

LOS RESTOS COLONIALES DE ESPAÑA⁽¹⁾

(Conclusión).

Con un presupuesto total de gastos tan exiguo no es posible que la colonia se desarrolle, ni siquiera continúe viviendo medianamente. Pero más importante aún que aumentar dicho presupuesto es el variar su distribución, y que las cantidades asignadas á cada servicio se hallen en relación directa de su importancia y del de la que realmente prestan ó deben prestar á la isla.

La isla portuguesa de Santo Thomé, tantas veces citada, á pesar de su aislamiento, sostiene una guarnición, un sistema judicial perfecto, así como el de Hacienda y Fomento, y obtiene anualmente un sobrante de 300.000 á 400.000 duros, y es un pequeño territorio, casi la mitad en extensión que el de nuestra isla de Fernando Póo.

Estos ejemplos patentizan nuestro anterior concepto acerca de los escasos medios y condiciones de nuestro carácter para realizar todo aquello que exija cuidado, estudio y persistente voluntad.

Santa Cruz de Mar Pequeña.—Otro testimonio de ello, que no queremos dejar de citar al terminar estos apuntes, es el de la cesión á nuestro país de Santa Cruz de Mar Pequeña, en la costa africana, cuya posesión nos fué concedida al finalizar la guerra con Marruecos, el 23 de Marzo de 1860, en las alturas de Wad-Ras.

Con el nombre de Santa Cruz de Mar Pequeña se designa un pequeño territorio, en el mismo sitio en que existió Argila Vider, ó sea una mina próxima á una antigua fortaleza, en el actual Puerto Cansado, que se halla en el mismo paralelo que la isla Fuerte-Ventura de las Canarias, ó algo más al Sur, y en cuyo punto es donde más se aproxima el continente africano á nuestro Archipiélago.

En dicho territorio no tiene de hecho, dominio alguno, el Sultan de Marruecos, y realmente no lo tiene ya en derecho, á partir del tratado de Wad-Ras. Se pensó establecer en él una pesquería, y dada su proximidad á nuestras islas Canarias hubiera sido de interés realizarlo. Nada se ha hecho; ni siquiera se ha tomado posesión efectiva de Santa Cruz de Mar Pequeña.

Y si no había de conservarse ni obtener beneficio alguno de tal posesión, más vale continuar en el actual estado de su abandono, y más particularmente en las presentes circunstancias, en las que no sería posible ocuparnos con fruto de tales nuevos cuidados. Pero entendemos que, al contrario, no debiera olvidarse la conservación de lo poco que nos queda, y que aun pudieran utilizarse con beneficio del país en las posesiones del Golfo de Guinea.

Fernando Póo (la isla hermosa), puede ser productiva de rendimientos especiales en sus frutos para España, y en utilidades para nuestros compatriotas ya establecidos ó que se establezcan en la isla.

Bastaría para ello, repetimos, enviar allí personas entendidas y conecedoras de aquel país que dirigieran su explotación; establecer sanatorios, penitenciarias y centros de exportación, con buenos agentes comerciales. Proteger la navegación, subvencionando á las Compañías que enviasen á la isla sus buques, una vez que aquel comercio hubiera adquirido importancia. Fomentar especialmente la producción del cacao, pues de la isla puede obtenerse el suficiente para surtir á la Península y para atender á todos los pedidos de dicho fruto. Fomentar asimismo el cultivo del tabaco y del café, que como se ha dicho ha dado buenos resultados, y proteger el trabajo con el establecimiento de una fuerza pública apropiada á la isla, y favoreciendo el tráfico con la construcción de caminos, no tardaría muchos años en emular Fernando Póo á las islas portuguesas de aquellos mares.

No deben olvidarse tampoco las buenas condiciones de la de *Annobón*, por la salubridad de su clima, la feracidad de su suelo y la bondad de sus naturales, para utilizarla con gran provecho, á poco que se la atendiese con nuestro esfuerzo para el desarrollo de sus medios, enviando allí, como es consiguiente, un subgobernador y buenos empleados, y asimismo agentes comerciales sostenidos por el Estado para la mejor explotación de aquel país en sus comienzos, y hasta que se obtuvieran rendimientos que permitieran subvenir á las atenciones de la isla sin auxilio directo de nuestra Administración.

