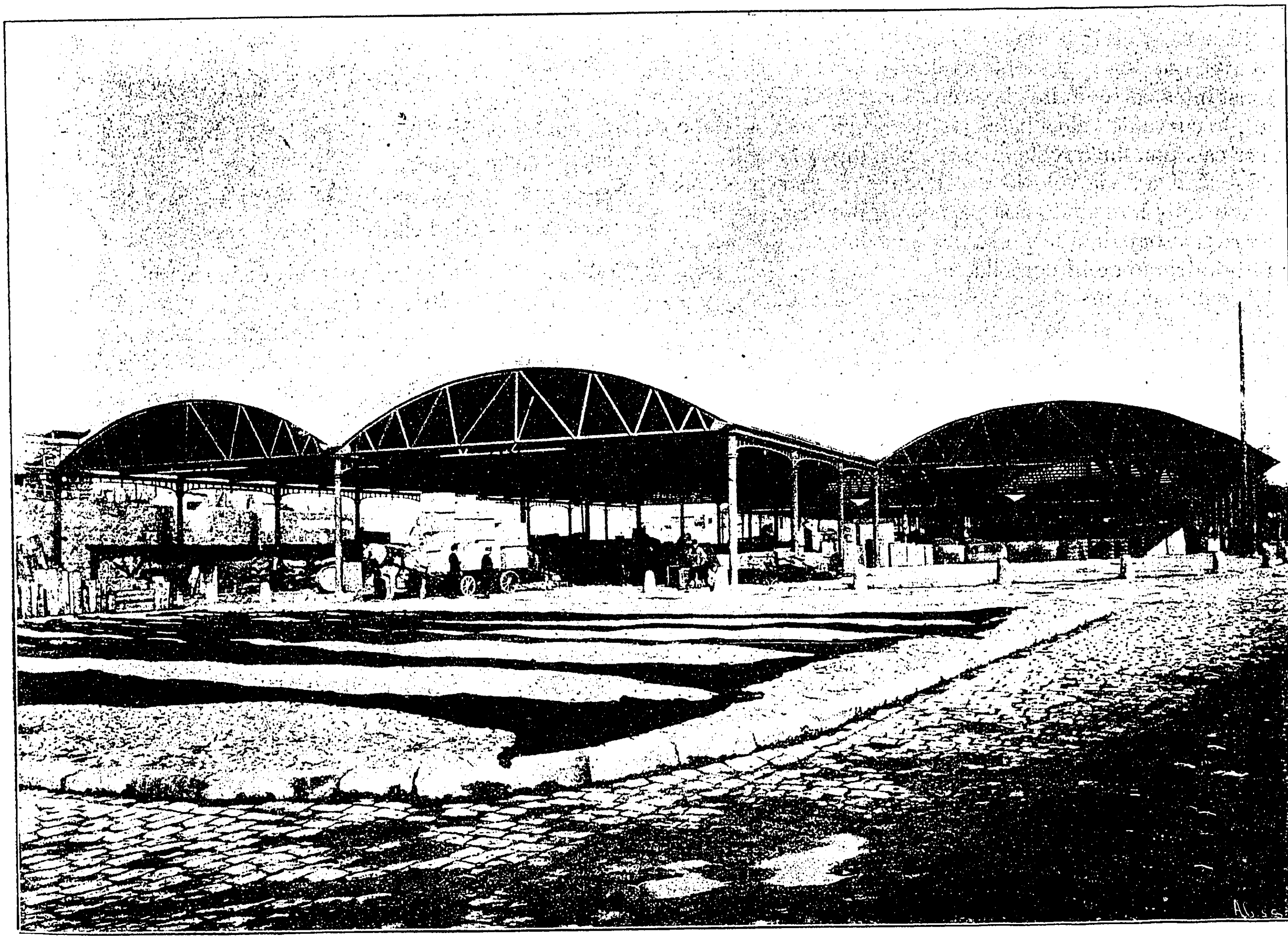
AÑO XLVI. Madrid 23 de Marzo de 1899. Número 1.226.

REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS

FUNDADA Y SOSTENIDA POR EL CUERPO NACIONAL DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

SE PUBLICA LOS JUEVES Redacción y Administración: Puerta del Sol, 9, pral.



Puerto de Barcelona.—Tinglados del muelle del Rebajo.

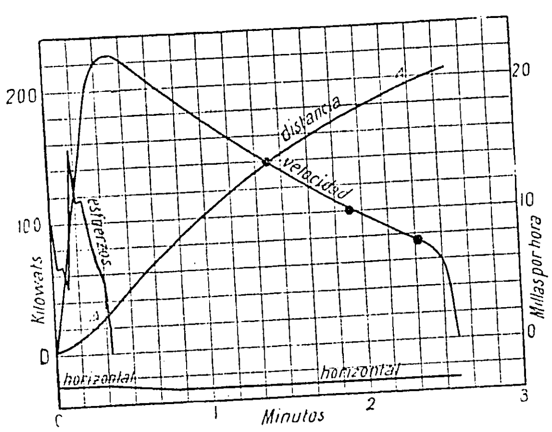
NUEVA FÓRMULA GENERAL PARA DETERMINAR LA RESISTENCIA DE LOS TRAMOS

El *Street Railway Journal* (Febrero 1899), en un artículo que transcribimos á continuación, da cuenta de una nueva fórmula para calcular la resistencia de los trenes. Dice así el artículo:

Esta fórmula, de que es autor Mr. John Lundie, se ha obtenido como resultado de una larga serie de experiencias practicadas en trenes de servicio corriente, y parece aplicable á los trenes de viajeros, cualquiera que sea el peso del tren, así como para todas las velocidades hasta límites superiores muy poco frecuentes.

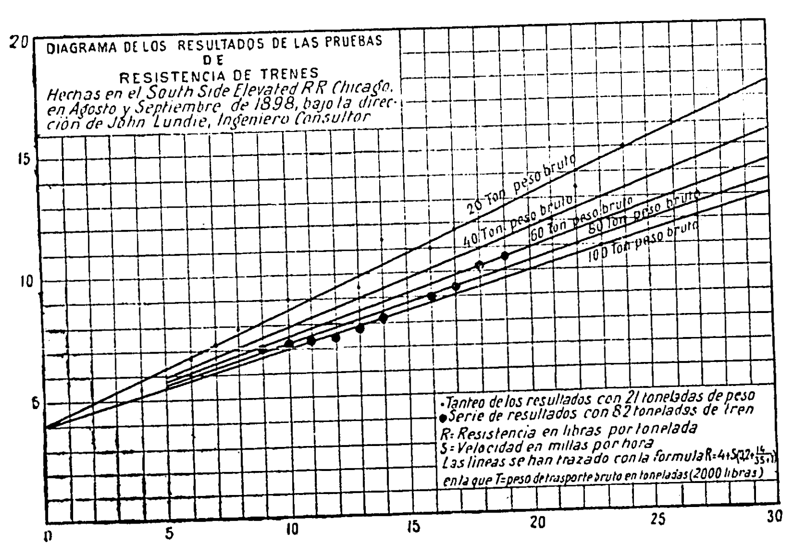
Las observaciones que han servido para establecer la fórmula se han hecho siguiendo un procedimiento enteramente distinto y más satisfactorio que los empleados, por lo común, hasta ahora. En éstos se toma por base, para determinar la resistencia por tonelada de tren, las indicaciones de un aparato registrador de los esfuerzos de tracción colocado en la locomotora que remolque el tren á una velocidad constante y sobre una rasante horizontal, haciendo luego una corrección arbitraria para tener en cuenta los rozamientos propios de la máquina. Para que tales experiencias mereciesen confianza, deberían hacerse en largas distancias de recorrido, lo cual no es realizable, por ser casi imposible encontrar una rasante horizontal de un centenar de millas, y aunque se dispusiese de ella sería muy difícil también mantener una velocidad perfectamente constante en tan largo recorrido.

