cia de la industria ó industrias á que se destine el aprovechamiento.

Debe también de obligarse á los peticionarios á que justifiquen satisfactoriamente en la Memoria del proyecto, que la cantidad de agua solicitada es la estrictamente necesaria para el movimiento de la industria ó industrias que se propongan establecer.

Deben también de fijarse plazos, no solamente para empezar y terminar los trabajos, sino plazos parciales de adelanto de obras, á fin de evitar lo que frecuentemente acontece, de que figuran los concesionarios un simulacro ó fórmula de comienzo de los trabajos, para eludir toda clase de molestias por parte de la Administración durante el tiempo que se les fija para llevar á cabo las obras del proyecto, é impiden por este medio que solicite el mismo aprovechamiento cualquier otro industrial de buena fe que cuente con elementos para realizarlo.

Es necesario señalar cláusulas precisas sobre el modo de ejecución de las obras, para que no resulten pérdidas de agua ni filtraciones con perjuicio de los aprovechamientos inferiores.

Si se construyen pantanos por los particulares, el Ingeniero encargado de su inspección debe de ejercer una gran vigilancia durante la ejecución de la obra, á cuya cimentación no podrá procederse sin previo reconocimiento por aquel funcionario de las zanjas de fundación, y las cláusulas para su explotación habrán de ser muy terminantes, á fin de evitar toda clase de perjuicios á los aprovechamientos situados agua abajo del pantano.

Por último, es indispensable evitar que los concesionarios de aprovechamientos para usos industriales adquieran por tiempo indefinido el derecho al uso de las aguas concedidas cuando no las utilicen en su totalidad. No encuentro en la vigente ley de Aguas ningún artículo que sea aplicable á este caso, porque todos los que se refieren á caducidad del derecho de aguas no aprovechadas, se contraen únicamente á los derechos que por efecto de tal caducidad adquieren los usuarios inferiores, y aquí no hay perjuicio para éstos, puesto que el agua no se consume, sino para los aprovechamientos de riegos que intentaran establecerse en la región superior al emplazamiento del pantano.

Conviene, por lo tanto, fijar un plazo, pasado el cual pierdan los concesionarios el derecho á la cantidad de agua no aprovechada.

Suplida en la forma que se deja expuesta la importante deficiencia que ofrece la ley de 13 de Junio de 1879, habrá desaparecido una parte de los inconvenientes que las concesiones otorgadas á particulares pueden presentar para el planteamiento de un sistema general de pantanos y canales; y en todo caso, haya ó no haya plan de riegos, la adopción de las medidas de que me he ocupado dará una salvaguardia contra la anarquía que, de otro modo, nos amenaza en las concesiones de aprovechamientos de aguas.

A. Morales Amores.

EL PERFIL DE LAS PRESAS DE FÁBRICA [1]

POR DON JOSÉ NICOLAU

Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos.

(Continuación.)

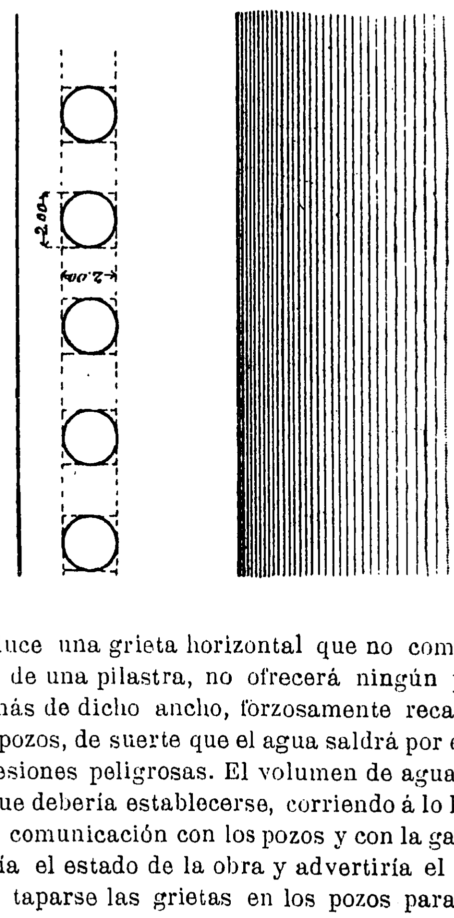
XIII

Exposición de los trabajos de M. Levy.

Casi al propio tiempo que M. Le Rond, M. Maurice Levy daba á conocer á la Academia francesa los estudios que había realizado acerca de la estabilidad y resistencia de las presas (2). El trabajo de M. Levy, como todos los de este autor, está presentado con excelente orden, y á él me ceñiré en la parte que sigue; y aun cuando varias de las ideas emitidas coinciden con las de M. Le Rond, seguiré la exposición que hace para no truncar el método adoptado.

1. *Medios de impedir que el agua llegue á estar en subpresión en el interior de las presas.*—En vez de ser liso el paramento de aguas arriba de la presa, deberá tener una serie de pilastras de base cuadrada, de dos metros próximamente de lado, distantes entre sí otros dos metros. Un muro continuo adosado á la cara de aguas arriba de las pilastras formará con éstas pozos cuadrados de dos metros de lado que comprenderán toda la altura de la presa; redondeando los ángulos de estos pozos de suerte que quedase una sección circular, al par que se aumentaría la resistencia del conjunto del macizo se afianzaría también el enlace entre dicho muro y el cuerpo de la obra propiamente dicho. De esta suerte la planta sería la que representa la figura 10'.

Fig.ª 10.'



Si se produce una grieta horizontal que no comprenda más que el ancho de una pilastra, no ofrecerá ningún peligro, y si comprende más de dicho ancho, forzosamente recaerá frente á uno ó varios pozos, de suerte que el agua saldrá por ellos sin ocasionar subpresiones peligrosas. El volumen de agua que saliera por el dren que debería establecerse, corriendo á lo largo de toda la presa y en comunicación con los pozos y con la galería de desagüe, acusaría el estado de la obra y advertiría el momento en que deberían taparse las grietas en los pozos para conjurar el peligro.

2. *Nueva condición de resistencia.*—Para las presas no provistas de la disposición precedente, la condición de resistencia necesaria para que en el caso de presentarse una grieta horizontal el agua no pueda penetrar en ella, es que la presión en el paramento de aguas arriba, estando el embalse lleno, sea igual por lo menos á la presión del agua en el mismo punto. Aun para el caso en que se hayan construído los pozos verticales antes descritos, sin ser en rigor indispensable, la prudencia aconseja hacer el cálculo del perfil admitiendo la anterior condición, pues es conveniente que el agua no pueda entrar en el interior de las fábricas, no sólo para evitar la subpresión á que da lugar, sino también los efectos de la helada.

La condición enunciada se refiere á las juntas horizontales;

(1) Véase el núm. 1232.

(2) *Comptes Rendus des seances de l'Académie des Sciences*, sesión de 5 de Agosto de 1895.

para las verticales, la disposición más conveniente sería constituir la presa, en planta, por una serie de bóvedas de generatrices verticales y de 15 á 20 metros de flecha, las cuales se apoyarían en contrafuertes situados a distancias convenientemente determinadas.

Esta disposición tiene además la ventaja de permitir las dilataciones debidas al calor, y de limitar á una bóveda la ruina de la presa en el caso en que se abriera una brecha, con tal de que estuvieran debidamente calculados los contrafuertes.

3. *Presión máxima y esfuerzo cortante* (1).—Se sabe que en todo macizo prismático existen en cada sección transversal dos sistemas de líneas, cortándose á ángulo recto (líneas isostáticas), que poseen estas propiedades:

1.ª No soportan más que presiones rigurosamente normales.