Por último: otra de las atenciones que debería satisfacerse para el mejor desarrollo de nuestros intereses y de nuestra influencia en aquellas islas del *Golfo de Guinea*, es el establecimiento de un cable submarino telegráfico que facilitase la comunicación con la Península; lo que sería fácil, puesto que el cable portugués á Santo Thomé pasa próximo á Fernando Póo, y podría convenirse con Portugal el unirle un ramal que enlazara nuestra colonia con España.

Tales, son, en resumen, las medidas, que podrían y deberían adoptarse para conseguir, siquiera sea al final de nuestra dominación colonial, algún provecho de los pequeños restos que de ella nos quedan, y siquiera fuese también para demostrar que de algo habían servido las lecciones de la experiencia y de los negativos resultados obtenidos por no haber atendido con el cuidado, inteligencia y voluntad que se merecían á la conservación de los perdidos territorios de nuestras antiguas colonias.

B. DONNET.

Madrid, 15 de Julio de 1899.

ESCALAS PARA MEDIR SUPERFICIES

La cubicación del movimiento de tierras es una de las operaciones más laboriosas que exige la redacción de un proyecto de carretera ó ferrocarril, por los numerosos perfiles transversales y volúmenes de desmontes y terraplenes, representados por áreas, que es preciso medir.

El procedimiento del planimetro es de los más cómodos y apropiados al objeto, siempre que su uso se sujete á las reglas que aseguran la exactitud necesaria. El instrumento ha de ser bueno. La superficie de rodadura suficientemente plana y áspera para evitar el deslizamiento. El encargado de la operación debe estar acostumbrado al manejo del planimetro y tener un pulso firme para seguir con el punzón el contorno de la superficie que ha de medir. Y, finalmente, si quiere obtener alguna garantía de seguridad, ha de verificar dos veces la operación, comparando los resultados. Rara vez se cumplen todas estas condiciones, y de ello se resiente la exactitud del procedimiento.

Los demás métodos empleados son en general menos expeditos, y la mayor rapidez de algunos de los usados en la medición de perfiles transversales sólo se consigue á costa de la exactitud.

El procedimiento que proponemos se funda en la siguiente propiedad de que goza la hipérbola.

Los paralelógramos formados por los asímtotas de esta curva y dos rectas paralelas á ellas, trazadas por un punto cualquiera de la hipérbola, son equivalentes. Esto nos proporciona el medio de construir una escala para medir superficies de paralelógramos de ángulo constante, para lo cual se trazarán dos rectas que formen entre sí este ángulo; se construirá una serie de hipérbolas asímtóticas á estas mismas rectas, y espaciadas de tal modo que las diferencias de áreas de los paralelógramos correspondientes á dos curvas consecutivas sean cantidades conocidas; y, por último, se numerarán dichas hipérbolas escribiendo sobre cada una el área á que corresponde.

De las cuatro series de ramas pertenecientes á los dos conjuntos de hipérbolas que puedan trazarse con esas asímtotas, no

(1) el número anterior.

es necesario construir más que una, la serie comprendida en uno de los ángulos que forman dichas rectas; siendo de notar además que todas esas ramas de cada serie son semejantes y homotéticas.

Para medir un paralelogramo sobre esta escala, se ajusta uno de sus ángulos al de los asímptotas, y el vértice libre indicará el área por su posición sobre una de las hipérbolas, ó entre dos de ellas, previamente numeradas, del mismo modo que el extremo de una recta indica su magnitud sobre la escala rectilínea cuando su origen coincide con el cero. En este principio se fundan los cuadros gráficos de Davaine, de que luego hablaré.

Para hacer aplicable la escala de superficies á la medición de paralelogramos de diversos ángulos, y en general á cuadriláteros cualesquiera, bastaría poder circunscribir á dichas figuras paralelogramos de ángulo fijo y cuyas áreas se hallaran con las de los cuadriláteros que han de medirse en una relación constante y determinada. Esto se consigue trazando por dos vértices opuestos del cuadrilátero, rectas paralelas á la diagonal que une los dos restantes; y por estos últimos, otras dos paralelas entre sí y que formen con las primeras el ángulo fijo de asímptotas de la escala.

