

## NOCIONES PRELIMINARES

*Funciones.*—Cuando dos variables  $x$  é  $y$  están ligadas entre sí por una relación, en virtud de la cual los valores de una de las variables dependen de los que reciba la otra, se dice que la primera variable es función de la segunda. A esta última variable, cuya ley de variación es arbitraria, se la llama *variable independiente*.

Si consideramos á  $x$  como variable independiente y á  $y$  como función, la igualdad simbólica

$$y = f(x)$$

expresa de un modo general, y en abstracto, la ley de dependencia que liga los valores de  $y$  con los correspondientes de  $x$ . Claro es que si  $y$  depende de  $x$ , la recíproca es cierta;  $x$  dependerá de  $y$ .

Operando con la  $x$ , de todas las maneras posibles, por los procedimientos algebraicos (sumas, restas), obtendremos una infinidad de polinomios ó cocientes de polinomios, capaces de expresar la ley de dependencia algebraicamente. Estas funciones se llaman *algebraicas*.

Variando los coeficientes exponentes, podemos obtener una infinidad de polinomios ó fracciones en  $x$ , que corresponden á distintas leyes de variación de  $y$ ; pero no por esto debemos creer que todas las funciones puedan expresarse por polinomios algebraicos ó cocientes de polinomios.

El arco  $s$  de elipse, contado á partir del eje de las  $y$ , y la abscisa  $x$  correspondiente, deben estar ligados por alguna relación. El seno de un arco de círculo varía con dicho arco. El ángulo  $\theta$ , que forma con la vertical el péndulo en una posición cualquiera, depende, evidentemente, del tiempo  $t$  transcurrido desde que aquél ocupó la posición vertical. Podemos, pues, escribir

$$s = f(x), \text{ sen } x = \varphi(x), \theta = \psi(t);$$

pero si queremos determinar la forma de las funciones  $f$ ,  $\varphi$ ,  $\psi$ , nos encontraremos con que ninguna función algebraica es capaz de expresar, en términos finitos, aquellas leyes de variación. Siowille demostró, en una Memoria, la imposibilidad para las funciones elípticas. Fácil nos sería demostrarlo para las citadas y para otras muchas que pudieran presentarse; pero nos basta hacer constar este hecho, en virtud del cual aparecen otras nuevas funciones llamadas *transcendentes*.

Hemos dicho que las funciones transcendentales no pueden expresarse por polinomios algebraicos en términos finitos. Se ha hecho esta salvedad porque muchas de las funciones transcendentales pueden expresarse algebraicamente con tal que el número de términos sea infinito. Esta solución la proporcionan las *series convergentes*, que no definiremos por sernos perfectamente conocidas.

(Se continuará.)

JUAN GONZÁLEZ PIEDRA.

## Puentes de fábrica articulados en los arranques y en la clave.

Desde que fueron dados á conocer en la prensa técnica los primeros puentes de fábrica articulados por medio de placas de plomo interpuestas en las juntas de las dovelas de la clave y de los arranques, construídos por el ingeniero Leibbrand en Alemania, hemos procurado tener á nuestros lectores al corriente de los progresos realizados en esta materia, que ofrece un interés excepcional para los ingenieros.

El año 1891 publicamos una primera serie de artículos, en los números 21, 22 y 23, dando cuenta de los primeros estudios y de la construcción de los puentes de Hofen, sobre el río Enz (de 28 metros de luz y 2,<sup>m</sup>80 de flecha); de Wildbab, sobre el mismo río (15,<sup>m</sup>60 y 3,<sup>m</sup>25); Neuneck, sobre el río Glatt (17 metros y 3,<sup>m</sup>00); y de Marbach, sobre el Murr (32 metros y 3,<sup>m</sup>10).