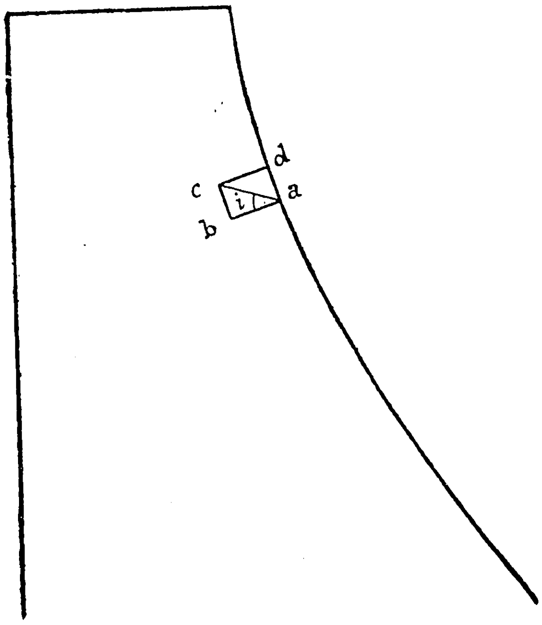
2.ª Una de las líneas soporta en cada punto la presión máxima y la otra la presión mínima (2).

Se conocen *á priori* dos líneas isostáticas, es decir, dos líneas no soportando más que presiones normales: tales son los dos paramentos; el de aguas abajo, en que las presiones son nulas, pertenece al segundo sistema de líneas ó de presiones mínimas; lo propio ocurre con el de aguas arriba si se verifica la condición enunciada en el núm. 2.

Resulta de aquí que la presión máxima en el paramento de aguas abajo obra en la dirección de la tangente al mismo, principio que ya había anunciado Rankine, y que M. Levy ha demostrado que es rigurosamente exacto é independiente de la ley del trapecio y de cualquiera otra hipótesis.

He aquí la demostración directa: consideremos una parte de la presa de longitud igual á un metro, y en punto del paramento de aguas abajo (figura 11) tracemos la normal $a\ b$ á dicho paramento, y la recta $a\ c$, que forma con la normal un ángulo cualquiera i. Tracemos igualmente la recta $c\ b$ paralela á la tangente al paramento, á una distancia infinitamenté pequeña del mismo, y consideremos el prisma de longitud igual á un metro, que tiene por base el triángulo $a\,c\,b$, cuyos lados son infinitamente pequeños, el cual se halla en equilibrio bajo la influencia de las presiones que soporta en sus tres caras y de su propio peso, pues las presiones en las dos caras restantes se destruyen por ser iguales contrarias y tener la misma línea de acción. Pero como las presiones que actúan sobre las caras $a\ c$ y $a\ b$ son del orden de magnitud de estas mismas caras, serán infinitamente pequeñas de primer orden, mientras que el peso del prisma será del orden de magnitud de su base, es decir, infinitamente pequeño de segundo orden, y por lo tanto, rigurosamente despreciable. Lo propio ocurre con la presión sobre la cara $c\ b$, puesto que se halla situada á una distancia infinitamente pequeña del paramento, y en éste la presión es nula, con lo cual la que se ejerce por unidad de superficie sobre el plano $c\ b$ será infinitamente pequeña, y su producto por la superficie $c\ b$, que también lo es, será infinitamete pequeña de segundo orden. De consiguiente, el prisma triangular considerado se halla *rigurosamente* en equilibrio bajo la influencia de las presiones ejercidas sobre las caras $a\ c$ y $a\ b$, las cuales deberán ser iguales, contrarias, y tener la misma línea de acción; y como se las puede considerar aplicadas á la recta que se proyecta en el punto medio de los lados del triángulo de la base con un error despreciable por el orden de su magnitud, resulta que su dirección es la de la tangente al paramento en el punto a considerado.

Fig.ª 11.



De aquí se deduce que *la presión ejercida sobre un elemento cualquiera que parta de un punto situado en el paramento de aguas abajo de una presa, es paralela á la tangente en el mismo punto á dicho paramento,* y de consiguiente, *cuando el elemento es normal á éste la presión total que soporta lo será también.*

Designando por A la presión por unidad de superficie sobre el elemento ab normal al paramento en a, y por f la presión total por unidad de superficie sobre un elemento oblicuo cualquiera ac, que forma con el primero el ángulo i, se tendrá

$$f \times ac = \mathrm{A} \times ab \quad ;$$
$$f = \mathrm{A}\,\frac{ab}{ac} = \mathrm{A} \cos i\,. \quad (\alpha)$$

Siendo f_t y f_n las componentes normal y tangencial de f, resultará

$$(1) \qquad f_n = f \cos i = \mathrm{A} \cos^2 i$$
$$(2) \qquad f_t = f\, sen\, i = \mathrm{A}\, sen\, i \cos i = \frac{\mathrm{A}}{2}\, sen\, 2\, i f_n$$

La ecuación (1) demuestra que el máximo de f_n corresponde á $i = o$, siendo en tal caso $f_n = \mathrm{A}$. Por lo tanto, el elemento normal no es sólo el que por unidad de superficie soporta la presión total máxima (como se deduce de la ecuación (α), sino que es al propio tiempo el que soporta la mayor presión normal, también por unidad de superficie. De suerte que, si por un procedimiento cualquiera se halla la presion normal f_n que obra sobre un elemento que forma el ángulo i con el elemento normal se obtendrá la presión máxima por la siguiente fórmula:

$$\mathrm{A} = \frac{f_n}{\cos^2 i}\,,$$

de donde $f_n = \dfrac{\mathrm{A}}{1 + t^2 g i.}$

Sean

$$i\,,\ i_1\,,\ i_2$$

los ángulos que forman con la normal al paramento de aguas abajo la sección horizontal (que se considera en el método de Delocre), la normal á la curva de presiones (método de Bouvier), y la sección para la cual f_n es máximo (método de Guillemain); sean también respectivamente

$$n,\ n_1\,,\ n_2$$

las componentes normales de las presiones referidas á la unidad de superficie en el punto a; la presión máxima en el mismo punto será

(1) En la redacción de este párrafo he tenido también presente la *Nota* de M. Levy sobre esta materia, publicada en el cuarto trimestre de 1897 de los *Annales des Ponts et Chausées*.

(2) Estos teoremas, que más adelante se demostrárán, habían sido establecidos anteriormente por primera vez por el propio M. Levy.

Por el método de Delocre. . . . . $A = \frac{n}{\cos^2 i}$

Por el método de Bouvier. . . . . $A_1 = \frac{n_1}{\cos^2 i_1}$

Por el método de Guillemain. . . . . $A_2 = \frac{n_2}{\cos^2 i_2}$.

Mas así como se sabe que

$$n_2 > n_1 > n$$

no hay razón alguna para que se verifique

$$\frac{n_2}{\cos^2 i_2} > \frac{n_1}{\cos^2 i_1} > \frac{n}{\cos^2 i}.$$

Claro es que si los valores de n, n_1 y n_2 fueran exactos, debería resultar

$$A = A_1 = A_2,$$

y por lo tanto, cualquiera de los métodos sería indiferente para encontrar la presión máxima. Como las hipótesis de que se parte para deducir dichos valores, no en todos los casos son exactas, tan sólo podrán admitirse como aproximados los valores de n, n_1 y n_2 con lo cual será aproximada también la presión que se deduzca en el punto considerado.