Así se construye un paralelogramo que tiene doble superficie que el cuadrilátero, como puede comprobarse descomponiendo en dos partes ambas figuras, inscrita y circunscrita, por medio de la diagonal del cuadrilátero de que hemos hecho mención.

Midiendo en la escala el paralelogramo circunscrito, basta tomar la mitad del área que indiquen las hipérbolas para obtener la superficie del cuadrilátero; ó lo que es mejor, numerar desde luego las curvas con las mitades de las áreas correspondientes, hecho lo cual se leen directamente las superficies.

Es de advertir que la equivalencia de la superficie á la mitad del paralelogramo circunscrito por el procedimiento indicado, subsiste para el caso de no ser convexo el cuadrilátero, ó de que éste se redujera á un triángulo; pudiendo además ocurrir que algunos vértices de los triángulos ó cuadriláteros convexos ó no convexos, resulten situados sobre las prolongaciones y no sobre los lados de los paralelogramos, que ya no podrán denominarse con propiedad circunscritos, pero que siguen conservando con las figuras de que se deduce la misma relación de áreas.

El trazado de un paralelogramo equivalente al doble del área del cuadrilátero ó triángulo que ha de medirse, no es operación larga ni complicada; pero el llevarla á cabo, sin embargo, quitaría al procedimiento gran parte de su rapidez, que es la principal ventaja, é introduciría confusión en el dibujo. Deben, pues, y pueden evitarse estas construcciones, para lo cual basta trazar sobre la plantilla ó escala de superficies, una cuadrícula formada por dos series de rectas paralelas á las asímptotas, y que para la exactitud de las lecturas han de hallarse todo lo próximas que sea compatible con la claridad del dibujo.

Una vez completada la escala de este modo, se puede medir un cuadrilátero sin construcción previa de ningún género. Se hace coincidir una de sus diagonales con una de las asímptotas (véase la lámina) de tal modo que un vértice caiga sobre la intersección de estas dos rectas, centro común de todas las hipérbolas, y el otro vértice se halle del lado en que se han construido esas curvas. Colocada así la plantilla se la hace deslizar á lo largo de la segunda asímptota, y en el sentido conveniente para que el cuadrilátero quede del lado de las hipérbolas hasta llegar á una posición tal que uno de los vértices caiga sobre la primera de aquellas dos rectas que sirvió para fijar la escala en su posición inicial. De esta suerte queda inscrito el cuadrilátero en uno de los paralelogramos que forman la cuadrícula ó entre dos inmediatas, pudiendo leerse el área en el vértice libre de dicho paralelogramo real ó figurado. Cuando la superficie que se ha de medir es triangular, basta hacer la coincidencia de un lado con una asímptota y un vértice con el centro, colocando siempre el triángulo del lado de las ramas de hipérbola.

La escala puede construirse sobre una materia cualquiera, sea ó no transparente, porque los perfiles que hayan de superfiarse

podrán ser dibujados en papel de calco ó tela; pero la comodidad y rapidez de las operaciones exige que la plantilla sea transparente, rígida y provista de dos bordes paralelos á las asímptotas que sirvan para el deslizamiento sobre una regla fija.

Tratemos ahora de determinar la aproximación con que es susceptible de medirse una superficie por este procedimiento.

Llamando A el área á que corresponde una hipérbola cualquiera de la serie, y ΔA la relativa á la inmediata; designando de un modo análogo por a y $a + \Delta a$, los semiejes reales ó distancias del centro común de las hipérbolas á los vértices de las dos mencionadas curvas, y siendo α el ángulo de las asímptotas, se obtiene A en función de ese elemento y del semieje

a por la fórmula $A = \frac{1}{4} a^2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ (1), y dando incrementos

$$A + \Delta A = \frac{1}{4} (a + \Delta a)^2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

De estas dos expresiones se deduce

$$\Delta A = \frac{1}{2} a \cdot \Delta a \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{4} \Delta^2 a \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$$

El mayor error que podremos cometer al apreciar un área comprendida entre esas dos curvas, es evidentemente la mitad de esta diferencia de áreas, de un modo análogo á lo que ocurre al medir la longitud de una recta cuyo extremo cae entre dos divisiones de una escala. Pero al admitir este máximo, tomamos un límite que ha de ser de siempre muy superior al error verdadero, porque en realidad pueden apreciarse cuartos, quintos y hasta fracciones menores de división cuando ésta no es excesivamente pequeña. El error máximo absoluto será pues inferior á

$$E = \frac{1}{4} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \Delta a \cdot a + \frac{1}{8} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \Delta^2 a,$$

y el relativo se obtendrá dividiendo el primero por el área $e = \frac{E}{A}$.

