REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS

BOLETÍN

AÑO DE 1895. **Madrid 30 de Octubre.** NÚM. 30.

MEMORIA

SOBRE LAS

MÁQUINAS ALGÉBRICAS

(Continuación.)

CAPÍTULO IV

ECUACIONES ALGÉBRICAS

Cálculo de las raíces reales.

Sea una ecuación $f(A_1, A_2, A_3, \ldots x) = 0$, en la cual $A_1, A_2, A_3, \ldots$ son los datos y x la incógnita.

Si supiéramos calcular mecánicamente el valor

$$\alpha = f(A_1, A_2, A_3 \ldots\ldots x),$$

bastaría para obtener las raíces reales en un caso particular, escribir en los aritmóforos $A_1, A_2, A_3, \ldots$ los valores de los datos y hacer variar x, observando el valor de α en el aritmóforo correspondiente. Cada vez que α pasara por cero leeríamos en el aritmóforo x el valor de una raíz.

Este procedimiento, traducción del método de tanteos empleado con frecuencia en los cálculos ordinarios, no es directamente aplicable á las ecuaciones algébricas, porque tanto las raíces, como los coeficientes, pueden tener valores negativos, y por consecuencia su representación logarítmica se haría á veces imposible.

Pero este inconveniente se salva con facilidad.

Sea (a) una ecuación algébrica; escribamos otra ecuación (b), deducida de la primera cambiando el signo á todos los términos en que el exponente de x es impar. Las raíces positivas de (b) serán iguales en valor absoluto á las negativas de (a); luego para hallar todas las raíces reales de (a), bastará hallar las positivas de (a) y de (b).

El problema se reduce á calcular las raíces positivas de una ecuación algébrica (1).

Como la incógnita ha de ser siempre la positiva, cada término de la ecuación será constantemente del mismo signo y podremos dividirlos en dos grupos: el de los positivos, P, y el de los negativos, N, lo cual permitirá escribir la ecuación en esta forma P—N=0, ó en esta otra

$$\frac{P}{N} = 1 \tag{7}$$

En virtud de esta transformación, pueden obtenerse las raíces que se buscan, representando en una máquina la ecuación

(1) El mismo resultado podría haberse obtenido transformando la ecuación propuesta en otra, cuyas raíces fueran todas positivas; pero creo que este procedimiento resultaría más enojoso.

$$(8) \qquad \frac{P}{N} = \alpha,$$

escribiendo en los aritmóforos de los coeficientes los valores que á éstos correspondan en cada caso particular, haciendo variar x y observando cuando α pasa por el valor 1.

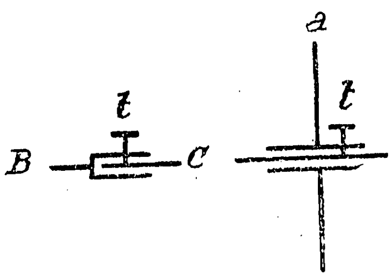
La ejecución de esta máquina no ofrece dificultad ninguna, porque el desplazamiento α_n es igual á la diferencia de los desplazamientos P_n y N_n, que ya sabemos cómo se construyen.

Si en una máquina que represente la ecuación (8) se dan á los coeficientes y á la incógnita valores que satisfagan la ecuación (7) y se fija el aritmóforo α en el lugar que ocupa, para dejarle allí quieto, señalando siempre el valor 1, podrán moverse los otros aritmóforos; pero necesariamente los valores simúltaneos que en todos ellos se lean han de satisfacer la ecuación (7). Si se mueven los aritmóforos A_1, A_2, A_3,..... de tal manera que á los valores simultáneos de los coeficientes corresponda siempre una raíz positiva, su valor estará constantemente señalado en el aritmóforo x. Cuando á la raíz hubiera de corresponder un valor negativo ó imaginario, su representación cinemática sería imposible, é imposible, por consiguiente, el movimiento de los aritmóforos A_1, A_2, A_3,....