Mr. Lundie procede de otro modo: basa sus cálculos de resistencia del tren, en el examen de la curva de velocidades, al pasar aquél de su velocidad de marcha á una parada lenta. Es evidente, ante todo, que tal procedimiento de observación no sólo es posible, sino sencillo, y hasta puede decirse que predispone á su favor el estudio de sus primeras consecuencias. En efecto, resulta, desde luego, que además de poderse apreciar así el conjunto de las resistencias por todos conceptos, rodadura, fricciones y resistencia del aire, cabe establecer cierta separación entre la parte relativa á la última y la correspondiente á las dos primeras, que son rozamientos. Siendo éstos sensiblemente constantes entre límites bastante separados de la velocidad, la curva de velocidades (actuando ellos sólos) debería ser casi una línea recta descendente, desde la ordenada representativa de la velocidad corriente de marcha hasta un punto muy inmediato á la parada absoluta; y, por tanto, la rápida bajada que presenta la mencionada curva en su último tramo de la derecha, según manifiesta la figura 1.ª, indica claramente que hay un considerable decreci-



miento en la fuerza retardatriz, debido á la resistencia del aire, por virtud de la disminución de velocidad.

La fig. 2.ª muestra gráficamente los resultados deducidos de más de 150 experiencias hechas por Mr. Lundie,



con trenes de diversos pesos, en el *Souh Side Elevated Railroad*, de Chicago. Se observa que tales resultados, expresados por puntos en el diagrama, aparecen agrupados en las inmediaciones de las líneas rectas allí trazadas; y que estas rectas vienen todas á concurrir, con sorprendente exactitud, en un punto único situado á una distancia determinada sobre el origen. Esto indica, sin duda, que se ha dado el primer paso para llegar á una fórmula general con el hecho de establecer una constante que representa el mínimo posible de la resistencia de un tren para todos los pesos y velocidades; siendo también interesante advertir, de paso, que en ninguno de los experimentos conocidos hasta ahora (bien se refieran á trenes de viajeros ó á los pesados de mercancías) se ha obtenido una resistencia menor á la de 4 libras por tonelada remolcada, que es la indicada por la dicha constante.

La fórmula de Mr. Lundie es la siguiente:

$$R = 4 + S\left(0{,}2 + \frac{14}{35 + T}\right),$$

en la cual T representa el peso bruto de transporte en toneladas (2.000 libras);

R = la resistencia del tren, en libras por tonelada, y
S = la velocidad en millas por hora.

La particularidad más notable de la fórmula anterior es que contiene (después de la constante) dos variables, á saber: peso y velocidad, lo cual se habían esforzado en conseguir otros muchos investigadores, pero sin éxito. En la fórmula de D. K. Clark, que es la usada más generalmente en las agendas de ingeniería, sólo entra como variable la velocidad.

Estudiando atentamente los resultados de sus experiencias, deduce Mr. Lundie las siguientes consideraciones matemáticas acerca de la fórmula: los valores de la expresión encerrada en el paréntesis, por la cual está multiplicado S, son proporcionales á las tangentes de los ángulos que forman con la horizontal las líneas rectas del diagrama correspondientes á los diversos pesos, como puede verse en la fig. 2.ª; y esta circunstancia caracteriza una hipérbola equilátera (referida á sus asíntotas), en la cual, las coordenadas de cada punto guardasen entre sí la misma relación que existe entre cada peso y la inclinación á la línea correspondiente á éste en el diagrama. Eligiendo ejes coordenados paralelos á las asíntotas y á distancias convenientes, el término 0,2 representaría una parte constante interceptada en el eje de las Y; el 35 otra constante sobre el eje de las X, ý 14 sería el producto constante de las coordenadas de cada punto, tomando por origen el punto de intersección de las asíntotas, y éstas como ejes.