Posteriormente hemos descrito, en artículos ó notas más ó menos extensas: el puente de la Coulouvrenière, sobre el Ródano, en Ginebra (37 metros de luz y 4,<sup>m</sup>80 de flecha), con articulaciones de viguetas metálicas, en el número 6 del primer semestre de 1896; el de Inzigkofen, sobre el Danubio (43,<sup>m</sup>00 de luz y 4,<sup>m</sup>38 de flecha), también con articulaciones metálicas, en el número 20 del segundo semestre del mismo año; el 30 de Diciembre de 1897 describimos el puente ya muy importante de Munderkingen, sobre el Danubio (de 59 y metros de luz y 5 de flecha, con 8 metros de ancho útil); y en el número 1.205, correspondiente al 27 de Octubre último, dimos una noticia sucinta acerca del puente de Inmau, sobre el río Eyach, de 30 metros de luz, rebajado al  $\frac{1}{10}$  y construído con articulaciones de granito.

Más recientemente aún, en nuestro número 1.208, correspondiente al 17 de Noviembre último, hablamos de un puente proyectado por nuestro compañero D. José Eugenio Ribera para el río Nalón, en la carretera de Oviedo á Soto del Barco, también de hormigón y articulado, de 50 metros de luz y rebajado al  $\frac{1}{10}$ .

El asunto despierta, con razón, mucho interés, pues se trata de un sistema de construcción llamado indudablemente á adquirir gran desarrollo, permitiendo ampliar las luces, hasta ahora reducidas, á las cuales se pueden aplicar únicamente en la actualidad los puentes de fábrica, por razones económicas. Como prueba de que interesa á los ingenieros esta materia, podemos afirmar que son muchos los que nos han consultado acerca de la literatura referente á ella.

En el tomo correspondiente al tercer trimestre de 1898 de los *Annales des Ponts et Chaussées*, que acaba de publicarse, hemos leído una memoria del Inspector general francés M. Bourdelles, en la cual se resume toda la doctrina admitida actualmente respecto á los puentes de hormigón con tres articulaciones. Y en vista de la importancia del asunto, nos proponemos publicar en varios números de la REVISTA, la traducción *in extenso* de ese interesante trabajo, pues no creemos deber contentarnos con dar á conocer á nuestros lectores un extracto ó un simple resumen de él, tratándose de una materia de mucha actualidad y de gran importancia.

## INTRODUCCIÓN

1. El problema de la triple articulación de los arcos no es nuevo. Ya, en 1854, J. Poirée proponía recurrir, para los puen-

tes de fundición, á esta combinación, cuya primera idea atribuía á Polonceau y á Stephenson.

En 1860, Manton indicaba las ventajas que ofrecen los puentes metálicos. En su interesante memoria sobre los arcos metálicos rebajados, M. Darcel insistía sobre estas ventajas, y las precisaba, haciendo observar principalmente:

1.º La sencillez y el rigor que este sistema de construcciones permite introducir en el cálculo de los arcos.

2.º La invariabilidad casi absoluta que asegura á la curva de presiones, la cual pasa siempre por las tres articulaciones, cuyas posiciones son sensiblemente fijas.

3.º Las garantías que proporciona, por consiguiente, contra todas las indeterminaciones que resultan de la deformación de las cimbras, del asiento ó de la separación de los estribos, de las imperfecciones del empotramiento en los arranques del arco y, sobre todo, de la influencia de las variaciones de la temperatura.

A pesar de tan sólidas razones, la causa de la triple articulación está lejos de haber triunfado. Aun en la actualidad, sólo se pueden contar, y esto limitándonos á los puentes metálicos, algunas raras aplicaciones de este sistema, entre las cuales citaremos el puente construido sobre el Saf-Saf (1) en 1889 y el puente de Aléjandro III.

En lo tocante á los puentes de fábrica, el Inspector general de puentes y calzadas J. Dupuit llamó la atención, ya en 1870, sobre las ventajas que resultarían de llevar la curva de presiones hacia el centro de las juntas de las dovelas inmediatas á los arranques. Pero sólo en 1877 propuso el Inspector general señor Brosselin disposiciones que permitían realizar, hasta cierto punto, la triple articulación. Consistían en colocar en la clave y en las juntas de rotura dos filas de dovelas de sillería de una resistencia superior á la de las fábricas que constituían el resto de la bóveda, y en utilizar esta diferencia de resistencias para reducir el espesor de la junta comprendida entre estas filas de dovelas, alejando así de las aristas la curva de presiones, y disminuyendo, por lo tanto, la presión máxima que tienen que resistir las otras regiones de la bóveda.