A veces el movimiento, aunque posible en teoría, no será realizable en la forma indicada, porque la relación de velocidades entre el aritmóforo x y el aritmóforo A, que se quiera hacer marchar, puede ser sumamente grande y en ocasiones infinita; pero se obviará sin trabajo esta dificultad empleando, cuando convenga, como motor el aritmóforo x.

Según lo que vengo diciendo, haría falta una máquina especial para cada ecuación (8), y como esta ecuación cambia, no sólo al cambiar la forma de la propuesta, sino también al cambiar de signo una cualquiera de sus variables, sería preciso tener un sinnúmero de máquinas, para hallar las raíces reales de una ecuación de grado igual ó menor que un cierto límite. Pero desde luego se comprende que no es difícil construir una sola que las sustituya á todas, permitiendo variar la ecuación representada, con sólo establecer ó interrumpir ciertas conexiones por medios sencillos.

Fig. 12.



Esta máquina se representa en las figs. 13 y 14, en las cuales se indica que ciertas piezas pueden embragarse ó desembragarse á voluntad, dibujando un tornillo de presión *t*. Así la rueda a (fig. 12) será fija ó loca y los dos trozos de árbol B, C girarán unidos ó independientes, según que se aprieten ó se aflojen los tornillos respectivos. En la práctica sería preciso emplear otros medios más exactos y más seguros, para obtener los embragues; aquí sólo se trata de indicarlos en el dibujo.

La máquina fig. 13 se compone de un primer elemento, comprendido en-

Fig. 13

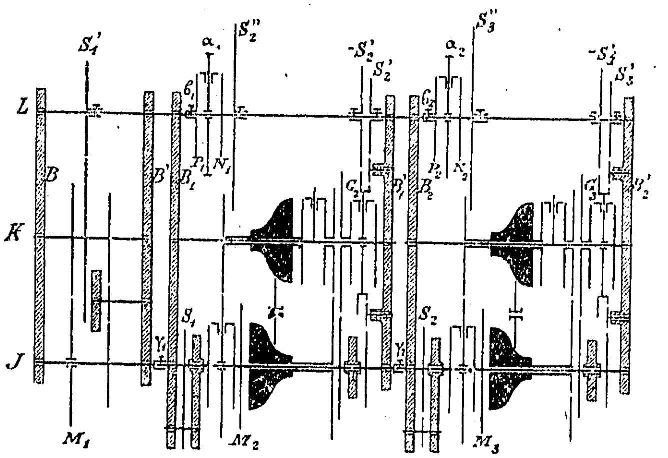
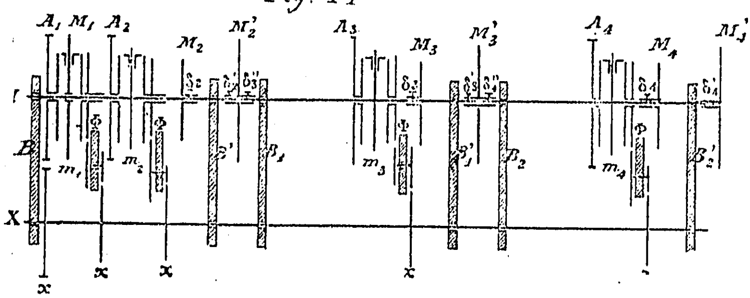


Fig. 14



tre las bancadas B. B′, y de otros varios comprendidos entre las bancadas B_1, B'_1; B_2, B'_2;... todos iguales. Cada uno de éstos está constituído por un elemento como los de la fig. 11, con ligeras modificaciones. Se ha añadido un tercer árbol en el cual van montados: un tren epicicloidal α_h, una rueda S''_h (que no se utiliza en el cálculo de raíces reales) y las dos ruedas S'_h y — S'_h, las cuales marchan con la misma velocidad y en direcciones opuestas, impulsadas por la rueda G_h, que lleva ahora dos coronas dentadas.