Hecho el cálculo de los valores de A, A_1 y A_2 para un punto situado á 32 metros de profundidad en el paramento de aguas abajo de la nueva presa de Croton se ha encontrado que aquellas cantidades no diferían entre sí en más de un 2 por 100. Si, pues, no hay seguridad de que un método dé mayor exactitud que los otros, ni siquiera que dé resultados mayores, difiriendo muy poco los que se obtienen en los tres casos, parece natural que se adopte el más sencillo, que es el de Delocre, tanto más, cuanto que los otros dos no son aplicables cuando las secciones inclinadas dejan de cortar al paramento de aguas arriba.

Se ve, pues, que el método de Levy para encontrar la presión máxima en el paramento de aguas abajo ha de basarse en algún otro que determine la presión normal á una sección de inclinación conocida con respecto al paramento, y que esta circunstancia importantísima ha debido pasar inadvertida para muchos, puesto que, entre otros, la Dirección de Hidráulica Agrícola del Ministerio de Agricultura de Francia, al remitir á los Jefes de los servicios las instrucciones precisas para comprobar la estabilidad de las presas existentes y proyectar las nuevas, previene que se calcule la presión máxima por el método de Levy ó de Bouvier y se adopte la que resulte mayor, disposición que no se comprende, pues dicho método no es en modo alguno opuesto al de Bouvier, sino que constituye en todo caso un complemento indispensable de él ó de cualquiera otro que determine la presión normal á una sección cualquiera en un punto del paramento de aguas abajo. En el propio error ha incurrido el Ingeniero M. Paul Levy Salvador en su excelente tratado *Hidraulique Agricole*.

La fórmula

$$f_t' = \frac{A}{2} \operatorname{sen} 2\,i$$

demuestra que el valor máximo del esfuerzo tangencial tiene lugar para $i = 45°$ en que es igual á $\frac{A}{2}$, proposición importante que puede enunciarse en la forma siguiente:

El esfuerzo cortante máximo en un punto del paramento de aguas abajo referido á la unidad de superficie, tiene lugar según las dos direcciones inclinadas 45° con respecto á la normal á este paramento, y su valor absoluto es igual á la mitad del esfuerzo máximo de compresión en el punto considerado.

Más adelante se verá que las fórmulas y teoremas que preceden se deducen como consecuencia de otros más generales que se expondrán.

Importa observar que puesto que los esfuerzos máximos en el paramento de aguas abajo tienen lugar según la dirección de este paramento, y que aun esto mismo ocurre en el de aguas arriba si se verifica la condición enunciada en el núm. 2, es claro que aplicando un principio general de construcción se podrá deducir que las hiladas deberán cortar normalmente á ambos paramentos, pudiendo adoptarse un arco de círculo. Esto no excluye el *opus incertum* en las fábricas, que tiene una importancia capital, pues ya se verá que el esfuerzo cortante alcanza en las presas un valor muy superior al que habían admitido hasta el presente todos los autores, incluso Clavenad, y que, por lo tanto, es muy conveniente, para oponerse á él, que las mamposterías estén perfectamente trabadas.

XIV

Exposición y examen del método de M. Levy.

4. Pasemos ahora á dar cuenta del procedimiento propuesto por M. Levy para el cálculo de las presas, partiendo de las bases que se acaban de exponer y de la regla del trapecio aplicada á las secciones horizontales, que, como luego se dirá, debe diferir muy poco en la práctica de los resultados que arrojaría la teoría matemática de la elasticidad, siendo de creer que el error que con su aplicación se cometa resulte en muchos casos favorable á la estabilidad.

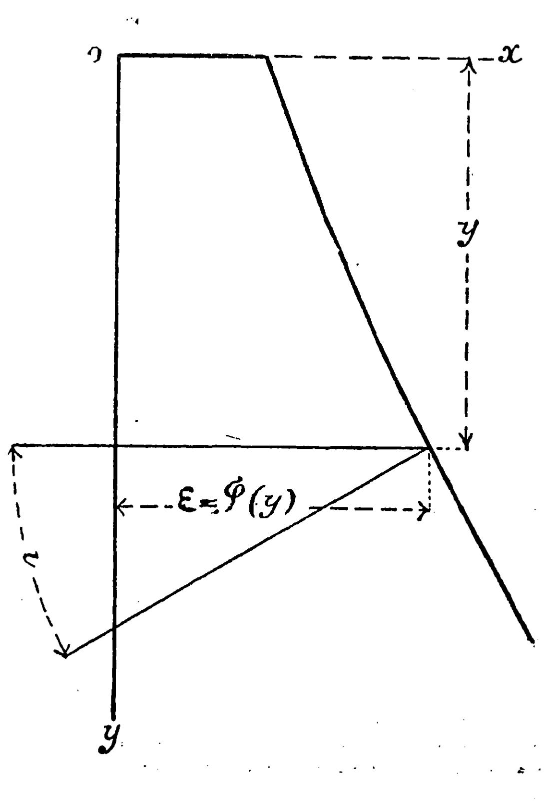
Las condiciones de resistencia á que deben satisfacer las presas, son, según M. Levy, las siguientes:

1.ª Que en ningún punto de la sección transversal, y según una línea recta ó curva que parta de tal punto, no pueda haber tendencia al deslizamiento, aplastamiento de las fábricas ó esfuerzo de tracción sobre los morteros, y en particular que no puedan producirse tracciones tendiendo á separar el paramento de aguas abajo del cuerpo de la presa.

2.ª Que en ningún punto del paramento de aguas arriba la presión en la fábrica sea inferior á la del agua en el mismo punto.

5. *Notaciones.*—Supongamos primero que el paramento de aguas arriba de la presa sea vertical, y tomemos como ejes coordenados Ox Oy los rectangulares que tienen su origen en el vértice de aguas arriba de la coronación, coincidiendo el segundo con dicho paramento. (Véase la figura 12.)

Fig. 12.



Designemos por K el peso específico de las fábricas referido al del agua del embalse iomado como unidad.

$\varepsilon = \varphi(y)$, la ecuación del paramento de aguas abajo;

$\varepsilon' = \frac{d\varepsilon}{dy}$;

N el peso de las fábricas y demás fuerzas normales desde la coronación hasta la sección horizontal situada á la profundidad y ó sea la presión normal que se ejerce sobre esta sección;

M el momento de todas las fuerzas que actúan sobre la sección horizontal de ordenada y con relación al punto medio de la misma;

n, n' y n'' las presiones normales en un punto cualquiera, en el paramento de aguas arriba y en el paramento de aguas abajo, respecto de la sección horizontal.

Se adopta como unidad de longitud el metro y como unidad de peso el del metro cúbico del agua del embalse, que ordinariamente será igual á una tonelada.

Por último, se supone el nivel del embalse á la altura de la coronación de la presa.

La presión del agua tendrá por valor $\frac{y^2}{2}$ y estará aplicada á la profundidad $\frac{2}{3}y$.

$$N = K \int_0^y \varepsilon \, dy \quad (1)$$

$$M = \frac{y^3}{6} + \frac{K}{2}\left(\int_0^y \varepsilon^2 \, dy - \varepsilon \int_0^y \varepsilon \, dy\right) \quad (2),$$ fórmulas ambas que son fáciles de deducir.

Primeros cálculos de resistencia.

6. *Deslizamiento según una horizontal.—Peso mínimo de las fábricas.*—La condición para que no haya deslizamiento según una horizontal es la siguiente:

$$N \geq \frac{y^2}{2f} \quad (A) \quad \text{ó} \quad \int_0^y \varepsilon \, dy \geq \frac{y^2}{2fk} \quad (3)$$

en la que f, que representa el coeficiente de rozamiento, se supone que varía entre 0,70 y 075.

