

del agua, y por la convexa ó del agua había de subir perpendicular ó igual.

El aliviadero de superficie que había de llevar á verter las aguas al río á 130 varas (100,36 metros) del dique, debía consistir en un cauce de 16 palmos (3,088 metros) de ancho, situado á 70 varas (54,04 metros) de distancia de dicho dique.

Los materiales con que se había de ejecutar la fábrica debían ser: sillería de 3 y 4 palmos (0,579 ó 0,772 metros) de entrega ó grueso procedente de las canteras que estaban á la distancia de cuatro caminos de un carro al día, para las dos caras del paredón, y piedra de las inmediaciones para el interior del mismo. La cal y la arena deberían proceder también de las inmediaciones á la obra.

En el centro de la fábrica se proyectaba un conducto de sillería para la salida del agua, cuya latitud era de 5 palmos (0,965 metros) con 7 (1,351 metros) de elevación, contada ésta sobre el suelo del conducto que se situaba al nivel de la superficie del río. Los sillares de los estribos y del suelo deberían unirse entre sí por medio de fuertes grapas de hierro.

Este conducto se había de interceptar en el centro de su longitud por medio de una puerta ó rasera de bronce de bastante grueso, y embebida en esta puerta se proyectaba otra de menores dimensiones y del mismo metal, sirviendo la primera para desaguar el pantano cuando fuese necesario, y la segunda para dar más ó menos agua, según las necesidades del riego.

Sobre este conducto central se proyectaba una bóveda de cantería de 21 palmos (4,053 metros) de fondo y 44 (8,492 metros) de circunferencia, la cual se juzgaba bastante capaz para contener el mecanismo que en ella se había de poner para subir y bajar las puertas cuando conviniere.

En la parte cóncava de la obra se habían de construir dos machones para contener el agua que saliese por el conducto central, evitando el daño que de otra suerte podía ocasionar en el paredón principal, y con objeto de que esta agua fuese perdiendo la rapidez con que infaliblemente saldría por la fuerza del peso, se aumentaba poco á poco la distancia entre sus caras interiores. La longitud de estos machones era de 65 palmos (12,545 metros) y su grueso de 10 (1,93 metros), de los cuales 4 (0,772 metros) deberían ser de cantería y los 6 (1,158 metros) restantes de argamasa. El suelo del conducto de salida de aguas se prolongaba con un espesor constante de 7 palmos (1,351 metros) en todo el espacio comprendido entre los dos mencionados machones, con el fin de evitar toda clase de socavaciones en el terreno del río.

El presupuesto para la ejecución de este proyecto se fijó en 20.000 libras jaquesas (94.117,64 pesetas) y la extensión de la zona regable se calculó en 5.436 cahices de 20 cuartales ó sean 2.544 hectáreas.

Este pensamiento ó proyecto fué aprobado por una Real cédula expedida por Carlos II en 11 de Junio de 1698, mas no pudo llevarse á vías de realización en dicha época por causas que no se expresan.

En 1712 se volvieron á practicar gestiones, y el señor Marqués de Castelar, á fines de 1718, presentó al Ayuntamiento de Zaragoza un nuevo proyecto redactado por Josef de Ollet, que introducía algunas modificaciones en el que había sido aprobado en 1698.

En este nuevo proyecto se admitían las disposiciones

del primitivo, variando las dimensiones del dique. La profundidad del cimiento se aumentaba en 10 ó 12 palmos (1,93 ó 2,316 metros) con objeto de llegar á pie fijo, y su latitud ó grueso se extendía á 80 palmos (15,44 metros) en toda la circunferencia de la obra. El resto de ésta tenía 110 palmos (21,23 metros) de altura. Su forma era igual á la del primitivo proyecto, pero se aumentaba su espesor hasta tener en la base 70 palmos (13,51 metros) y 40 (7,72 metros) en la coronación, la cual se proyectaba de cantería y en forma de cerro con dos vertientes para expeler el agua de las lluvias.