Con esta máquina puede calcularse una ecuación cualquiera de la forma

$$(9)\quad \frac{P}{N} = \frac{M_1 + M_2 + M_3 + \ldots M_c}{M_{c+1} + M_{c+2} + M_{c+3} + \ldots M_{c+d}} = \alpha$$

siempre que el número de monomios $(c+d)$ no exceda en más de una unidad al número de elementos que componen la máquina.

En efecto, apretando todos los embragues γ hasta el γ_{c-1} inclusive, tendremos construído en G_c el valor log. P. Desembragando γ_c se puede representar el monomio M_{c+1} en S_c, y cada uno de los monomios M_{c+2}, M_{c+3}... M_{c+d}, en cada una de las ruedas M_{c+1},

$M_{c+2}\ldots. M_{c+d-1}$; de este modo en la rueda G_{c+d-1} tendremos construido el valor log. N.

Fijando en sus árboles las ruedas S'_c y $-S'_{c+d-1}$, dejando locas todas sus análogas y apretando los embragues β_{c+1}, $\beta_{c+2}\ldots.$ β_{c+d-1} quedarán construídos en P_c el valor log. P, en N_c el valor log. N, y por último, en α_c el valor log. α.

Falta examinar el medio de construir los diferentes monomios y representarlos en la rueda de la fig. 13 que les corresponda.

El primer monomio ha de representarse siempre con la rueda M_1; el segundo en la S_1 cuando P tenga un solo término y en la M_2 cuando tenga más; el tercero en la M_2 cuando P tenga un solo término, en la S_2 cuando tenga dos y en la M_3 cuando tenga más.

En general, el monomio que ocupe el lugar h deberá representarse en la rueda M_{h-1}, S_{h-1}, ó M_h, según que el número de términos de P sea inferior, igual ó superior á $h-1$.

Este resultado se consigue con la máquina fig. 14.

Se compone también de varios elementos iguales, excepto el primero.

Cada monomio está representado en una de las ruedas $m_1, m_2, m_3, \ldots.$ loca la primera y fijas todas las demás en sus árboles.

El árbol de m_2 puede arrastrar en su movimiento á M_2 ó á M'_2; el árbol de m_3, á M'_2, á M_3, ó á M'_3 y en general el árbol de m_h, á M'_{h-1}, á M_h, ó á M'_h.

Con estas dos máquinas (figs. 13 y 14) se forma una sola, aproximándolas de manera que engranen: M_1 con M_1 M_2 con la parásita correspondiente á S_1; M'_2 con M_2; M_3; con la parásita de S_2; M'_3 con M_3, etc. En general, las ruedas M_h y M'_h de la fig. 14 engranarán con las S_{h-1} y M_h de la fig. 13.

Las ruedas parásitas son necesarias, porque la unidad angular en las ruedas S debe ser de signo contrario que en las M.

Así construída la máquina, es sencillísimo representar la ecuación (9).

Bastará apretar todos los embragues β y γ menos los β_c y γ_c, fijar en sus árboles las ruedas S'_c y $-S'_{c+d-1}$ y apretar las conexiones

$$\delta'_2, \delta'_3, \ldots \delta'_{c-1}, \delta'_c, \delta_{c+1}, \delta''_{c+2}, \delta''_{c+3}, \delta''_{c+4} \ldots. \delta''_{c+d}.$$

Si una de las sumas N ó P se reduce á un sólo monomio deberá colocarse en el numerador, para representarle en el primer elemento de la figura 14, que con este objeto es distinto de los demás.

El término independiente de x ha de representarse inmovilizando en el tren epicicloidal correspondiente la rueda de ángulo que representa x^n y suprimiendo el tren exponencial.

Al cambiar las conexiones para construir una nueva ecuación es necesario cuidar de que las diferentes ruedas M y la rueda S, que han de representar los monomios construídos en la máquina (13), representen efectivamente el valor de estos monomios y no otro cualquiera, como podría suceder por haber estado interrumpidas las conexiones que van á restablecerse.

Es necesario también que los dos trozos de árbol unidos por un embrague γ representen el mismo valor.

