REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS

BOLETÍN

AÑO DE 1895. **Madrid 10 de Noviembre.** NÚM. 31.

MEMORIA

SOBRE LAS

MÁQUINAS ALGÉBRICAS

(Continuación.)

Estas piezas están fijas en sus árboles y sirven, según se ve con solo examinar la figura, para transformar un movimiento circular continuo de B en un movimiento circular alternativo de A y—si la ranura está convenientemente trazada—(1) para construir la ecuación (13). Pero la oscilación de la manivela ha de ser de muy escasa amplitud; inferior siempre á media circunferencia para evitar los puntos muertos.

La máquina (fig. 17) en que se han de representar las ecuaciones (11 y 11′) consta:

1.° De tres máquinas, iguales á la dibujada en la fig. 13, superpüestas, cuyos árboles se proyectan en J′, K′, L′; J, K, L y J″, K″, L″. Todas las ruedas S″ de la máquina central engranan con las correspondientes de las máquinas superior é inferior.

2.° De la máquina formada por los mecanismos montados en los árboles I′, I, I″, P, Ω que se dibujan en los cortes por I, P, Ω y por I′, I, I″.

En el primero de estos cortes se ve cómo se construyen los valores

$$\theta_h = \alpha_h + m\omega_h \text{ y } M_h = a_h + m\rho_h,$$

exactamente lo mismo que los valores m_h en la máquina fig. 14. En el segundo se representan las transmisiones de excéntrico y manivela, gracias á las cuales el desplazamiento del árbol I′ es $c + \cos.\,\theta$ y el de I″, $c + \text{sen.}\,\theta$, con lo cual quedarán construidos en M'_h y M''_h respectivamente los valores

$$\log.\, a\rho^m(c + \cos.\,\theta) \text{ y } \log.\, a\rho^m(c + \text{sen.}\,\theta).$$

La unidad angular de M'_h y M''_h será—si se adopta la disposición indicada en la figura—de signo contrario á la unidad de M.

Cada rueda M del árbol J engrana directamente con la rueda M correspondiente del árbol I;

Cada rueda M del árbol J′ se enlaza con la correspondiente del árbol I′, pero colocando entre ambas una parásita para tener en cuenta la diferencia de signos en las cantidades angulares, y

Cada rueda M del árbol J″ se enlaza con la correspondiente de I″ empleando también la parásita.

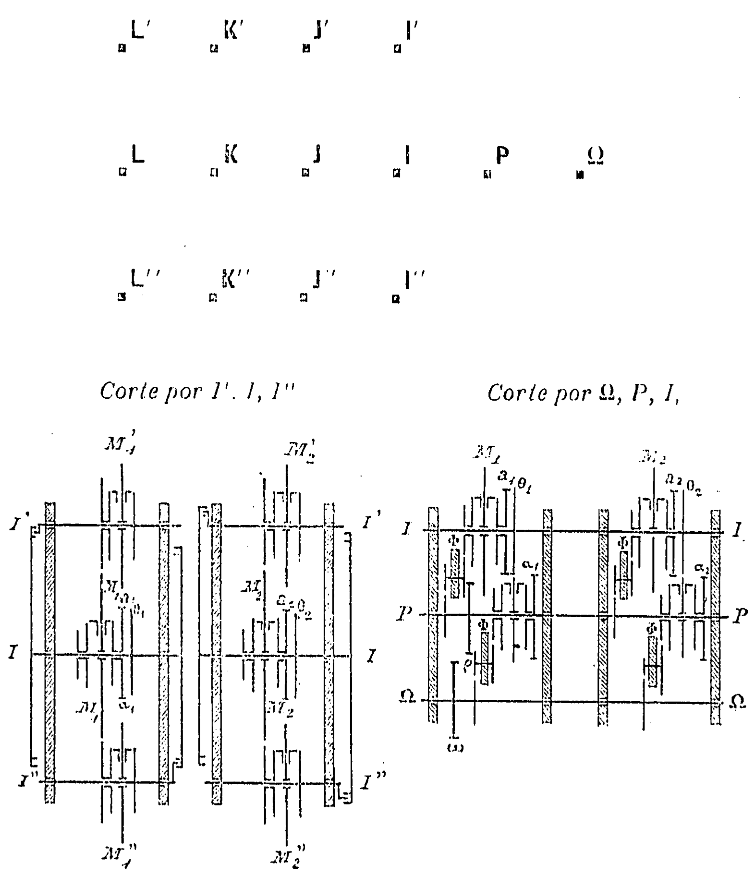
Para representar una ecuación (10) de r términos será preciso dejar locas todas las ruedas S′, S″ de las máquinas superpuestas, aflojar los embragues β y apretar los embragues γ, representar en los dos aritmóforos ρ, ω y en todos los aritmóforos a, α de los r

(1) Véase el apéndice II.

primeros elementos de la máquina, valores particulares que satisfagan la ecuación y fijar en su árbol las dos ruedas S''_r, S'_r del árbol L y las S''_r,—S'_r de los árboles L', L''.