A pesar de estas variaciones, que aumentaban el volumen de la obra, el presupuesto primitivo se rebajó hasta dejarlo en 16.000 libras jaquesas (75.294,23 pesetas), sin perjuicio de aumentar después esta cifra si llegaba á ser necesario.

Aprobado este nuevo proyecto en 25 de Febrero de 1719, mandóse dar principio á las obras y que la ciudad de Zaragoza las pagase, usando para este fin de la sisa de dos dineros de plata que estaba autorizada á cobrar para la construcción del puente de madera que había entonces sobre el Elbro.

Después de varias interrupciones por falta de fondos y de haber tenido que aumentar el presupuesto de las obras en 4.000 libras jaquesas (18.823,41 pesetas), el pantano quedó completamente terminado en 1743.

Su duración fué muy corta; el día 20 de Junio de 1766 se rompió el dique, y aunque esto debió ser de terribles consecuencias para la zona regable, pues, como se verá en otro artículo, al ocurrir la ruptura del dique necesariamente tenía que haber gran carga de agua en el pantano, nada se sabe de las proporciones del suceso ni nada consta en parte alguna de las causas que pudieron motivarlo. En el próximo artículo publicaremos estas causas.

Muchos años transcurrieron después sin que se intentara la construcción del dique. El año 1828 se empezó á trabajar en ese sentido, y aunque de entonces acá podríamos citar muchas gestiones á dicho fin encaminadas, las omitimos, porque todas ellas resultaron estériles, como estériles y contraproducentes han sido las leyes de 20 de Febrero de 1870 y de 27 de Julio de 1883, dictadas para fomentar los riegos, á las que forzosamente tuvo que someterse el Sindicato del Huerva. Sólo prescindiendo de dichas disposiciones legales y recurriendo á la ley especial de 5 de Septiembre de 1896 han podido vencerse todos los obstáculos y asegurar de un modo indefectible la reconstrucción del dique de Marimarta en la jurisdicción municipal de Mezalocha.

ANTONIO LASIERRA.

TEORÍA DE LAS FUNCIONES ELÍPTICAS ⁽¹⁾

Extracto de las conferencias dadas por D. José Echegaray en el Ateneo de Madrid.

Funciones derivadas.—De cada función, de las ya conocidas, se deducen otras muchas por derivaciones sucesivas.

(1) Véase el número 1.216.

Derivada de una función, es el límite del incremento de esa función al de la variable, cuando éste tiende hacia cero,

$$\lim \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx} = f'(x).$$

No insistiremos sobre estas funciones derivadas, pues nos son ya perfectamente conocidas; únicamente hablaremos algo sobre una cuestión muy discutida. *¿Existe siempre la derivada?*

Los matemáticos han admitido por mucho tiempo, como evidente, la existencia de la derivada, en el caso de ser la función continua. Ya sabemos cómo lo demostraban: construían la curva representativa de la función $y = f(x)$, referido á dos ejes rectangulares; y se veía que la derivada, en cada punto, estaba representada por el coeficiente angular de la tangente, perfectamente determinado y finito, salvo en ciertos puntos *singulares*, los cuales, si existían, era siempre en número muy limitado.

Esto, aunque parece muy sencillo, no es cierto tan en general como lo admitían los citados matemáticos. Hay *funciones continuas* que tienen su derivada indeterminada en puntos que no son singulares; más aún: hay funciones que, á pesar de su continuidad perfecta, tienen la derivada completamente indeterminada en todos sus puntos.

No vamos á hacer una demostración matemática de esta resta; vamos sólo á presentar una *imagen* que nos haga concebir la posibilidad de que aquello suceda.

Consideremos una serie discontinua de puntos, y alrededor de cada uno de ellos una espiral que tenga al punto correspondiente por polo. Imaginemos que los puntos se aproximan indefinidamente hasta dar lugar á una curva continua; concibamos, al mismo tiempo, que cada espiral va transformándose por ley de continuidad, dando lugar á otras cuyas espiras son cada vez más próximas, más apretadas; y que, en el límite, cada espiral, decreciendo de este modo, llega á condensar el número infinito de sus espiras en el punto que la servía de polo. Llegado ese límite, la curva continua, lugar geométrico de los polos, puede, á la vez, considerarse como un conjunto de espirales. La tangente, en un punto cualquiera de la curva, será la tangente á la espiral correspondiente; pero esta tangente es indeterminada, luego el coeficiente angular, que representa la derivada, lo es también en todos los puntos de la curva.