El mínimo de peso es:

$$N = \frac{y^2}{2f}. \quad (4).$$

Para toda la presa, siendo H su altura, el mínimo será:

$$\frac{H^2}{2f}.$$

Diferenciando la ecuación (4) y teniendo en cuenta la (1), se tendra:

$$\varepsilon = \frac{y}{fK}.$$

Luego el mínimo de mampostería, si se atiende tan sólo á la condición de deslizamiento según una horizontal, conduciría á un perfil triangular que para $f = 0,70$ daría al paramento de aguas abajo una inclinación comprendida entre $\frac{1}{1,4}$ y $\frac{1}{2,1}$ variando K entre 2 y 3.

7. *Compresión en el paramento de aguas abajo.*—Siendo n'' la presión en el paramento de aguas abajo según la horizontal que pasa por este punto la ley del trapecio da

$$n'' = \frac{N}{\varepsilon} + \frac{6M}{\varepsilon^2}$$

y como la presión máxima es según se ha dicho

$$\frac{n''}{\cos^2 i}$$

deberá verificarse

$$\frac{n''}{\cos^2 i} \leq R \; ; \; n'' \leq \frac{R}{1+\varepsilon'^2},$$

siendo R el límite de las compresiones admisibles.

La condición podrá, pues, ponerse en esta forma:

$$\frac{N}{\varepsilon} + \frac{6M}{\varepsilon^2} \leq \frac{R}{1+\varepsilon'^2},$$

ó bien

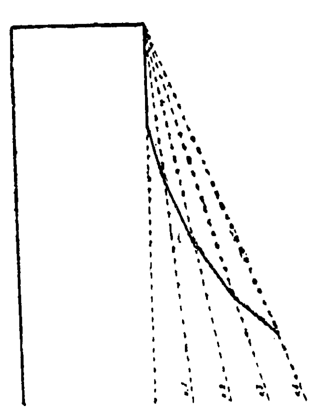
$$N\varepsilon + 6M \leq \frac{R\varepsilon^2}{1+\varepsilon'^2}. \quad (B)$$

La condición de igual resistencia en el paramento de aguas abajo será:

$$N\varepsilon + 6M = \frac{R\varepsilon^2}{1+\varepsilon'^2}. \quad (B')$$

Para determinar el perfil que satisfaga la condición (B) se podrá seguir el procedimiento siguiente: partiendo primero de un espesor E en la coronación (véase la figura 12'),

Fig. 12'



se supondrá primero vertical el paramento de aguas abajo y se determinará la altura y, para la cual la desigualdad quedará satisfecha, teniendo presente que $\varepsilon' = 0$ en esta parte; después se supondrá una inclinación $\varepsilon' = 0,1$, por ejemplo, y se buscará la ordenada que marcará el límite correspondiente de la profundidad; sucesivamente se irán considerando inclinaciones cada vez mayores, $\varepsilon' = 0,2$, $\varepsilon' = 0,3$, etc., determinando de esta suerte por fajas la forma del paramento de aguas abajo. Hecho esto, habrá que comprobar si en todas partes queda satisfecha la condición (A) del deslizamiento, y si así no fuere, será preciso reforzar el perfil. El que de esta suerte se obtenga llenará las condiciones (A) y (B).

8. *Compresión en el paramento de aguas arriba.*—La ley del trapecio da:

$$n' = \frac{N}{\varepsilon} - \frac{6M}{\varepsilon^2}.$$

Las condiciones serán:

En el caso en que haya muro de resguardo ó pantalla

$$n' \geq 0, \quad \text{ó sea}$$

$$NE - 6M \geq 0. \quad (C)$$

En el caso en que no haya muro de resguardo

$$n > y, \quad \text{ó sea}$$

$$NE - 6M \geq \varepsilon'^2 y. \quad (C')$$

Esta condición no quedará satisfecha probablemente aun cuando lo estén las anteriores y exigirá un nuevo refuerzo del perfil.

Cálculos complementarios de resistencia.

9. *Expresión de las fuerzas elásticas.*—Para que el perfil reuna las condiciones enunciadas en el número 4, basta, en concepto de M. Levy, llenar las condiciones (A), (B) y (C'), lo cual, dice este autor, puede considerarse como evidente sin que, no obstante, pueda probarse matemáticamente. Si el perfil satisface las condiciones (A), (B) y (C), aún es verosímil que ocurra lo propio; pero será en tal caso prudente asegurarse de que así es en efecto, sobre todo si se trata de una gran presa. Los cálculos para hacer esta comprobación son laboriosos, pero pueden realizarse en virtud de las siguientes fórmulas:

La ley del trapecio da

$$n = n' + (n'' - n') \frac{x}{\varepsilon}$$

recordando los significados atribuídos anteriormente á las letras (núm. 5); este valor de la presión normal, referida á la unidad de superficie, en un punto de abcisa x de una sección horizontal, podrá por lo tanto ponerse bajo la forma

$$n = P + Q\,x$$

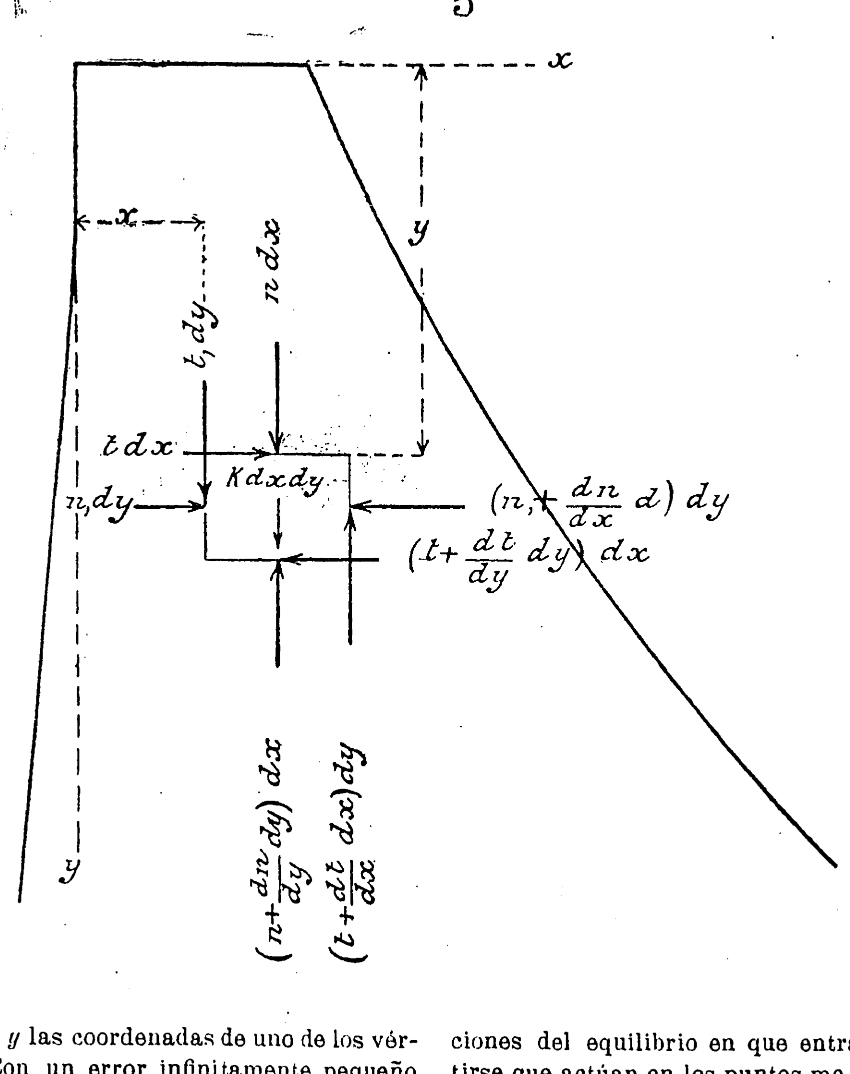
siendo

$$\left.\begin{aligned} P = n' &= \frac{N}{Q} - \frac{6\,M}{\varepsilon^2} \\ Q = \frac{n'' - n'}{\varepsilon} &= \frac{12\,M}{\varepsilon^3} \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

