los dos tramos de orillas; la tabla nos da

$$m'_2 = m'_3 = -\delta^3\alpha + \delta^3 = -3,$$

y la flecha del tramo central será:

$$f = \frac{pb^4}{EI} \times \frac{m'_2 + m'_3}{64D},$$

ó, sustituyendo valores, $f = -16{,}1$.

(Se continuará.)

PELAYO MANCEBO.

MADRID: 1889.
ESTABLECIMIENTO TIPOGRÁFICO DE GREGORIO JUSTE.
Calle de Pizarro, número 15, bajo.

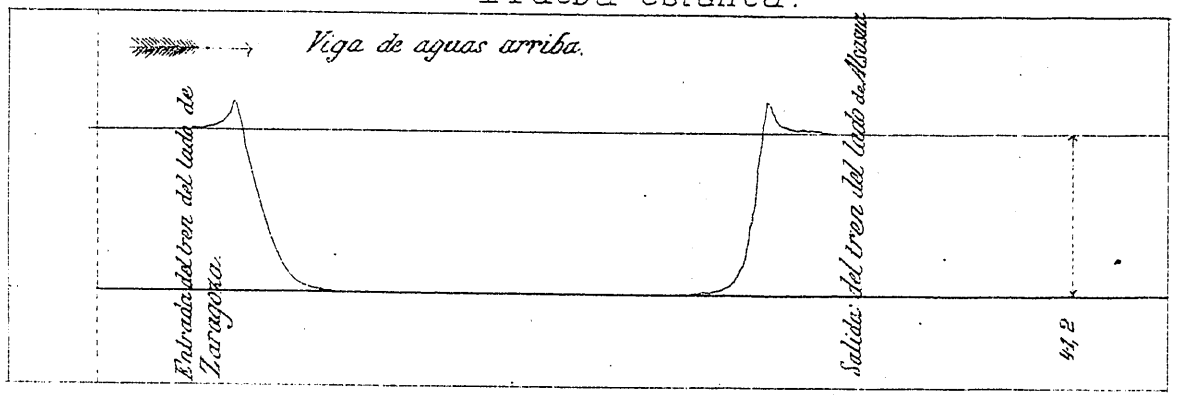
PRUEBAS DEL TRAMO 2º DEL PUENTE DE CASTEJON.

REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS.

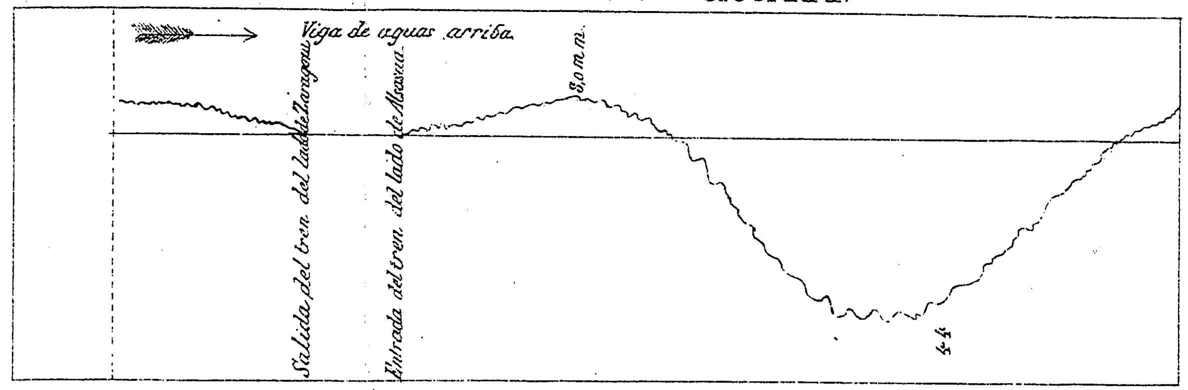
Gráficos de las flechas producidas en el centro del tramo (Reducidos á 1/2)

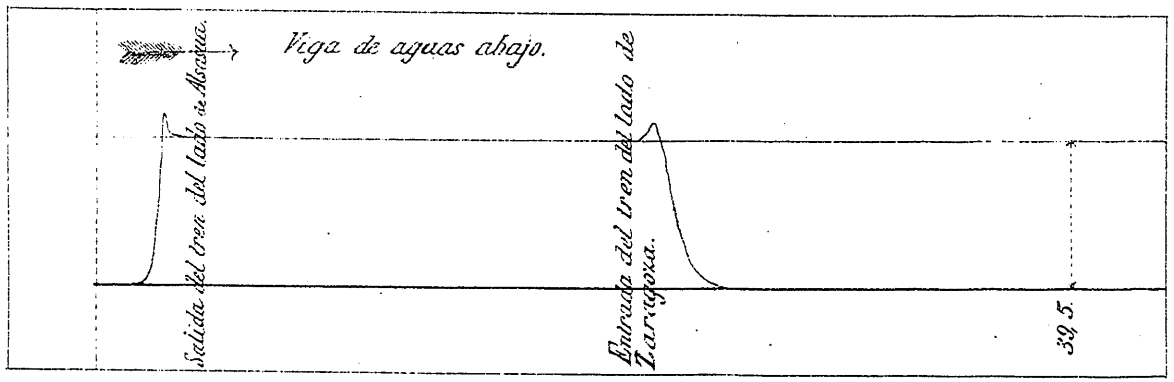
4ª SÉRIE LÁMª 90.

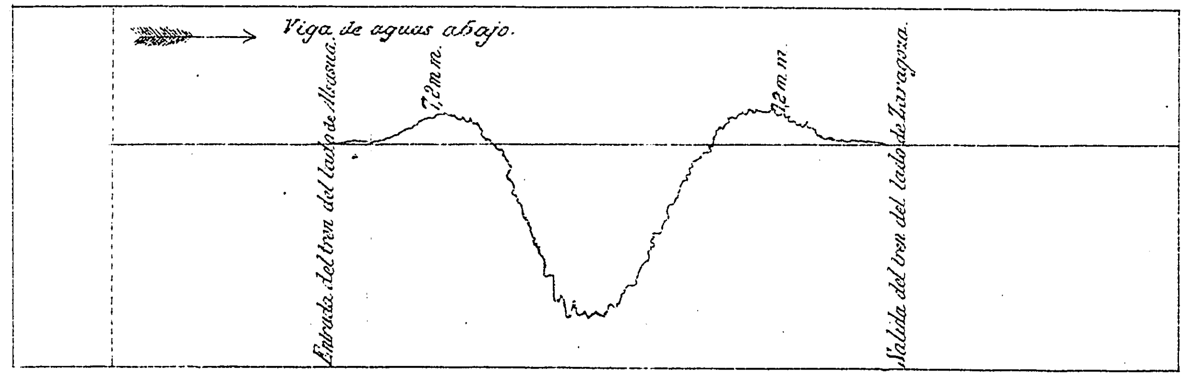
Prueba estática.



Prueba de velocidad.







La direccion de las flechas marca la marcha del lapiz suponiendo el papel fijo ó sea la direccion inversa del movimiento giratorio del papel.

Disposicion de la sobre carga.

Tramo central 44 ms.