brantos no olvida los más sagrados deberes de la humanidad».

Descartando, aunque agradeciendo sinceramente, los elogios inmerecidos que dedica á esta Redacción por haber prestado atención especial á dicho Real decreto, encontramos muy justificados los de las personalidades mencionadas y no lo serían menos los que se tributasen á la Junta Consultiva de Caminos por haber expuesto en 1896 á la Superioridad la necesidad del estudio de la reforma de los planes del alumbrado marítimo y valizamiento vigentes (1) y al Sr. Alvarez Núñez en particular en lo que se refiere al establecimiento del museo de aparatos y accesorios de los diversos modelos usados en los faros que propuso desde la Dirección de la Escuela.

Como se ve, se confirma la primera impresión que consignamos en nuestro número extraordinario. Ahora lo que hace falta es que las Cortes reconozcan igual importancia á este asunto de interés general, en los Presupuestos.

REVISTA EXTRANJERA

Empuje de tierras.—Aplicación á las obras públicas de la fórmula de Boussinesq (1).

Designemos por:

φ, el ángulo natural del talud de las tierras con el horizonte;

α, el ángulo del mismo talud con la vertical;

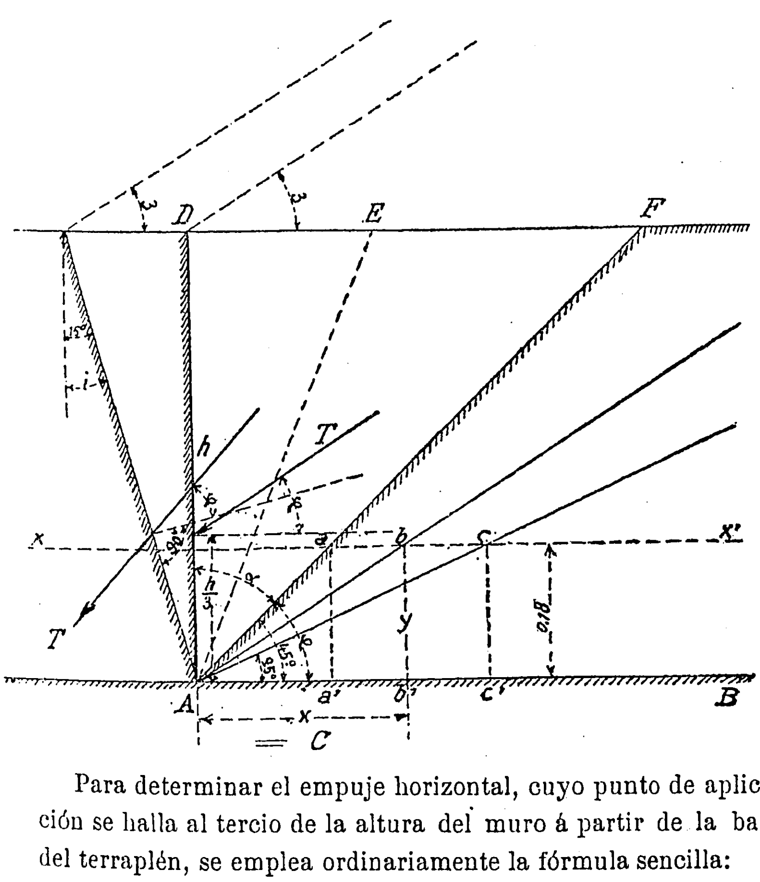
i, el ángulo que forma el paramento posterior del muro con la vertical;

ω, el ángulo del plano superior del terraplén con el horizonte;

h, la altura del terraplén;

π, el peso del metro cúbico de tierra.

Tracemos la bisectriz A E del ángulo α (figura adjunta).



Para determinar el empuje horizontal, cuyo punto de aplicación se halla al tercio de la altura del muro á partir de la base del terraplén, se emplea ordinariamente la fórmula sencilla:

$$Q = \operatorname{tang}^2 \frac{\alpha}{2} \frac{\pi h^2}{2}.$$

la cual se puede resolver con los datos de la figura. Son conocidos, en efecto, α, h y π, y se sabe además que $\mathrm{D\,E} = h \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2}$.

Mas se obtienen así empujes exagerados á los cuales hay que oponer un volumen de fábrica mayor que el estrictamente necesario.