Cada una de las sumas $c\Sigma a\rho^m$, $\Sigma a\rho^m(c+\cos.\theta)$ y $\Sigma a\rho^m(c+\text{sen}.\theta)$ quedará así representada en la rueda G_r de uno de los árboles I, I', I'' y—gracias á las conexiones establecidas entre estas tres ruedas por medio de las S'', S',—sus tres desplazamientos han de ser constantemente iguales, que es la condición necesaria para que la ecuación (10) quede representada.

Fig. 17.



Repitiendo m veces la misma combinación en una máquina, podrían representarse á un tiempo todas las raíces de una ecuación de grado m.

También se podría con los mecanismos ya descritos, convenientemente concertados, representar un sistema cualquiera de ecuaciones algébricas, pero todo esto que teóricamente no ofrece dificultad ninguna, exigiría máquinas complicadas.

Son sin duda ninguna aplicables á la resolución de ecuaciones transcendentes los principios expuestos en este folleto; pero no creo posible llegar á soluciones prácticas y juzgo inútil examinar esta cuestión en detalle. Solo haré observar que ciertas ecuaciones transcendentes, las que pueden escribirse en la forma

$$\Sigma[f(x)^m . \times f_1(v)^n . \times f_2(z)^p .....],$$

pueden calcularse con los mecanismos ya descritos poniendo

$$x_n = \log . f(x) ; y_n = \log . f_1(y) z_n = \log . f_2(z) ; . \ldots$$

y que algunas otras se construirán empleando mecanismos sin fin, pero acudiendo á husillos distintos de los descritos.

En resumen.

La Teoría Geométrica de los Mecanismos enseña á transformar unos movimientos en otros, enlazando varios móviles é imponiendo, mecánicamente, ciertas condiciones que han de satisfacer los valores simultáneos de sus desplazamientos.

La resolución de este problema permite, en teoría, construir máquinas que calculen las raíces de un sistema cualquiera de ecuaciones. (1)

En ciertos casos, entre otros en la resolución de ecuaciones algébricas, podrán construirse estas máquinas empleando sólo mecanismos sin fin.

Las máquinas calcularán algunas fórmulas con bastante exactitud para que puedan utilizarse en la práctica.

Esta última afirmación es ciertamente muy vaga, pero no hay datos experimentales que permitan precisarla más, y creo inútil tratar de suplirlos con lucubraciones teóricas.

APÉNDICE I

SOBRE ALGUNAS MODIFICACIONES DE LAS MÁQUINAS DESCRITAS

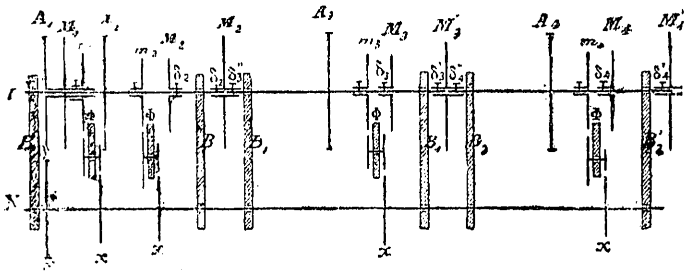
Indica el benévolo informe copiado al principio de este folleto, que convendría simplificar el sistema propuesto en la máquina fig. 14, para representar cada uno de los monomios, suprimiendo el tren epicicloidal y aplicando directamente al aritmóforo coeficiente el piñón del tren exponencial que corresponda.

Esto puede hacerse empleando, en vez de la máquina fig. 14, la máquina fig. 14'. Las ruedas $M_1, M_2, M'_2, M_3, M'_3 \ldots$ son iguales y están igualmente colocadas en ambas. Cabe sustituirlas una por otra y formar con las máquinas figuras 13 y 14' un aparato á propósito para representar una ecuación numérica cualquiera de $c + d$ términos. Según el número de éstos que sean posi-

(1) En los cálculos mecánicos no se presenta el problema capital del Algebra, la resolución de ecuaciones, cuyo objeto es expresar las relaciones ya formuladas entre las variables, en forma distinta, para que las incógnitas aparezcan como funciones explícitas de los datos.

Al construir las máquinas, estas relaciones no se formulan; se imponen, se construyen, y ellas manifiestan necesariamente, cualesquiera que sean los móviles motores y los arrastrados, ó en otros términos, cualesquiera que sean las variables conocidas y las desconocidas.