El medio para comprobar una fórmula consiste en hacer aplicaciones de ella, y procediendo así, con la de Lundie se observa que sus resultados concuerdan bastante bien con los de otras experiencias publicados recientemente y obtenidos por métodos distintos y con fórmulas de más limitada aplicación, como manifiesta la tabla que acompaña. Los experimentos de Stroudley. Suiclair y Dudley acerca de la resistencia de los trenes, consignados en la tabla, fueron recopilados en el *Engineering News*, en 1892, por A. M. Wellington y recomendados como dignos de confianza, en atención al esmero con que se practicaron. A ellos se han añadido después las pruebas hechas en el *Philadelphia et Reading Railroad*, en 1889, y en el *Cen-*

Tabla de los resultados obtenidos aplicando la fórmula de Lundie al cálculo de la resistencia de los trenes.

EXPERIENCIAS HECHAS POR	AÑOS	LÍNEAS EN QUE SE HICIERON LAS EXPERIENCIAS	Número de experiencias.	Promedio de velocidad. — *Millas por hora.*	Peso del tren. — *Toneladas.*	RESISTENCIA DEL TREN	
						Observada.	Según la fórmula de Lundie.
William Stroudley	1885	London, Brighton and South Coart	Una sola	43,3	376	13,2	14,1
Angus Suiclair	1892	New York Central	Promedio de 6.	70	270	19,03	21,1
»	1892	»	Una sola	69,6	270	19,8	21,2
P. H. Dudley	1882	»	Idem	51,43	313	16 9	16,35
»	1889	Philadelphia and Reading	Idem	60	242,5	18,35	19,0
»	1889	»	Idem	63,5	242,5	19,8	19,9
»	1892	C. R. R. N. J.	Idem	63,2	213	19,0	20,2
Fórmula de Clark	»	»	»	10	100	7,74	7,04
»	»	»	»	10	200	7,74	6,6
»	»	»	»	10	300	7,74	6,4
»	»	»	»	20	100	9,5	10,06
»	»	»	»	20	200	9,5	9,2
»	»	»	»	20	300	9,5	9.8
»	»	»	»	30	100	12,42	13,1
»	»	»	»	30	200	12,42	11,8
»	»	»	»	30	300	12,42	11,3

tral Railroad of New Jersey, en 1892, formándose de este modo una serie completa que comprende trenes de 200 á 400 toneladas de peso, y con velocidades de 40 á 70 millas por hora. La fórmula de Lundie confirma, con gran aproximación, todos estos datos, aunque en casi todos los casos da resultados algo mayores; y, apropósito de esto, debe notarse que Mr. Lundie obtiene sus curvas de velocidad por métodos positivos, pues encontró que los diagramas registradores de las velocidades, cuando éstas varían mucho, no son suficientemente exactos, á causa de la inercia de las partes en movimiento.

Las primeras pruebas contenidas en la tabla se refieren todas á trenes pesados de viajeros, en los que Mr. Luntie no ha hecho experiencias. Para trenes de 20 á 100 toneladas, y velocidades de 5 á 30 millas por hora, la fórmula aludida es exacta, por cuanto ha sido deducida directamente de más de 150 experimentos hechos por su autor en Chicago, como ya se ha dicho; y para trenes más ligeros aún, la fórmula está de acuerdo con los resultados de pruebas particulares realizadas por varias de las grandes Compañías eléctricas, armonizándose muy bien, verdaderamente, con la de Clark, que es:

$$R = \frac{S^2}{171} + 7{,}16,$$

si se tiene presente que los Ingenieros admiten, por regla general, que esta última da un exceso de resistencia de una ó dos libras.

Cuando una fórmula, cual la indicada, que se ha deducido de principios fijos, y como consecuencia de una larga serie de experiencias practicadas en un campo de acción relativamente pequeño, resulta también aplicable entre más anchos límites, hay muy fundado motivo para considerar ciertos los principios en que se basa. Bajo este concepto, puede decirse que la fórmula de Lundie es prácticamente exacta y aplicable á toda clase de trenes de viajeros que circulen sobre un camino en recta, horizontal y estando la atmósfera en calma. No sucede lo mismo cuando se trata de tranvías en las calles, donde los carriles suelen estar enlodados ó llenos de arena; para este caso es, en efecto, demasiado probable que no pueda establecerse una fórmula general, porque no habría medio de tener en cuenta, con alguna seguridad, las grandes variaciones en las condiciones de la rodadura.