Se cumplirán fácilmente estas condiciones poniendo un aritmóforo para indicar el valor representado por cada una de las ruedas M, S (fig. 13). Pero deben emplearse con este objeto aritmóforos muy sencillos. Si al restablecer las conexiones se empieza dando á todos los coeficientes y á la incógnita el valor 1, este mismo será el valor de todos los monomios; bastará por consiguiente que los aritmóforos M de la figura 13 (no están dibujados) indiquen cuando la rueda correspondiente representa el valor 1 y que los aritmóforos S indiquen cuando cada una de estas ruedas representa uno de los valores $1, 2, 3, \ldots\ldots c + d - 1$.

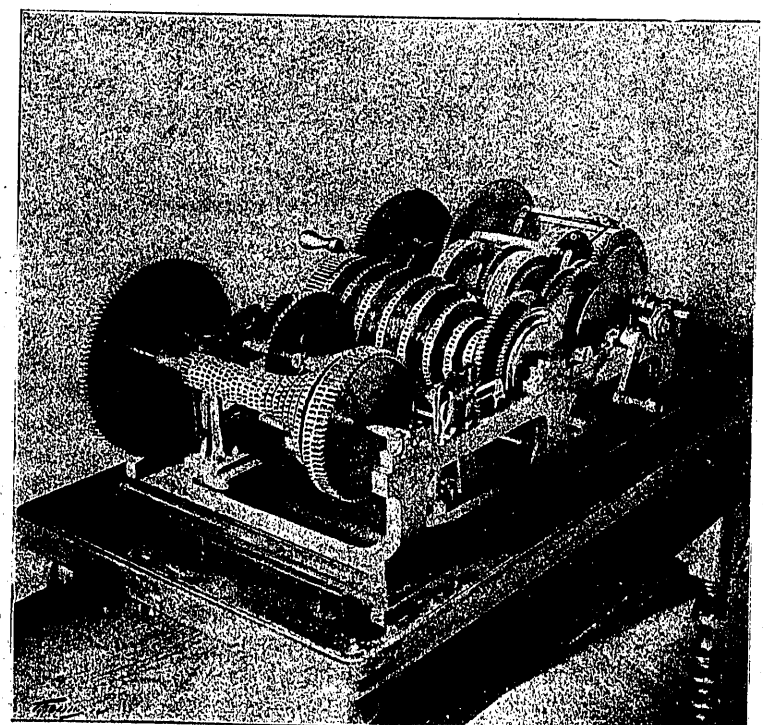
También será preciso tener cuidado, al establecer las conexiones β, de representar en la rueda α_c el valor que le corresponde, es decir, el cociente $\frac{c}{d}$.

La exactitud de las principales afirmaciones contenidas en estos cuatro capítulos y la posibilidad de construir los husillos sin fin, se demuestran prácticamente con el aparato fig. 15, que permite representar una ecuación de la forma

$$x^n + Ax^p - B = 0$$

en la cual A y B han de ser positivos, pero pueden variar sin más limitación en cuanto á sus valores absolutos que la impuesta por sus aritmóforos respec-

Fig. 15.



tivos; el coeficiente A debe estar comprendido entre 10^{-5} y 10^{10}; el B entre 10^{-12} y 10^{20}.

Todos los mecanismos están groseramente ejecutados; pero los defectos de construcción son verdaderamente enormes en los husillos. Se labraron en madera, y después, para formar la superficie dentada en espiral, se arrolló encima una cinta de cobre taladrada en forma conveniente. Esta operación, enojosísima porque exigió muchos tanteos, había de resultar necesariamente inexacta; algunos taladros de la cinta están corridos más de dos centímetros relativamente á la posición que debieran tener.

La máquina calcula con más exactitud de la que pudiera esperarse en semejantes condiciones. Solo he representado en ella las ecuaciones

$$x^9 + Ax^8 - B = 0$$
$$x^9 + Ax^7 - B = 0;$$

el error relativo al calcular la raiz nunca ha sido superior á 0,01 y rara vez ha llegado á este valor. Sería más grande, ciertamente, si los exponentes de x fueran más pequeños; pero de todas maneras los resultados obtenidos permiten esperar que con máquinas bien construidas se conseguirán resultados prácticos apreciables.