De suerte que P y Q son funciones de la única variable y, que dependen de la forma del perfil, y que pueden deducirse fácilmente en virtud de las fórmulas (1) y (2). En las siguientes entran las derivadas primeras y segundas de estas mismas funciones, que será posible calcular con exactitud; mas con objeto de simplificar los cálculos, podrá despreciarse en ellas el valor de $\frac{d^2 \varepsilon}{dy^2} = \varepsilon''$ y aun el de $\frac{d\varepsilon}{dy} = \varepsilon'$ en una primera aproximación, y, sobre todo, los cuadrados de estas cantidades, que en general [illegible] pequeñas, principalmente ε'', si el perfil del paramento de aguas abajo [illegible] poco de la línea recta, como se observa que sucede en casi [illegible] las grandes presas construídas últimamente.

Designemos por n_1 t_1 las componentes normal y tangencial de la presión referida á la unidad de la superficie en un punto de coordenadas x, y, sobre un elemento vertical; las componentes análogas de la presión sobre el elemento horizontal que pasa por el mismo punto las designaremas por n, t. Consideremos (figura 13) el elemento rectangular de lados paralelos á los ejes coordenados

Fig. 13.



é iguales á dx, dy, siendo x, y las coordenadas de uno de los vértices de este rectángulo. Con un error infinitamente pequeño con relación á la resultante de las fuerzas que actúan sobre los lados de este rectángulo, y, por lo tanto, despreciable en las ecuaciones del equilibrio en que entran estas fuerzas, puede admitirse que actúan en los puntos medios de los lados normal y paralelamente á ellos, teniendo los valores que están consignados en la figura.

Establecidas las ecuaciones del equilibrio, despreciando los términos infinitamente pequeños que no influyan en el resultado, y después de simplificar, se obtiene

$$\frac{dn}{dy} + \frac{dt}{dx} - K = 0$$

$$\frac{dn_1}{dx} + \frac{dt}{dy} = 0$$

$$t = t_1$$

Según se verá en seguida, esta última ecuación es sólo un caso particular de un teorema más general.

De la primera de las anteriores se deduce, teniendo en cuenta que admitimos $n = P + Qx$

$$\frac{dt_1}{dx} = K - P' - Q'x$$

Integrando, teniendo presente que para $x = o$, $t_1 = o$, se obtiene

$$t_1 = Kx - P'x - Q'\frac{x^2}{2}$$

En virtud de esta ecuación y de las dos últimas del grupo anterior se deduce la siguiente

$$\frac{dn_1}{dx} = -\frac{dt}{dy} = P''x + Q''\frac{x^2}{2}$$

Integrando, sabiendo que para $x = o$ $n_1 = y$ (1), resulta

$$n_1 = y + P''\frac{x^2}{2} + Q''\frac{x^3}{6}.$$

En resumen, las componentes normal y tangencial de las presiones, referidas á la unidad de superficie, sobre los elementos horizontal y vertical de un punto de ordenadas x, y, son respectivamente

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Sobre el elemento horizontal} & \left\{\begin{array}{l} n = P + Qx \\ t = Kx - P'x - Q'\frac{x^2}{2}\end{array}\right. \\ \text{Sobre el elemento vertical} & \left\{\begin{array}{l} n_1 = y + P''\frac{x^2}{2} + Q''\frac{x^3}{3} \\ t_1 = t.\end{array}\right.\end{array}\right\} (6)$$

Determinemos ahora las componentes normal y tangencial de la presión por unidad de superficie sobre un elemento de inclinación cualquiera. Para ello basta considerar el equilibrio de un triángulo infinitamente pequeño, que tenga uno de sus lados horizontal, otro vertical y el tercero con una inclinación cualquiera definida por el ángulo que forme con la horizontal (figura 14).

Sea

$$ab = m;$$

se deduce

$$dx = m \cos\delta$$
$$dy = m \operatorname{sen}\delta;$$

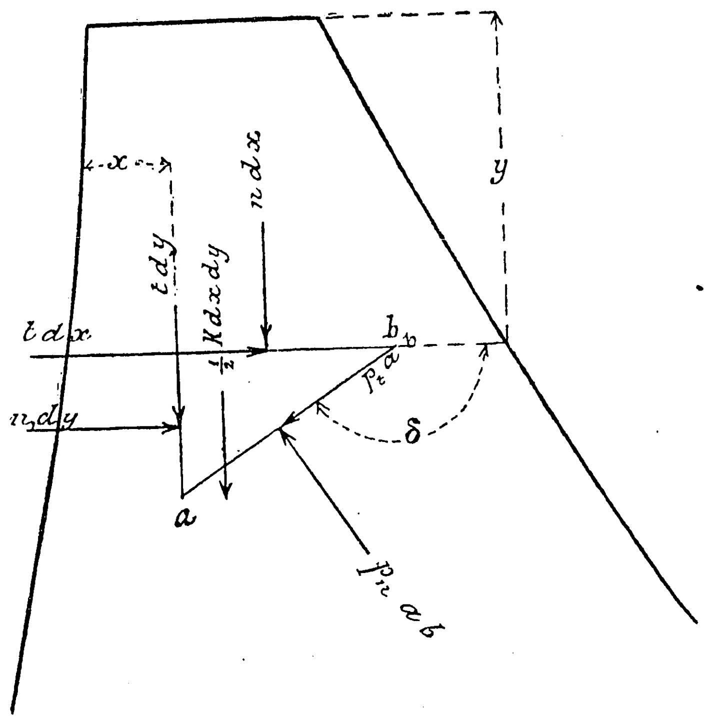
Todas las fuerzas que actúan sobre el triángulo están en equilibrio; sus valores, con un error infinitamente pequeño de segundo orden, son los inscritos en la figura. Como se sabe ya por lo dicho anteriormente que las componentes tangenciales sobre los elementos horizontal y vertical son iguales, bastará aquí, para determinar las análogas del tercer elemento, proyectar las fuerzas sobre los ejes coordenados, resultando así las siguientes ecuaciones después de dividir por el factor común m:

$$-t\cos\delta + n_1 \operatorname{sen}\delta + p_t\cos\delta - p_n \operatorname{sen} = 0$$
$$t\operatorname{sen}\delta - n\cos\delta + p_t \operatorname{sen} + p_n\cos\delta = 0$$

(1) A embalse lleno.

