

ción, ó lazo de unión, por lo que atañe á la resistencia de los trenes, entre los dos servicios, de viajeros y mercancías; y como resultado de todo, una fórmula de carácter general, análoga á la Lundie, que fuese aplicable á toda clase de trenes.



DETERMINACIÓN DE LA LUZ DE COSTE MÍNIMO EN UN PUNTE METÁLICO DE LONGITUD TOTAL DADA (1)

(Conclusión.)

3.º El coste total de las diversas soluciones está representado, en función de las luces adoptadas, por una hipérbola.

Para hallar la ecuación de la curva que representa los costes totales basta sumar las ecuaciones (1) y (2). Obtendremos así

$$Y = y + \eta = \beta - P + \alpha x + \frac{PL}{x} \quad (3)$$

Obsérvase inmediatamente que esta ecuación representa una hipérbola.

En primer lugar, el eje de las y es asíntota de dos ramas infinitas que corresponden á las dos regiones del plano separadas por dicho eje, porque para $x = 0$, se obtiene $Y = \pm \infty$, según se considere la abscisa o como límite de cantidades positivas ó negativas.

La otra asíntota tiene por ecuación,

$$Y' = \beta - P + \alpha x$$

porque la diferencia

$$Y - Y' = \frac{PL}{x}$$

tiende hacia cero cuando x crece indefinidamente.

Quedan, pues, demostradas las tres proposiciones que hemos enunciado anteriormente, y la naturaleza y posición de la curva prueban, además:

- 1.º Que existe un mínimo y uno sólo en la región de las x positivas.
- 2.º Que en dicha región (única que nos interesa) no puede existir ningún máximo.

Determinemos ahora el mínimo del valor Y de la ecuación (3).

Tendremos, igualando á 0 la derivada de Y ,

$$\frac{dY}{dx} = \alpha - \frac{PL}{x^2} = 0$$

de donde se saca

$$x = \sqrt{\frac{PL}{\alpha}} = \sqrt{\frac{P}{pa}}, \quad (4)$$

puesto que $\alpha = Lpa$.

Esta es la luz del tramo más económico.

Trazada la hipérbola equilátera, es muy fácil determinar gráficamente el mínimo buscado sin necesidad de

trazar la hipérbola definitiva, cuyas ordenadas representan los costes totales.

Basta trazar la recta $A'B'$ simétrica de AB (fig. 5), y las partes de paralelas al eje Oy comprendidas entre esta recta y la hipérbola equilátera serán iguales á las ordenadas de la hipérbola de los gastos totales.

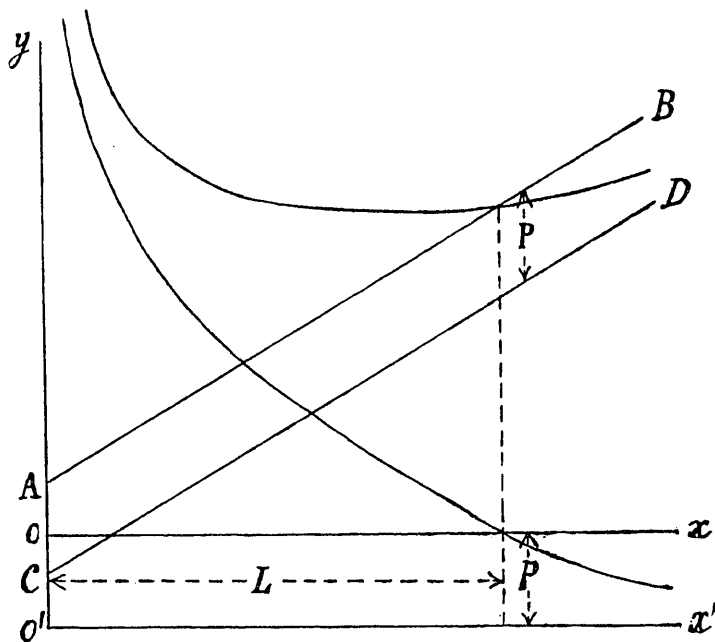


Fig. 5.