Repetimos que el razonamiento precedente no tiene el rigor matemático de una demostración, pero sirve, sin embargo, para hacer concebir la posibilidad de que una función continua tenga la derivada indeterminada para cualquier valor de la variable.

Funciones integrales. — Resuelto el problema general del cálculo diferencial, se presenta al matemático la resolución del problema inverso.

El cálculo diferencial nos dice cuál es la derivada $f'(x)$ de una función conocida $f(x)$. El cálculo integral plantea el problema inverso. ¿Cuál es la función, $f(x)$, capaz de tener por derivada $f'(x)$?

Nosotros concebimos que siempre existirá una función (ó varias) capaz de resolver el problema, y que esa función desconocida, debiendo estar ligada con la derivada, podrá representarse por una función de dicha derivada

$$f(x) = Y [f'(x)],$$

en la cual el símbolo Y expresa una operación contraria á

la derivación y el problema queda reducido á determinar la función Y .

Pero no es esta la manera de considerar el problema en el cálculo integral. El modo corriente de hacerlo es: definir la función $f(x)$ por la expresión

$$f(x) = \int_{x_0}^x f'(x) dx.$$

¿Qué representa el segundo miembro? El segundo miembro representa, según sabemos, el límite de la suma

$$\sum_{x_0}^x f'(x) \Delta x,$$

cuando Δx tiende hacia cero.

Fácil es demostrar que la función definida de este modo es la integral de $f'(x)$. Construyamos la curva $f'(x)$ referida á dos ejes de coordenadas; la expresión $\int_{x_0}^x f'(x) dx$ estará representada por el área comprendida entre la curva, el eje de las x y las ordenadas correspondientes á las abscisas x_0 y x ; el incremento de la función $f(x)$, para un incremento dx de la variable, será

$$dy = f'(x) dx,$$

luego la derivada de $f(x)$ será $f'(x)$, como se quería demostrar.

(Continuará.)

JUAN GONZÁLEZ PIEDRA.

INSPECCIÓN CENTRAL DE SEÑALES MARÍTIMAS

Apreciables colegas en la prensa se ocuparon con juicios altamente favorables de la reforma que implica el Real decreto de 28 de Enero último.

Sobre este particular recibimos también hace días atenta carta del Sr. Presidente de la Junta Consultiva de Caminos, Canales y Puertos, que contiene la siguiente autorizada opinión:

«Con gran satisfacción he leído el número de esa *Revista* de 30 de Enero último, dedicado exclusivamente á la publicación del Real decreto del 28 creando la *Inspección central de señales marítimas*. Ha tenido esa Redacción una excelente idea en dar á conocer al público el alcance y la grandísima importancia de dicha soberana disposición, que ha de sacar nuestro anticuado sistema de alumbrado y valizamiento de las costas y puertos del lamentable estado de atraso en que se encuentra respecto á lo que hoy se halla establecido en todas las naciones civilizadas y no dudo que todos los Ingenieros lo habrán aplaudido.

»Plácemes merece también esa Redacción por los elogios que tributa á los que han contribuido á la publicación del mencionado Real decreto, Sres. Sagasta, Ministro de Fomento; Arias Miranda, Director general de obras públicas; Sanz, Subdirector y Jefe del Negociado de Puertos, y De Federico, Diputado á Cortes, pues todos ellos merecen bien del país por la parte que cada uno ha tenido en tan importantísimo asunto; pues justo es que se premie con el aplauso unánime lo que tan beneficioso ha de ser para las marinas de todas las naciones y que ha de redundar en el crédito de esta hoy desdichada España, que no se abate por los reveses de la fortuna, y que en medio de sus que-

(1) Véanse los números de 2 de Abril y 15 de Octubre de 1896.