Multiplicando la primera de estas ecuaciones por $\operatorname{sen}\delta$ y la segunda por $\cos\delta$ y restando, se obtiene el valor de p_n; multipli-

Fig. 14.



cando la primera por $\cos\delta$ y la segunda por $\operatorname{sen}\delta$ y sumando, se obtiene el de p_t. Los valores que resultan son los siguientes

$$\left.\begin{array}{l} p_n = n\cos^2\delta + n_1 \operatorname{sen}^2\delta - 2t\operatorname{sen}\delta\cos\delta \\ p_t = (n - n_1)\operatorname{sen}\delta\cos\delta + t(\cos^2\delta - \operatorname{sen}^2\delta)\end{array}\right\} (6)$$

Las anteriores ecuaciones pueden ponerse en esta forma

$$p_n = \frac{n + n_1}{2} + \frac{n - n_1}{2}\cos 2\delta - t\operatorname{sen} 2\delta$$

$$p_t = \frac{n - n_1}{2}\operatorname{sen} 2\delta + t\cos 2\delta,$$

ó bien

$$p_n = \frac{n + n_1}{2} \pm \frac{n - n_1}{2\sqrt{1 + t^2 g\, 2\delta}} \mp \frac{t \cdot tg\, 2\delta}{\sqrt{1 + t^2 g\, 2\delta}}$$

$$p_t = \pm\frac{(n - n_1)\, tg\, 2\delta}{2\sqrt{1 + t^2 g\, 2\delta}} \pm \frac{t}{\sqrt{1 + t^2 g\, 2\delta}}$$

Se ve que á cada valor de p_n y p_t corresponden cuatro inclinaciones del elemento definidas por otros tantos valores de δ, las cuales dos á dos son perpendiculares entre sí

10.—*Condición para que la fábrica no se desprenda en el paramento de aguas abajo.*—Se ha observado que este hecho ha ocurrido en algunas de las presas construídas; para que la fábrica esté comprimida en todas partes bastará que n_1, sea positivo. Lo es desde luego para $x = 0$, es decir, en el paramento de aguas arriba, y habrá que comprobar si lo es igualmente en el otro ó sea para $x = \varepsilon$, lo cual podrá hacerse por medio de la ecuación que da el valor de n_1, del grupo (6).

11.—*Compresión máxima* y *mínima según un elemento cualquiera.*—Los puntos en que la presión total sobre un elemento cualquiera es normal á él podrán determinarse igualando á cero el valor p_t de la componente tangencial que da el grupo (6), es decir

$$(n - n_1)\operatorname{sen}\delta\cos\delta + t(\cos^2\delta - \operatorname{sen}^2\delta) = 0$$

ó bien

$$\frac{(n-n_1)}{2} sen\ 2\,\delta + t\cos 2\,\delta = 0$$

De donde se deduce la condición

$$tg\ 2\,\delta_1 = -\frac{2\,t}{n-n_1} \qquad (a)$$

De suerte que en todo elemento que tenga la inclinación definida por este ángulo δ, la presión que soporte será rigurosamente normal. La recíproca es igualmente cierta. Obsérvese también que en cada punto existirán dos elementos cortándose á ángulo recto que cumplirán con la condición (a).

Para determinar los valores de la presión en los dos elementos de inclinación δ, basta sustituir el que para ésta da la fórmula (a) en el valor de p_n, para lo cual se pondrá este en función de las líneas trigonométricas de $2\,\delta$. Se obtiene así

$$p_n = \frac{1}{2}(n+n_1) + \frac{n-n_1}{2}\cos 2\,\delta - t\ sen\ 2\,\delta\,;$$

poniendo ahora $\cos 2\,\delta$ y en $2\,\delta$ en función de $tg 2\,\delta$, ó sea $-\frac{2t}{n-n_1}$

se deducen los dos siguientes valores de p_n.

$$A = \frac{n+n_1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(n-n_1)^2 + 4\,t^2} \qquad (D)$$

$$B = \frac{n+n_1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(n-n_1)^2 + 4\,t^2} \qquad (E)$$

Si se tratase de hallar el valor mínimo de la componente normal p_n sobre un elemento de inclinación cualquiera, para los distintos valores de δ habría que igualar á cero la derivada con relación á dicha variable y se obtendría la ecuación

$$-\frac{n-n_1}{2}\cos 2\,\delta - t\ sen\ 2\,\delta = 0,$$

ó sea

$$tg\ 2\,\delta = -\frac{2\,t}{n-n_1}\,,$$

es decir, la misma (a) que da la inclinación de los elementos para los cuales la componente tangencial es nula, lo cual era fácil de prever. De aquí, por lo tanto, el siguiente teorema ya enunciado anteriormente:

Existen en todo perfil de un macizo prismático dos sistemas de líneas llamadas isostáticas que en cada punto se cortan á ángulo recto y que tienen la propiedad de que la presión que sobre ellas se ejerce es rigurosamente normal á dichas líneas, siendo al mismo tiempo la máxima y la mínima de las que obran sobre los diversos elementos que pasan por el punto considerado. Puede notarse que la demostración que precede es rigurosamente exacta y por completo independiente de toda hipótesis.

Obtenido para cada punto, en que quiera hacerse la comprobación de la compresión máxima, el valor de A por la fórmula (D), deberá verificarse

$$(D') \qquad A \geq R.$$

Cuando para un cierto valor de y se reconoce que el de A es función creciente de x el máximo de los máximos en la horizontal de ordenada y tendrá lugar para $x = \varepsilon$; en tal caso podría comprobarse que este valor de A coincide con el que se ha dado en el núm. 3, y bastará, por lo tanto, recurrir á las fórmulas del núm. 7 para estar seguro de que en parte alguna la mampostería soporta presiones superiores á la R admitida.

Si por el contrario la expresión de A considerada como función de la variable x para un cierto valor de y, pasa por un máximo correspondiente á un valor de dicha variable comprendido entre 0 y ε, lo que se reconocería observando si $\frac{dA}{dx}$ cambia de signo en este intervalo, es claro que el máximo de A así obtenido debería ser inferior á R, y si no lo fuese habría que reforzar el perfil de la presa.

La compresión mínima en cada punto que hemos designado por B debe llenar la condición

$$B > 0\,, \qquad (E')\,.$$

En el paramento de aguas arriba esta condición está satisfecha; en el de aguas abajo se tiene $B = 0$. Si pues se reconoce en virtud de la fórmula (E) que B es una función decreciente de x para cualquier valor de x la condición quedará cumplida en todas partes. Para que no ocurriera así sería preciso que B pasase por un mínimo para valores de x comprendidos entre $x = 0$ y $x = \varepsilon$; este mínimo no debería ser nunca negativo, puesto que no deben admitirse las tensiones, y si así no fuera debería alterarse el perfil de la presa.

12. *Esfuerzo cortante ó tangencial.*—El valor de este esfuerzo referido siempre á la unidad de superficie, está dado en cada punto para un elemento de inclinación cualquiera por la expresión hallada anteriormente.

$$p_t = \frac{(n-n_1)}{2} sen\ 2\,\delta + t\cos 2\,\delta$$

Si deseamos encontrar el máximo de esta función para los distintos valores de δ, se obtendrá la fórmula siguiente que da el valor δ_2 correspondiente.

$$tg\ 2\,\delta_2 = \frac{n-n_1}{2\,t}\,.$$

Sustituyendo en el de p_t se obtienen los siguientes:

$$p'_t \sqrt{(n-n_1)^2 + 4\,t^2}$$

$$p''_t = -\sqrt{(n-n_1)^2 + 4\,t^2}$$

de los cuales el primero sólo corresponde al máximo.

Este valor p'_t puede ponerse bajo la forma

$$p'_t = \frac{A-B}{2} \quad (F)\,.$$

Es decir, que el esfuerzo tangencial máximo en cada punto, es igual en valor absoluto á la semidiferencia de las compresiones máxima y mínima en el mismo punto. Observando las dos fórmulas

$$tg 2\delta_1 = -\frac{2t}{n-n_1} \quad \text{y} \quad tg 2\delta_2 = \frac{n-n_1}{2t},$$

que dan la inclinación de los elementos á que corresponden los esfuerzos de compresión máximo y mínimo y el esfuerzo máximo tangencial en cada punto, se deduce que éste tiene por dirección las bisectrices de los ángulos rectos que forman las líneas isostáticas que pasan por el punto considerado.