Generalmente se pueden tomar como variables arbitrarias dos cualesquiera de las tres que figuran en la ecuación; no sucede así, es verdad, cuando el monomio Ax^p es sumamente pequeño con relación al monomio x^n; entonces no es posible mover arbitrariamente los aritmóforos x y B, porque las relaciones de velocidad

$$\frac{dA_a}{dx_a}, \quad \frac{dA_a}{dB_a}$$

habrían de ser muy grandes en teoría ó infinitas en realidad, á causa de la modificación de los husillos. Pero esto en nada entorpece los cálculos, porque siempre es posible llevar los dos aritmóforos B y x á las posiciones que les corresponden, usando como motor el aritmóforo A cuando es necesario.

CAPÍTULO V

ECUACIONES ALGÉBRICAS

Cálculo de las raices imaginarias.

Una cantidad imaginaria, que en realidad contiene dos variables, el módulo y el argumento, se representará en las máquinas por dos desplazamientos.

Sea la ecuación

$$(10) \qquad \Sigma A x^m = 0$$

pondré

$$A = a\,(\text{sen. } \alpha + \cos. \alpha)$$
$$x = \rho\,(\text{sen. } \omega + \cos. \omega)$$

y la ecuación primitiva se transformará en estas otras dos

$$(11) \qquad \Sigma a \rho^m \text{ sen. } (\alpha + m.\omega) = 0$$
$$(11') \qquad \Sigma a \rho^m \cos. (\alpha + m.\omega) = 0$$

Para representar los módulos emplearé, como siempre, los aritmóforos logarítmicos, pero los argumentos los representaré por desplazamientos angulares proporcionales á los argumentos mismos. Esto no ofrece dificultad ninguna; el argumento de una variable nunca será mayor que 2π y en la construcción de monomios se han de hacer con los argumentos precisamente las mismas operaciones que con los logaritmos de los módulos.

Poniendo $(\alpha + m\omega) = \theta$ (el valor θ puede construirse muy fácilmente) las ecuaciones (11) y (11′) se escribirán en la forma

$$\Sigma a\rho^m \text{ sen. } \theta = 0$$
$$\Sigma a\rho^m \cos. \theta = 0$$

El logaritmo de un monomio $a\rho^m$ sen. θ se obtendría sumando el logaritmo de $a\rho^m$ y el de sen. θ, pero esto es impracticable, porque sen. θ es susceptible de valores negativos.

Puede evitarse la dificultad poniendo

$$\text{sen. } \theta = (c + \text{sen. } \theta) - c$$

y por consiguiente

$$\Sigma a\rho^m (c + \text{sen. } \theta) - c\Sigma a\rho^m = 0$$
$$\frac{\Sigma a\rho^m (c + \text{sen. } \theta)}{c\Sigma a\rho^m} = 1.$$

Siendo $c > 1$, $c +$ sen. θ es una cantidad esencialmente positiva y su logaritmo, una función circular de θ que puede construirse por medio de mecanismos sin fin. Sumándole con log. $a\rho^m$, se tendrá el logaritmo de uno de los sumandos del numerador; lo mismo puede obtenerse el de los demás, y—según quedó explicado en el capítulo III—el de la suma.

No hay, pues, ninguna dificultad en representar la ecuación

$$(12) \qquad \frac{\Sigma a\rho^m (c + \text{sen. } \theta)}{c\Sigma a\rho^m} = \mu$$

y lo mismo la de los cosenos

$$(12') \qquad \frac{\Sigma a\rho^m (c + \cos. \theta)}{c\Sigma a\rho^m} = \mu'.$$

Construidas las dos en una sola máquina y dando á todas las variables valores que satisfagan la ecuación (10), μ y μ' valdrán 1; fijando en esta posición sus dos aritmóforos, quedará evidentemente representada en la máquina la ecuación propuesta.