El empuje exacto, ó por lo menos muy aproximado, se deduce de la fórmula:

$$T = \frac{k}{\cos \varphi} \frac{\pi h^2}{2 \cos^2 i}$$

dada por Boussinesq (1); pero el cálculo del coeficiente k es bastante penoso. Para simplificar las operaciones, el Inspector general, M. Flamant, formó unas tablas, publicadas en el número de Abril de 1885 de los *Annales des ponts et chaussées*, las cuales dan, en todos los casos usuales en la práctica, el coeficiente C por el cual hay que multiplicar el factor $\frac{\pi h^2}{2}$ para obtener el valor T del empuje. Estas tablas han sido reproducidas por el Ingeniero Jefe Sr. Résal en la *Enciclopedia de obras públicas.* (Puentes de fábrica, 1er tomo); aplícanse á los casos en que

φ está comprendido entre 21° y 45°
i — — 0° y 25°
y ω — — 0° y 45°

M. Flamant ha determinado también T por un procedimiento gráfico aproximado que se puede ver en los *Annales des ponts et chaussées* de 1885 y en la *Enciclopedia de obras públicas.* (Estabilidad de construcciones y resistencia de materiales).

Por desgracia, el empleo de este método racional no parece que se pueda extender fácilmente. Hemos creído que los prácticos utilizarían sus resultados, si poseyeran, para la determinación exacta del empuje de las tierras, un procedimiento enteramente elemental, fácil de retener en la memoria, y que no exigiera el uso de tablas. Esta es la razón que nos induce á dar á conocer un procedimiento empírico muy sencillo, y que da resultados sensiblemente exactos dentro de los siguientes límites:

$\omega = 0$, explanación horizontal,
φ comprendido entre 25° y 45°
i — — 0° y 16°

Entre estos límites están comprendidas las aplicaciones más frecuentes en obras públicas.

El siguiente cuadro da por una parte las cifras obtenidas por M. Flamant (valores exactos de C) y por otra, los resultados que se obtienen por el método empírico que indicamos más adelante (valores aproximados de C).

Las diferencias se hallan inscritas en una columna encabezada: diferencias + ó —.

Como se ve, los coeficientes aproximados son sensiblemente iguales á los exactos. La mayor diferencia positiva absoluta corresponde á $\varphi = 24°$, é $i = 10°$.

Afectando el término $\frac{\pi h^2}{2}$ del coeficiente aproximado 0,505, se obtendría un valor del empuje que excedería del verdadero próximamente en $^1/_{11}$.

El mayor error negativo absoluto tiene lugar para $\varphi = 45°$ é $i = o$ La aplicación del coeficiente aproximado 0,180 daría un empuje inferior al verdadero en $^1/_{16}$ de este último.

(1) *Nouvelles Annales de la construction*, Ch. Maurel.

(1) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 17, 24 y 31 de Mayo y 7 de Abril de 1884.

VALORES DE C PARA $\omega = 0$ Y $\varphi =$

Valores de i.	24°			27°			30°			33°			36°			39°			42°			46°		
	Exactos.	Aproximados.	Diferencias ±.	Exactos.	Aproximados.	Diferencias ±.	Exactos.	Aproximados.	Diferencias ±.	Exactos.	Aproximados.	Diferencias ±.	Exactos.	Aproximados.	Diferencias ±.	Exactos.	Aproximados.	Diferencias ±.	Exactos.	Aproximados.	Diferencias ±.	Exactos.	Aproximados.	Diferencias ±.
0°	0,391	0,405	+ 14	0,354	0,533	— 1	0,319	0,312	— 7	0,289	0,277	— 12	0,261	0,248	— 13	0,236	0,222	— 14	0,213	0,200	— 13	0,192	0,180	— 12
5°	0,425	0,455	+ 30	0,387	0,403	+ 16	0,352	0,362	+ 10	0,324	0,327	+ 3	0,297	0,298	+ 1	0,272	2,272	0	0,249	0,250	+ 1	0,230	0,230	0
10°	0,464	0,505	+ 41	0,428	0,453	+ 25	0,393	0,412	+ 19	0,366	0,377	+ 11	0,340	0,348	+ 8	0,316	0,322	+ 6	0,294	0,300	+ 6	0,275	0,280	+ 5
15°	0,512	0,555	+ 43	0,475	0 503	+ 28	0,455	0,462	+ 17	0,418	0,472	+ 9	0,392	0,398	+ 6	0,370	0,370	0	0,350	0,350	0	0,333	0,330	— 3

Consideremos los coeficientes C para todos los ángulos φ dados en el cuadro y para $i = o$, como abscisas x medidas desde la arista posterior A del muro, y calculemos la ordenada y correspondiente á cada uno de los ángulos φ por la relación $y = x \operatorname{tang} \varphi$; obtendremos, para