En todo el paramento de aguas abajo $B = 0$, y, por lo tanto el esfuerzo tangencial máximo es igual á $\frac{A}{2}$, según se había deducido ya directamente.

Siendo R′ la resistencia de las fábricas al esfuerzo cortante, deberá verificarse en todas partes

$$\tfrac{1}{2}\sqrt{(n-n_1)^2 + 4\,t^2} \geq R'.$$

Pueden hacerse á este propósito las mismas observaciones que se han hecho en el número anterior acerca de los valores de A y de B.

13. *Deslizamiento.*—En el número 6 se ha establecido la con-

dición para que no pueda verificarse el deslizamiento según una horizontal; mas cabe preguntar si no podrá tener lugar según una línea recta ó curva de inclinación cualquiera. Hay en tal caso que considerar como resistencias que se opondrían al deslizamiento, no sólo las de rozamiento y la que ofrecería el mortero por su resistencia propia y por su adherencia á la piedra, sino también la que al esfuerzo cortante opone todo macizo de fábrica cuando la superficie de rotura no coincide con la de hilada de la construcción. Sabido es que esta resistencia es tanto mayor cuanto más perfecta sea la trabazón de unos mampuestos con otros. M. Clavenad, según se dijo ya, ha indicado el procedimiento que conviene adoptar para someter al cálculo los elementos principales que en este caso intervienen, y M. Levy sigue tal procedimiento. Sea p la presión total ejercida sobre un elemento lineal de inclinación cualquiera pasando por un punto de la sección de la presa, y p_n y p_t las componentes normal y tangencial de dicha presión. La fuerza normal p_n, en el momento de dar principio el deslizamiento, dará lugar á un rozamiento fp_n que en parte se opondrá al esfuerzo cortante p_t, de suerte que la diferencia de estas dos fuerzas

$$p_t - fp_n$$

es la que realmente producirá el esfuerzo en virtud del cual se operará el desprendimiento de la fábrica. Para obtener el máximo de esta diferencia relativamente á las distintas inclinaciones del elemento que pasa por el punto considerado, sustituyamos á p_t y p_n sus valores en función del ángulo δ de dicho elemento con la horizontal.

Se tendrá así:

$$p_t - fp_n = (n - n_1)\, sen\,\delta \cos\delta + t(\cos^2\delta - sen^2\delta) -$$
$$f(n \cos^2\delta + n_1\, sen^2\delta - 2t\, sen\,\delta \cos\delta),$$

expresión que puede ponerse bajo esta forma:

$$p_t - fp_n = (n - n_1 + 2ft)\, sen\,\delta \cos\delta + (t - fn)\cos^2\delta -$$
$$(t + fn_1)\, sen^2\delta,$$

ó bien

$$p_t - fp_n = \frac{n - n_1 + 2ft}{2}\, sen\, 2\delta + \frac{t - fn}{2}(1 + \cos 2\delta) -$$
$$\frac{t + fn_1}{2}(1 - \cos 2\delta).$$

Hallando la derivada de esta función con relación á δ é igualándola á cero se obtiene la ecuación de la que podrá deducirse el valor δ_3 que corresponde al máximo buscado

$$tg\, 2\delta_3 = \frac{n - n_1 + 2ft}{2t - fn + fn_1}$$

Sustituyendo este valor en el de $p_t - fp_n$ se obtiene después de simplificar.

$$\frac{\sqrt{1+f^2}\sqrt{(n-n_1)^2 + 4t} - f(n+n_1)}{2} \quad (7)$$

Esta expresión puede ponerse bajo esta forma:

$$p_t - fp_n = \frac{\sqrt{1+f^2}(A - B) - f(A + B)}{2} \quad (7')$$

De suerte que teniendo en cuenta la resistencia al rozamiento y al esfuerzo cortante la condición (F') debe sustituirse por la siguiente:

$$\frac{1}{2}\sqrt{(n-n_1)^2 + 4t^2} \leq \frac{1}{\sqrt{1+f^2}}\left(R' + \frac{f(n+n_1)}{2}\right) \quad (7'')$$

la cual á su vez puede ponerse en esta forma:

$$\frac{1}{2}(A - B) \leq \frac{1}{\sqrt{1+f^2}}\left(R' + f\frac{(A+B)}{2}\right). \quad (7_1)$$

En el paramento de aguas abajo $B = 0$, y por lo tanto, en él el valor del máximo de $p_t - fp_n$ es igual á

$$\frac{\sqrt{1+f^2}\,A - fA}{2} = \frac{A}{2}\left(\sqrt{1+f^2} - f\right).$$

Si se supone $f = 0,75$, este valor se convierte en

$$\frac{A}{2}\left(\sqrt{1 + \frac{9}{16}} - \frac{3}{4}\right) = \frac{A}{4}$$

Es decir, que el esfuerzo tangencial máximo, ya tenido en cuenta el de rozamiento, alcanza en el paramento de aguas abajo un valor igual al cuarto del esfuerzo máximo de compresión en el mismo punto. M. Levy no estudia esta consecuencia que he deducido de sus fórmulas; pero creo que tiene verdadera importancia. En efecto, demuéstrase en ella que la resistencia al esfuerzo cortante de las fábricas que entran en las presas, que se suponía no debía exceder de 0,7 kilogramos ó 0,8 kilogramos por centímetro cuadrado (Clavenad), debe ser muy superior á estas cifras, pues el esfuerzo cortante á que realmente desde muy antiguo se hallan sometidas las de algunas de nuestras antiguas presas, excede de tres kilogramos por centímetro cuadrado. Demuestra también la consecuencia deducida la importancia excepcional que en la estabilidad de las presas juega la buena trabazón de las mamposterías, siendo probable que á la ruina de algunas haya contribuído, como ya ha indicado Clavenad para la del Habra, la falta de trabazón y, por lo tanto, de resistencia á dicho esfuerzo. De todas suertes, éste está tan ligado con los máximos de compresión, que todas las causas que eventualmente pueden aumentar el primero, aumentan igualmente en la notable proporción de un cuarto del mismo el segundo.

Si se reconoce que para cualquier valor de y la función (7) crece con x para los valores de la variable comprendidos entre $x = 0$ y $x = \varepsilon$, bastará que se verifique la condición

$$\frac{A}{2}\left(\sqrt{1+f^2} - f\right) \leq R'$$

ó bien

$$A \leq \frac{2R'}{\sqrt{1+f^2} - f} \quad (7_2)$$

ó

$$A \leq 4R, \text{ si se acepta } f = 0,75.$$

Caso en que el paramento de aguas arriba no es vertical.

14. Las últimas grandes presas construidas lo han sido generalmente con el paramento de aguas arriba vertical ó casi vertical, de acuerdo con las opiniones de varios autores expuestas anteriormente. Mas para satisfacer lo más económicamente posible, dice Mr. Levy, la condición del número 2, podrá tener ventaja en algunos casos dar á dicho paramento ya una inclinación uniforme, pero pronunciada, ya una inclinación variable con la altura; será necesario, por lo tanto, completar para este caso las fórmulas anteriores.

Tomemos para ejes coordenados los mismos adoptados en el caso anterior, y sean ε y $-\varepsilon_1$ las abcisas de ambos paramentos correspondientes á una ordenada y.