Fig. 14'



tivos y negativos, se establecerán todas las conexiones en la misma forma ya indicada (pág. 64), se dejarán locas las ruedas $m_1, m_2, m_3, \ldots$, se dará á x el valor 1 y á cada coeficiente el que le corresponda, se fijarán en sus árboles las ruedas $m_1, m_2, m_3, \ldots$, y se tendrá ya representada la ecuación numérica. Haciendo variar x, y viendo qué valores le corresponde cada vez que α vale 1, se hallarán las raíces positivas.

La simplificación así obtenida está á la vista; se suprime un tren epicicloidal por monomio. Esta es una ventaja indudable, y, si la máquina figs. 13 y 14' hubiera de funcionar siempre como *generador de polinomios*, no estaría contrapesada por desventaja ninguna; pero en ciertos casos originará esta simplificación algunos inconvenientes.

Supongamos, por ejemplo, que se trata de calcular varios valores x', x'', $x''', \ldots$ de una misma raíz, correspondientes á diversas series de valores,

$$\begin{array}{l} A'_1,\ A'_2,\ A'_3, \ldots\ldots \\ A''_1,\ A''_2,\ A''_3, \ldots\ldots \\ A'''_1,\ A'''_2,\ A'''_3, \ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}$$

de los coeficientes, en una cierta ecuación algébrica,

$$(14) \qquad f(A_1, A_2, A_3 \ldots x) = 0$$

y que, al pasar de una serie de coeficientes á la inmediata, cada uno de aquéllos varía muy poco.

Si se emplea el aparato figs. 13 y 14 se construirá la ecuación general (14) inmovilizando la rueda α_c (pág. 59); al pasar de los coeficientes $A'_1, A'_2, A'_3 \ldots$ á los $A''_1, A''_2, A''_3 \ldots$, la incógnita pasará automáticamente del valor x' al x'' y luego, del mismo modo, al x''', etc.

Empleando la máquina figs. 13 y 14' será necesario representar sucesivamente las ecuaciones numéricas:

$$\begin{array}{ll} (14') & f(A'_1,\ A'_2,\ A'_3 \ldots x) = \alpha' \\ (14'') & f(A''_1, A''_2,\ A''_3 \ldots x) = \alpha'' \\ (14''') & f(A'''_1, A'''_2,\ A'''_3 \ldots x) = \alpha''' \\ & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}$$

En este caso, después de haber calculado la raíz x', se hará marchar el aritmóforo x hasta que señale el valor 1, se dará á los coeficientes los valores de la ecuación 13'', y se hará girar otra vez el aritmóforo x hasta que represente el valor x''.

La diferencia entre los desplazamientos x'_a, x''_a, será en general pequeña (porque se ha supuesto que los coeficientes varían poco) y la marcha y contramarcha necesarias para pasar de uno á otro podrá ocasionar algún retraso, sobre todo cuando estos desplazamientos sean muy grandes en valor absoluto.

No es preciso, en verdad, dar á x el valor 1 para cambiar los coeficientes. El cambio puede hacerse en cualquier momento si se cuida de representar en cada uno de los aritmóforos A_1, A_2, A_3,.... el valor del monomio correspondiente; esta observación permitirá disminuir los movimientos inútiles, sin necesidad de cálculos enojosos, haciendo x igual á una potencia entera de 10, próxima á los valores x', x'', cuando sea necesario pasar de la primera serie de coeficientes á la segunda. Sin embargo, procediendo así, sería preciso ir más despacio para no equivocar la posición de la coma en cada monomio y esto anularía, en parte por lo menos, la ventaja conseguida.

Además para estudiar cómo dependen unas cantidades de otras en algunos casos particulares; para averiguar, por ejemplo, si la incógnita varía más ó menos rápidamente en función de tal ó cual coeficiente, ó si al oscilar éste entre ciertos límites pasa aquélla por máximos ó mínimos y para otras investigaciones por el estilo, la máquina figuras 13, 14 sería muy útil. Bastaría representar la ecuación general (14), hacer marchar los aritmóforos correspondientes á las variables arbitrarias y observar los resultados producidos. Con el aparato 13, 14' nada de esto puede hacerse.

Temo, en resumen, que las ventajas de la modificación propuesta no compensen sus inconvenientes; pero tiempo habrá, si mi deseo se logra y las máquinas algébricas se ensayan, de averiguarlo experimentalmente.

El examen de esta simplificación me ha llevado á idear otra análoga, que consiste en suprimir los trenes epicicloidales α_1, α_2,... de la máquina fig. 13.

La supresión puede hacerse cuando se calcula con la rueda α_c inmóvil, porque entonces el papel del tren epicicloidal se reduce á mantener la igualdad entre los desplazamientos P_a y N_a y esto se conseguirá mucho más fácilmente fijando en el árbol L las ruedas S_c y S_{c+d-1}, y apretando todos los embragues β.