Se presenta ahora una cuestión que no deja de ser importante, á saber: si la fórmula de Lundie, haciendo en ella alguna modificación, se podría aplicar á los trenes de mercancías tan bien como á los de viajeros. De los datos obtenidos recientemente, respecto á trenes muy pesados, resulta que no. Las experiencias en el *Chicago Burlington et Quincy Railway*, hechas por el antiguo método de los diagramas del aparato registrador, comprobadas luego por el carro dinamométrico, acusan que para un tren de 940 toneladas, compuesto de pesados vagones de mercancías, y marchando á la velocidad de 20 millas por hora, hay una resistencia, en alineación recta y rasante horizontal, de 5,5 libras por tonelada, mientras la fórmula de Lundie daría 8,3 libras. En un tren de mercancías sumamente pesado (de 3.428 toneladas), en el *New York Central*, con la velocidad de 20 millas por hora, se obtuvo, por término medio, una resistencia de cerca de 4 libras por tonelada, ó sea el límite de resistencia expresada en la fórmula por la primera constante. Otras pruebas más recientes, hechas con trenes pesados, han dado 6 libras por tonelada, como promedio, cuando las condiciones del camino eran buenas; pero los resultados varían mucho, según el estado del carril.

Ahora bien, es razonable suponer que en los trenes muy pesados la resistencia se aproxima al mínimo, y los experimentos en el *New York Central*, antes referidos, indican que este mínimo es la primera constante de la fórmula de Lundie (4), dando lugar á suponer que el primer término de los encerrados en el paréntesis (0,2) no es aplicable en el caso de trenes pesados de mercancías, y debería sustituirse por otro variable, probablemente de T. Sería interesante, por tanto, reunir datos y dibujar diagramas con los resultados de numerosas experiencias dignas de confianza, relativas á trenes de mercancías de diferentes pesos y velocidades, para estudiar si, con alguna modificación, podría hacerse aplicable á toda clase de trenes la fórmula que nos ocupa. Y no es absurdo esperar que, realizando estos trabajos, acaso se encontrase alguna relación, ó lazo de unión, por lo que atañe á la resistencia de los trenes, entre los dos servicios, de viajeros y mercancías; y como resultado de todo, una fórmula de carácter general, análoga á la Lundie, que fuese aplicable á toda clase de trenes.

DETERMINACIÓN DE LA LUZ DE COSTE MÍNIMO EN UN PUENTE METÁLICO

DE LONGITUD TOTAL DADA (1)

(Conclusión.)

3.° *El coste total de las diversas soluciones está representado, en función de las luces adoptadas, por una hipérbola.*

Para hallar la ecuación de la curva que representa los costes totales basta sumar las ecuaciones (1) y (2). Obtendremos así

$$Y = y + \eta = \beta - P + \alpha x + \frac{PL}{x} \qquad (3)$$

Obsérvase inmediatamente que esta ecuación representa una hipérbola.

En primer lugar, el eje de las y es asíntota de dos ramas infinitas que corresponden á las dos regiones del plano separadas por dicho eje, porque para $x = 0$, se obtiene $Y = \pm \infty$, según se considere la abscisa o como límite de cantidades positivas ó negativas.

La otra asíntota tiene por ecuación,

$$Y' = \beta - P + \alpha x$$

porque la diferencia

$$Y - Y' = \frac{PL}{x}$$

tiende hacia cero cuando x crece indefinidamente.

Quedan, pues, demostradas las tres proposiciones que hemos enunciado anteriormente, y la naturaleza y posición de la curva prueban, además:

1.° Que existe un mínimo y uno sólo en la región de las x positivas.