Por consiguiente, para encontrar el mínimo buscado, bastará trazar una tangente á la hipérbola equilátera paralela á $A'B'$. La abscisa del punto de tangencia dará la solución del problema.

La derivada segunda, cuyo valor es

$$\frac{d^2Y}{dx^2} = \frac{2PL}{x^3},$$

comprueba que al valor de x dado por la expresión (4), tomado positivamente, corresponde un mínimo de Y . Al mismo valor tomado negativamente corresponde un máximo de la función; pero éste se encuentra en la rama de la hipérbola que no puede responder á ninguna solución práctica del problema propuesto.

Para aplicar la fórmula (4) al ejemplo numérico resuelto anteriormente, habrá que hacer

$$\begin{aligned} P &= 15.000 \\ \alpha &= 45 \\ p &= 0,40 \end{aligned}$$

y obtendremos

$$x = \sqrt{\frac{15.000}{0,4 \times 45}} = 28,80 \text{ met.}$$

resultado que coincide con el obtenido por el procedimiento gráfico.

Aplicemos la fórmula al puente de Rivadesella, estudiado minuciosamente por el Sr. Ribera y descrito en su obra titulada *Puentes de hierro económicos, muelles y faros sobre palizadas y pilotes metálicos*.

En las páginas 198 y 199 de la obra mencionada constan los siguientes datos, que bastan para la aplicación de nuestra fórmula:

(1) Véase el número anterior.

$$P = 4.708 \text{ pesetas.}$$

$$p = 0,50 \text{ pesetas.}$$

$$a = 5,25 \times 7 = 36,75.$$

5,25 es el coeficiente angular de la recta (c'') que corresponde á los puentes de carreteras de luces pequeñas (hasta de 25 metros, que son las que consideramos ahora) y el ancho del puente de Rivadesella es de 7 metros.

La fórmula da

$$x = \sqrt{\frac{4.708}{0,5 \times 36,73}} = 15^m,90.$$

Y el Sr. Ribera dice en la página 87 de su obra ya citada refiriéndose al puente mencionado:

«Una vez estudiada la disposición de la palizada, y no variando sensiblemente las dimensiones de sus piezas entre ciertos límites, se hicieron varios tanteos de distribución de luces para determinar la más económica, calculando los pesos por metro cuadrado de puente para diferentes luces por medio de la fórmula propuesta por Croizette-Desnoyers

$$y = 8,50 \sqrt{50^2 + (x + 20)^2} - 375,$$

en que y representa el peso por metro superficial de puente para una luz igual á x .

»De este cálculo y cuadro resultante que en la memoria de nuestro proyecto presentamos, pero que es inútil reproducir, se deduce que la luz más económica es la de 15 metros, que es también la adoptada en los puentes de Saigón y Santarem y en los del sistema Oppermann.»

Luego nuestra fórmula conduce sensiblemente, para el puente de Rivadesella, á la misma solución que ha encontrado su ilustrado autor, valiéndose de simples tanteos y guiado por su excelente sentido práctico.

Terminaremos con algunas consideraciones relativas á la aplicación práctica de la fórmula (4).

El valor de la luz más económica depende de las tres cantidades p , P y a .

El valor de p será siempre perfectamente conocido, pues es el que ha de servir de base para contratar la parte metálica.

En cuanto á P y a , no deja de ofrecer alguna dificultad su determinación. P es el valor medio del coste de todas las pilas posibles, y un error grosero en su determinación podrá hacer inadmisibile el resultado que dé la fórmula a , es el coeficiente angular de una recta que representa términos medios de los cuadros estadísticos, y ofrece, por consiguiente, cierta indeterminación, porque dependerá de los datos que figuren en dichos cuadros.