En este caso los coeficientes pueden elegirse arbitrariamente, dándoles valores positivos, negativos ó imaginarios, y pueden representarse en sus aritmóforos; siempre habrá valores de ρ y α que satisfagan la ecuación (10) y se leerán en sus aritmóforos correspondientes.

El único mecanismo nuevo necesario ahora es el que ha de servir para obtener log. $(c + \cos. \theta)$ en función de θ, es decir, para construir la ecuación

$$(13) \qquad \Phi_a = k\pi \log. (c + \cos. \theta)$$

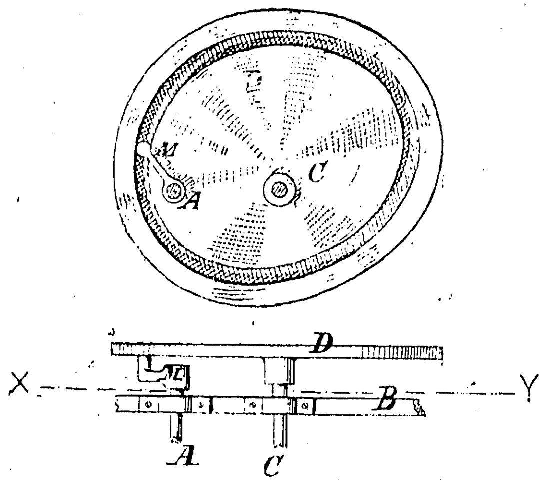
Es evidente que puede construirse empleando mecanismos sin fin; pero no he encontrado una solución satisfactoria, una solución sencilla y práctica y que permita emplear desplazamientos angulares bastante grandes.

Sin discutir los diferentes medios posibles, describiré uno de los más aceptables, que llamaré *transmisión de excéntrico y manivela.*

B (fig. 16) es una bancada que sirve de apoyo á los árboles A, C, cuyos extremos (única parte de ellos visible en el dibujo) llevan el platillo D, en el cual se ha labrado una ranura excéntrica r, y la manivela M, cuyo botón se introduce en la ranura.

Fig. 16.

Corte por X.Y.



(*Se continuará.*)

MOVIMIENTO DEL PERSONAL

OBRAS PÚBLICAS

INGENIEROS

El Ingeniero primero D. Ricardo Herrera y Ogáyar ha sido trasladado de la Jefatura de la provincia de Jaén á la Dirección Hidrológica del Guadalquivir, encargándose interinamente de dicha Jefatura.

Ha sido destinado á la Jefatura de la provincia de Palencia el Ingeniero segundo, Oficial segundo de Administración, recientemente promovido á dicho cargo, D. Francisco Rivero y Balbín que, como aspirante, servía en la provincia de Avila.

El Ingeniero segundo, Oficial segundo de Administración, promovido á dicha categoría últimamente, D. Joaquín Tafur y Funes, ha sido destinado á la división Hidrológica del Guadalquivir, de la Jefatura de la provincia de Almería, donde servía como aspirante á Ingeniero.

Ha sido trasladado de la provincia de Zaragoza á la de Tarragona el Ingeniero segundo, Oficial primero de Administración, D. Salvador Pérez de Laborda y Ezquerra

El Ingeniero segundo, Oficial segundo, D. Manuel Abascal Pérez, que servía en la provincia de Huesca, ha sido trasladado á la de Zaragoza.

Posiblemente quedará encargado en propiedad de la Jefatura de la provincia de Cuenca el Jefe de segunda clase, Jefe de Administración de cuarta clase, recientemente promovido á dicha categoría Sr D. Andrés Soriano é Ibarra, que como Ingeniero primero venía prestando sus servicios en dicha provincia.

El Ingeniero primero, Jefe de Negociado de cuarta clase, Sr. D. Rafael Martín de Arrúe, nuevamente ingresado en el servicio activo del Estado, ha sido destinado á la provincia de Santander.

IMPRENTA DE GREGORIO JUSTE
Pizarro, 15, bajo.