2.° Que en dicha región (única que nos interesa) no puede existir ningún máximo.

Determinemos ahora el mínimo del valor Y de la ecuación (3).

Tendremos, igualando á o la derivada de Y,

$$\frac{dY}{dx} = \alpha - \frac{PL}{x^2} = 0$$

de donde se saca

$$x = \sqrt{\frac{PL}{\alpha}} = \sqrt{\frac{P}{pa}}, \qquad (4)$$

puesto que $\alpha = Lpa$.

Esta es la luz del tramo más económico.

Trazada la hipérbola equilátera, es muy fácil determinar gráficamente el mínimo buscado sin necesidad de trazar la hipérbola definitiva, cuyas ordenadas representan los costes totales.

Basta trazar la recta A′B′ simétrica de AB (fig. 5), y las partes de paralelas al eje Oy comprendidas entre esta recta y la hipérbola equilátera serán iguales á las ordenadas de la hipérbola de los gastos totales.

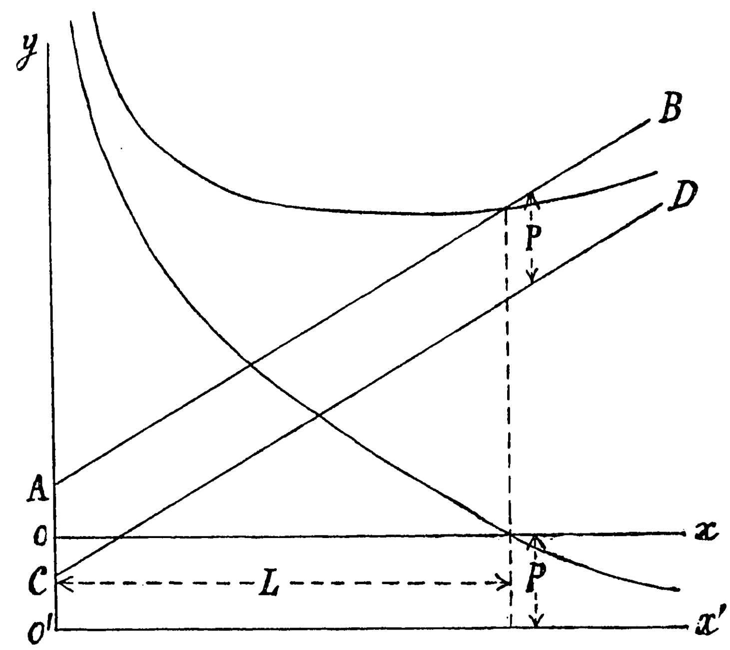


Fig 5.

Por consiguiente, para encontrar el mínimo buscado, bastará trazar una tangente á la hipérbola equilátera paralela á A′B′. La abscisa del punto de tangencia dará la solución del problema.

La derivada segunda, cuyo valor es

$$\frac{d^2Y}{dx^2} = \frac{2PL}{x^3},$$

comprueba que al valor de x dado por la expresión (4), tomado positivamente, corresponde un mínimo de Y. Al mismo valor tomado negativamente corresponde un máximo de la función; pero éste se encuentra en la rama de la hipérbola que no puede responder á ninguna solución práctica del problema propuesto.

Para aplicar la fórmula (4) al ejemplo numérico resuelto anteriormente, habrá que hacer

$$P = 15.000$$
$$a = 45$$
$$v = 0{,}40$$

y obtendremos

$$x = \sqrt{\frac{15.000}{0{,}4 \times 45}} = 28{,}80 \text{ met.}$$

resultado que coincide con el obtenido por el procedimiento gráfico.

Apliquemos la fórmula al puente de Rivadesella, estudiado minuciosamente por el Sr. Ribera y descrito en su obra titulada *Puentes de hierro económicos, muelles y faros sobre palizadas y pilotes metálicos*.

En las páginas 198 y 199 de la obra mencionada constan los siguientes datos, que bastan para la aplicación de nuestra fórmula:

(1) Véase el número anterior.