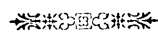
Pero, por otra parte, no hay interés en la práctica en conocer con exactitud absoluta el valor de x que conduce á la distribución de claros y apoyos de mínimo coste. Nuestros lectores saben que, siendo de primer orden infinitesimal la variación de la abscisa en las inmediaciones del valor correspondiente á un mínimo, la variación correspondiente de la ordenada es, por lo menos, de segundo orden; lo cual, aplicado al problema concreto que estamos estudiando, y traducido al lenguaje vulgar, quiere decir que un error cometido en la determinación de la luz que se busca influye poco relativamente en el coste de la obra, el cual no se alejará mucho del menor posible cuando aquel error no sea grande.

Debemos, no obstante, señalar algunos casos en que la fórmula puede conducir á verdaderos absurdos.

La forma de hipérbola equilátera que afecta la curva que representa el coste total de las pilas depende de la hipótesis admitida, á saber: que todas las pilas que entran en cuenta en la comparación cuesten lo mismo.

En algunos casos que se presentan en la práctica, esta hipótesis está muy lejos de realizarse; así sucede, por ejemplo, cuando el perfil del terreno firme en que se han de cimentar las pilas presenta ondulaciones muy acentuadas, caso en que los cimientos tendrán profundidades muy diferentes, y en los viaductos que salvan gargantas profundas en valles de laderas muy escarpadas, donde las pilas que se comparan tienen alturas muy diversas y la oscilación de su coste puede ser muy grande.

En tales casos no se puede aplicar la fórmula.



ALMERIA

INAUGURACIÓN DEL FERROCARRIL

Baeza 17

De regreso de Almería, y en las horas de que dispongo en esta estación, cabeza de línea, hasta que llegue el expreso de Sevilla que ha de conducirnos á Madrid, voy á procurar poner en orden mis notas de viaje para dar cuenta á los lectores de la REVISTA del importante acto de la inauguración del ferrocarril de Baeza á Almería.

I

Salimos de Madrid el día 11 en tren especial á las once de la noche, siendo los expedicionarios el señor Subdirector de Obras públicas D. Antonio Sanz y los Sres. D. Ivo Bosch, D. José Cárdenas, D. Bartolomé y D. Pablo Bosch, D. Juan Rózpide, D. Antonio Navarro, D. Rogelio de Inchaurrandieta, D. Eduardo Echegaray, D. Ricardo Ivorra, Director de la Compañía de ferrocarriles de Madrid á Zaragoza y Alicante Sr. Suss, D. Juan Casinello, D. Leonardo Ortega, Manoach, D. Juan Cervantes, D. Emilio Pérez, Calzado, Luque, Tintoré, Medina Vitores, Baqué, Luca de Tena y corresponsales del *Heraldo de Madrid*, *Español*, *Liberal*, *Correspondencia de España*, *Globo*, *Tiempo*, *Correo*, *Ilustración Española y Americana*, *Imparcial*, *Nacional*, *Epoca*, *Blanco y Negro*, *Madrid Científico*, *Gaceta de los Caminos de Hierro*, *Gaceta de los Caminos de Hierro* (de Portugal) y REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS.

En Baeza saludamos á nuestros compañeros Sres. Ortíz de Lanzagorta (que llevaba la representación oficial de la División de ferrocarriles de Sevilla), Escobar, Zafra, Valenciano, Peragalo y Barón, Ingenieros mecánicos señores Pons y Faura y Ayudante de la División de ferrocarriles Sr. Quiñones, que se agregaron á los viajeros madrileños.

La locomotora *Ivo Bosch*, artísticamente engalanada, empezó á arrastrar el tren inaugural por la nueva línea á las nueve de la mañana.

Descendimos hasta Torreblascopedro (á 238 metros sobre el mar) para subir luego hasta Quesada (á 519 metros) por rampas de 0,025 de inclinación máxima, siendo las curvas de radio mínimo de 300 metros, dejando atrás