	$\varphi =$	24°	27°	30°	33°	36°	39°	42°	45°
y	$C = x =$	0,391	0,354	0,319	0,289	0,261	0,236	0,213	0,192
	$y =$	0,173	0,180	0,181	0,187	0,189	0,191	0,191	0,192

Supongamos, por el contrario, uniformemente $y = 0{,}180$ y calculemos $C = x$ por la relación $x = \frac{y}{\operatorname{tang} \varphi}$; se obtendrá

$$C_1 = 0{,}405 \; 0{,}353 \; 0{,}312 \; 0{,}277 \; 0{,}248 \; 0{,}222 \; 0{,}200 \; 0{,}180.$$

Estos coeficientes C_1 son precisamente las cifras aproximadas que figuran en el cuadro precedente para $i = o$.

Los coeficientes aproximados, aplicables al caso en que el paramento posterior del muro tiene talud, se obtienen añadiendo á las cifras precedentes 0,010 por cada grado del talud i del muro. Así es que para

$$\varphi = 33° \text{ é } i = o \text{ se obtiene: } C = \ldots\ldots\ldots\ldots \; 0{,}277$$
$$\text{y para } \varphi = 33° \text{ é } i = 5° \quad — \quad — \quad C = 0{,}278 + 5 \times 0{,}010 = 0{,}327$$

Dedúcese de aquí la sencilla regla empírica siguiente:

El coeficiente C por el cual se debe multiplicar el término $\frac{\pi h^2}{2}$ *para obtener el empuje de las tierras se obtiene:*

1.° *Cuando el paramento posterior del muro es vertical* $(i = o)$ *por la relación:*

$$C = \frac{0{,}18}{\operatorname{tang} \varphi}.$$

2.° *Cuando el paramento posterior del muro presenta un talud medido por el ángulo i, añadiendo al primer resultado, para el ángulo dado* φ, 10 *milésimas* (0,010) *por cada grado del ángulo i.*

Observemos que la determinación gráfica de $C = \frac{0{,}18}{\operatorname{tang} \varphi}$ es sumamente sencilla.

Trácese, en una escala cualquiera, una horizontal xx' á 0,18 sobre la base horizontal A B común para todos los ángulos φ; desde los puntos de intersección a, b, c, ... de esta horizontal con los otros lados de los ángulos φ, bájense las ordenadas aa', bb', cc', ... Las distancias Aa', Ab', Ac' ..... dan, en la escala adoptada, los valores del coeficiente C para cada uno de los ángulos φ y para $i = o$.

Dentro de los límites indicados, el empuje T forma siempre con la normal al paramento posterior del muro un ángulo igual á φ; está aplicado á este paramento al tercio de la altura á partir de la base del terraplén.

Los valores horizontales de este empuje T se obtienen afectando el término $\frac{\pi h^2}{2}$ de un coeficiente $c = C \cos \varphi$.

Pongamos en parangón los valores de este coeficiente c para $i = o$, y los deducidos del coeficiente usual $\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$, que en función de φ, puede expresarse por

$$\cot^2 \frac{\varphi + 90°}{2},$$

se obtendrá, para ángulos

	φ	=	24°	27°	30°	33°	36°	39°	42°	45°
$\operatorname{tg}^2 \alpha = \cos^2 \frac{\varphi + 90°}{2}$		=	0,422	0,376	0,333	0,295	0,290	0,228	0,198	0,172
	C	=	0,357	0,315	0,276	0,242	0,211	0,183	0,158	0,136
Diferencias			0,065	0,061	0,057	0,053	0,051	0,045	0,040	0,036

Para ángulos φ comprendidos entre 33° y 45°, el empuje calculado por la fórmula usual $Q = \operatorname{tang}^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{\pi h^2}{2}$ es mayor próximamente en $^1/_4$ que el calculado por la fórmula racional de Boussinesq.

Indudablemente, el espesor de los muros no aumenta tan rápidamente como el empuje de las tierras; pero la reducción de volumen que se obtiene por la fórmula exacta, aun cuando no excediese de un quinto ó de un cuarto de metro cúbico por metro lineal, para muros usuales de 3 á 5 metros de altura, la economía no bajaría de 2.000 á 4.000 pesetas por kilómetro. Esta economía no es despreciable en los proyectos de carreteras, en los cuales se trata generalmente de reducir el cubo de los desmontes y terraplenes para disminuir en algunos centenares de pesetas el costo kilométrico.

Por estas razones es recomendable el uso de la fórmula exacta de Boussinesq para determinar el empuje de las tierras.