La presión normal que se ejerce sobre la sección horizontal situada á aquella profundidad tendrá en este caso por expresión

$$N = K\int_0^y (\varepsilon + \varepsilon_1)\, dy + \int_0^y y\, \frac{d\varepsilon_1}{dy}\, dy \quad (8)$$

El momento de todas las fuerzas que obran sobre dicha sección con relación al punto medio de la misma será

$$\left.\begin{aligned} M = \frac{K}{2}\left[\int_0^y (\varepsilon^2 - \varepsilon_1^2)\, dy - (\varepsilon - \varepsilon_1)\int_0^y (\varepsilon + \varepsilon.)\, dy\right] \\ + \frac{y^3}{6} - \int_0^y \frac{d\,\varepsilon_1}{dy}\, y\, dy - \frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{2}\int_0^y y \frac{d\,\varepsilon_1}{dy}\, d\,y. \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

La presión normal n' en el extremo de aguas arriba de la sección horizontal tendrá por expresión

$$n' = \frac{N}{\varepsilon + \varepsilon_1} - \frac{6\,M}{(\varepsilon + \varepsilon_1)^2} \quad (10)$$

La presión normal n'' en el extremo de aguas abajo de la misma sección será

$$n'' = \frac{N}{\varepsilon + \varepsilon_1} + \frac{6\,M}{(\varepsilon + \varepsilon_1)^2} \quad (10')$$

Las fórmulas (8), (9), (10) y (10') permiten hacer la determinación de los perfiles de la presa, en el caso actual, por cálculos análogos á los de los números 6, 7 y 8, pues las condiciones enunciadas en estos párrafos serían las mismas.

Si se quisiera hacer las comprobaciones á que se refieren los números 9, 10, 11, 12 y 13 habría que calcular los valores que tendrían en este caso n, n_1 y t. Siguiendo procedimientos completamente análogos á los expuestos se obtendrán las siguientes fórmulas:

$$(11) \quad n = \frac{-\,n'(x - \varepsilon) + n''(x + \varepsilon_1)}{\varepsilon + \varepsilon_1},$$

ó bien

$$n = P + Q\,x$$

siendo

$$(11') \begin{cases} P = \dfrac{n'\,\varepsilon + n''\,\varepsilon_1}{\varepsilon + \varepsilon_1} \\ Q = \dfrac{n'' - n'}{\varepsilon + \varepsilon_1} \end{cases}$$

$$(12) \begin{cases} n = P + Q\,x \\ t = (K - P')(x + \varepsilon_1) - Q\,\dfrac{x^2 - \varepsilon_1^2}{2}\,(P - Q\,\varepsilon_1 - y)\,\varepsilon'_1 \\ n_1 = y + (P - Q\,\varepsilon_1 - y)\,\varepsilon'^2_1 \\ + \left(-(K - P')\,\varepsilon_1 - Q'\,\dfrac{\varepsilon_1^2}{2} + (P - Q\,\varepsilon_1 - y)\,\varepsilon'_1\right)'(x + \varepsilon_1) \\ \quad + P''\,\dfrac{x^2 - \varepsilon_1^2}{2} + Q''\,\dfrac{x^2 + \varepsilon_1^2}{6}\,. \end{cases}$$

Si la inclinación del paramento de aguas arriba es pequeña puede despreciarse en estas fórmulas ε'_1.

Conocidos los valores que tienen en el caso actual n, t y n_1 pueden también hacerse las mismas comprobaciones del caso anterior, empleando las fórmulas transcritas.

Hay que hacer observar que los valores de n, t y n_1 que dan os grupos de ecuaciones (6) y (12) se refieren al caso en que la presa está llena; si estuviera vacía sería fácil hallar las fórmulas análogas teniendo en cuenta el valor que entonces alcanzan las constantes de las integrales.

Es conveniente notar para las aplicaciones que la presión máxima en el paramento de aguas abajo es siempre igual á la presión en la sección normal multiplicada por la unidad más el cuadrado de la tangente del ángulo que la horizontal forma con la normal á aquel paramento, es decir $n''(1 + \varepsilon'^2)$. Esto mismo ocurre en el otro paramento á embalse vacío, en que la presión tiene por valor $n'(1 + \varepsilon'^2)$; mas en el caso de embalse lleno, la presión máxima en este paramento es igual á $n'(1 + \varepsilon'^2) - \varepsilon'^2\,y$ ó á y, según que se verifique ó no la condición fundamental del método de Levy.

(Se continuará.)

TELEFONO ELECTRICO
SIN HILOS

TRANSMISIÓN DE LA VOZ

Hoy día se puede *grabar* la voz humana sobre la capa de cera de un cilindro fonográfico, sobre la corriente eléctrica en el micrófono, sobre un rayo de luz en el fotófono de Bell, sobre un rayo calorífico en los termófonos, sobre un rayo químico en los actinófonos, sobre un rayo oscuro ultra-violeta en el teléfono Dusaud, y se puede también *grabar*, aunque no se ha probado, sobre un rayo electromagnético de los usados en la telegrafía Marconi.

Según sea el medio conductor, viaja el molde de la voz ya encerrado en un paquete postal, ya á lo largo de un alambre ó á través del espacio, *sin hilos*; y al llegar al punto de destino, una voz igual á la primitiva vuelve á ser hecha, bien moldeando en el fonógrafo receptor una energía local que se tenga á mano, bien transformando en los demás aparatos citados la misma energía que sirvió de vehículo; vehículo de una cosa abstracta, una ley de vibraciones, la *fórmula* de la voz, que es lo único que dejó ésta en la corriente eléctrica ó en el rayo de luz, de calor, etcétera.

Todos los *radiófonos* citados, ó sea los que utilizan la radiación (luminosa, calorífica ó química) como medio conductor, no se han adoptado en la práctica por la escasa distancia á que alcanza su sensibilidad. Pequeña ha de resultar ésta cuando la capa de nuestra atmósfera por donde queremos hacer viajar la radiación es la más cercana á la tierra, y, por tanto, la más densa y la que más corpúsculos flotantes contiene en su seno; la absorbe á los pocos metros. Culpa es eso de la mala elección que se ha hecho de la radiación ó rayo adoptado; no del fenómeno radiofónico, que es en sí maravilloso.

Hago centellear un rayo de luz con arreglo á las vibraciones de la voz y ese rayo de luz, cayendo allá lejos sobre una capa de negro humo depositada sobre un cristal, comunica sus latidos al aire próximo y la voz queda hecha.

Y para ese centelleo basta hablar delante de una lámina de mica plateada en que se refleje un rayo de luz solar ó eléctrica para dirigirlo á la estación de destino; el disco de mica al vibrar esparce en la atmósfera más ó menos rayos de los que en apretado haz cilíndrico de luz caían sobre el receptor cuando la mica en su posición normal hacía el papel de espejo plano, y desgajando rayos varía la intensidad luminosa del haz. Esas microvariaciones que la vista no aprecia, obedecen al mismo ritmo de la voz que se transforma así en ritmo de la luz.

En el negro de humo, ese ritmo calorífico de la luz produce otro sincrónico de dilatación en el aire adyacente, y queda reconstituída la voz.

No es la luz la que produce su efecto en el radiófono, sino los rayos caloríficos que la acompañan, La distancia máxima posible entre las dos estaciones ha sido de 40 metros.

Algo más alcanza el fotófono de Bell, 213 metros, pero aprovecha otro fenómeno físico: la acción de la luz sobre el selenio que disminuye su resistencia eléctrica. El rayo luminoso, en lugar de incidir sobre el negro de humo, lo hace sobre un pedazo de selenio intercalado en un circuito local de un teléfono por el que circula la corriente de una pila; y el ritmo luminoso se trans-