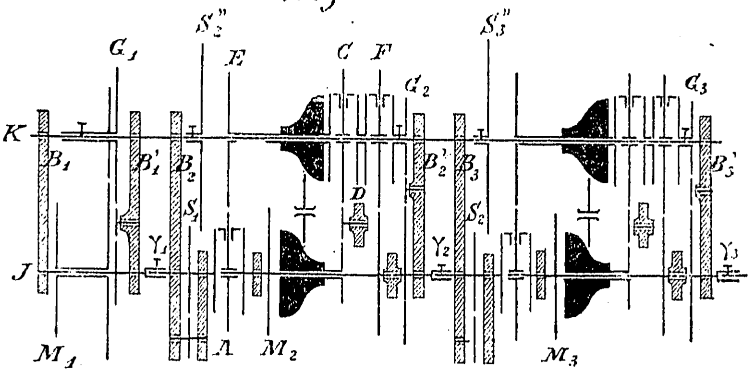
Tampoco habrá dificultad cuando se quiera imitar el método de tanteos. Se dispondrá la máquina de la misma manera, se fijarán todos los coeficientes menos uno (por ejemplo, el término independiente de x), se hará variar la incógnita y se observará cuándo el aritmóforo que se dejó libre señala el valor que en la ecuación le corresponde. Pero en realidad el cálculo mecánico se efectuará siempre de la misma manera, construyendo la ecuación de los desplazamientos y llevando los aritmóforos coeficientes á la posición que en cada caso particular les corresponda; para llegar á ella se empleará ó no como motor el aritmóforo x, según convenga para hacer marchar con más facilidad la máquina.

La variable z que introduje impremeditadamente en la fórmula (8) y como consecuencia en la máquina fig. 13, sólo sirve de estorbo, lo mejor es suprimirla, y entonces se puede suprimir también el árbol L adoptando la disposición indicada por la fig. 13' y el cuadro que la acompaña.

Al construir una ecuación se dispondrán las conexiones γ como se dijo en la pág. 64 y se fijarán en el árbol K las ruedas G_c y G_{c+d-1} dejando las otras locas.

Esta disposición me parece preferible á la primitiva, pero he conservado aquélla en la Memoria, porque á ella se refiere el Informe de la Academia y algunos de su párrafos no serían exactos aplicados á la máquina fig. 13'.

Fig. 13'.



DESPLAZAMIENTOS ANGULARES	Unidades angulares.	Desplazamientos numéricos.
$S_1a = k\pi \log. M_1 \ldots\ldots$	=	$k\pi \times \log. M_1$
$M_2a = -k\pi \log. M_2 \ldots\ldots$	=	$-k\pi \times \log. M_2$
$Aa = {}^1/_2(M_1a + M_2a) = {}^1/_2(k\pi \log. M_1 - k \log. \pi M_2)$	=	${}^1/_2 k\pi \times \log. \frac{M_1}{M_2}$
$Ea = -2pAa = -pk\pi \log. \frac{M_1}{M_2} \ldots\ldots$	=	$-pk\pi \times \log. \frac{M_1}{M_2}$
$H'a = -ipk\pi \log. \left(\frac{M_1}{M_2}+1\right) - mpk\pi \log. \frac{M_1}{M_2} \ldots$	=	$-ipk\pi \times \left[\log.\left(\frac{M_1}{M_2}+1\right) + \frac{m}{i}\log.\frac{M_1}{M_2}\right]$
$Ca = \frac{1}{2m} H'a = -\frac{pk\pi}{2}\left[\frac{i}{m}\log.\left(\frac{M_1}{M_2}+1\right) + \log.\frac{M_1}{M_2}\right]$	=	$-\frac{ipk\pi}{2m} \times \left[\log.\left(\frac{M_1}{M_2}+1\right) + \frac{m}{i}\log.\frac{M_1}{M_2}\right]$
$Da = 2Ca - Ea) = -\frac{ipk\pi}{m} \log. \left(\frac{M_1}{M_2}+1\right) \ldots$	=	$-\frac{ipk\pi}{m} \times \log. \left(\frac{M_1}{M_2}+1\right)$
$Fa = -\frac{ip}{2m} M_2a = \frac{ipk\pi}{2m} \log. M_2 \ldots\ldots$	=	$\frac{ipk\pi}{2m} \times \log. M_2$
$G_2a = 2Fa - Da = \frac{ipk\pi}{m}\left[\log. M_2 + \log.\left(\frac{M_1}{M_2}+1\right)\right]$	=	$\frac{ipk\pi}{m} \times \log. (M_1 + M_2)$

(*Se continuará.*)