«Es posible asignar, decía M. Brosselin, á las bóvedas dispuestas de este modo, espesores mucho más reducidos que los admitidos hasta ahora.

»Esta disminución de espesor presenta grandes ventajas; permite realizar, en el cubo de las fábricas que constituyen la bóveda propiamente dicha, una economía notable. Disminuye el empuje en la clave y el peso que tienen que sustentar las pilas y los estribos, lo cual permite reducir su espesor. Las cimbras, por hallarse menos cargadas, pueden también ser más ligeras, y de todas estas circunstancias resultan economías apreciables.»

M. Brosselin indicaba que convendría, en general, formar la junta reducida con mortero de cemento, pero que podían emplearse también otros materiales, tales como el plomo y el estaño.

Decía además que, según la resistencia de los materiales empleados en las dovelas y en la junta reducida, el espesor de ésta podía variar entre la mitad y la quinta parte del espesor de la bóveda, y finalmente, se expresaba en estos términos:

«Cuanto menor sea el espesor de estas juntas, más pequeña será la amplitud de las oscilaciones posibles de la curva de presiones, más satisfactoria la estabilidad de la bóveda para una resistencia dada, y mayor la reducción posible del espesor de la bóveda, aumentando al mismo tiempo la resistencia.»

Esta ingeniosa idea no ha sido aplicada en Francia, pero ha sido muy bien acogida en Alemania, donde el presidente señor Leibbrand la ha llevado á la práctica, después de haber realizado experimentos muy completos sobre la resistencia de las juntas reducidas de plomo, á las cuales dió en un principio la preferencia. Desde 1886 se han construido muchas obras de gran importancia con juntas de espesor reducido en los arranques y en la clave. Sin embargo, estas juntas sólo se mantenían así abiertas durante la construcción, y después del descimbramiento se rellenaban con mortero de cemento, de modo que, en definitiva, la bóveda quedaba empotrada como todas las antiguas.

Posteriormente M. Max Leibbrand ha renunciado al empotramiento en el puente que ha construido recientemente sobre el río Eyach, cerca de Imnau. Ha constituido, lo mismo en los arranques que en la clave, verdaderas articulaciones formadas de sillares de granito, labrados de manera que se encajan unos en otros con ensamblaje de grano de cebada de superficie de contacto circular, que permite la rotación de la junta.

Anteriormente, en 1895, el mismo ingeniero había construido sobre el Danubio, en Inzigkofen, un puente de fábrica de 43 metros de luz, rebajado al décimo, y dotado de tres articulaciones metálicas que giraban sobre rótulas de fundición, con disposiciones análogas á las adoptadas en los puentes metálicos.

Todas estas obras, construídas las más veces con hormigón de cemento, empleando este último material en pequeñas dosis, y con espesores relativamente pequeños, han dado, según parece, excelentes resultados, sobre todo desde el punto de vista de la economía y de la rapidez de la ejecución. Han adquirido hoy la sanción de una experiencia bastante prolongada, y no se ponen ya en duda, al menos en Alemania, sus numerosas ventajas.

La cuestión es digna, por lo tanto, de que se fije en ella la atención de los ingenieros en Francia, donde el sistema de la triple articulación permanece en un olvido que no merece. Sin embargo, en este país fué preconizado por vez primera y hasta se puede decir que, en lo referente á las bóvedas de fábrica, M. Brosselin es el verdadero promotor (1).

El estudio que presentamos tiene por objeto probar la gran superioridad de este sistema sobre los que se han aplicado hasta hoy día, y poner en evidencia los recursos que puede suministrar al arte del ingeniero, sobre todo para los puentes rebajados de grandes luces.

(Continuará.)

## BIBLIOGRAFIA

Obras españolas sobre materias relacionadas con la ingeniería publicadas en el segundo semestre de 1898.

Aguirre (D. Antonio).—Movimiento de tierras, fundaciones, andamios, talleres, etc.—Tomo I de la «Pequeña enciclopedia práctica de construcción», publicada bajo la dirección de L. A.

(1) Puente de arco metálico de 68 metros de luz y 6<sup>m</sup>,70 de flecha construido por la Compañía Fives-Lille en la línea de Tabia á Tlemcin, Oeste de Argelia.

(1) Véanse nuestros artículos de 1891.