Se deduce de estas fórmulas que los errores absolutos y relativos aumentan, como era de preveer, con las distancias entre las curvas consecutivas, siendo conveniente aproximarlas todo lo que sea compatible con la claridad de la escala.

Para ver la influencia que el ángulo α de las asímptotas tiene sobre los errores absoluto y relativo, debemos suponer constantes los demás elementos, que son: A, a y Δa . Pero notemos que siendo A constante y α variable, y en razón inversa de la raíz cuadrada de $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ en virtud de la expresión (1); por lo cual, el error absoluto se compone de dos términos proporcionales, el uno

$$\sqrt{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}$$

y el otro á $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ y lo mismo el error relativo.

Parece por tanto, conveniente disminuir el ángulo lo más posible.

No puede, sin embargo, pasarse de cierto límite, porque á igualdad de distancia Δa , entre los vértices de dos hipérbolas contiguas, se aproximan éstas tanto más entre sí en todos sus demás puntos cuanto menor es el ángulo de las asímptotas; y como debemos suponer que Δa se ha hecho lo más pequeño posible dentro de lo que permite la claridad de la escala, dicha disminución del ángulo obligaría á un aumento del incremento de eje y, por tanto, al error.

Otra circunstancia que ha de influir en la elección de ángulo es la oblicuidad de la cuadrícula, que no ha de ser excesiva porque perjudica á la exactitud como veremos luego.

El error absoluto aumenta con a y por consiguiente con A, y el relativo disminuye cuando A y a aumentan. Los segundos términos de E y e, en los que entra como factor $\Delta^2 a$ y pueden suponerse despreciables al lado de los primeros para áreas de alguna

consideración, y entonces se simplifican las fórmulas, resultando E proporcional al semieje ó sea á la raíz cuadrada de la superficie que se mide y e inversamente proporcional á esta misma cantidad, á diferencia de lo que ocurre en la medición de líneas, en que E es independiente de la longitud y e inversamente proporcional á ella.

Para terminar el estudio teórico de los errores examinemos la influencia que sobre ellos puede tener la cuadrícula. Llamando d la distancia constante entre dos paralelas consecutivas, se deduce la que existe entre los vértices más alejado de cada uno de los rombos que constituyen la cuadrícula, por la fórmula

$$a, \delta = \frac{d}{\operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}}; \text{ y como el máximo error que puede cometerse (ad-}$$

mitiéndolo como tal) al buscar el vértice libre de un paralelogra-

mo comprendido entre dos de la cuadrícula es, $\frac{\delta}{4} = \frac{d}{4 \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}}$,

deben sumarse á los errores anteriormente hallados, los correspondientes á este nuevo incremento de distancia, obteniéndose los valores,

$$E = \frac{1}{4} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \left(\Delta a + \frac{d}{2 \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}} \right) a + \frac{1}{g} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \left(\Delta^2 a + \left(\frac{d}{2 \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}} \right)^2 \right) \text{ y } e = \frac{E}{A} \text{ » .}$$

Tal vez parezca arbitrario que se adopte para valor del error proveniente de la cuadrícula, el incremento de área que corresponde á un cuarto del intervalo, mientras que al hallar el de lectura en las hipérbolas se supuso que era de un medio.

Para explicar esta anomalía aparente, y prescindiendo de la exageración que se comete, como ya he dicho, al admitir un error tan considerable, debemos notar que el de la cuadrícula no es de lectura, sino de posición, y que hay gran diferencia entre la exactitud con que puede apreciarse la posición de un punto con relación á dos paralelas entre las que está situado, y á la que se consigue cuando se intenta determinar la relación de sus distancias á esas mismas líneas.

Para convencerse de ello basta señalar un punto cualquiera entre dos paralelas, y se verá con cuánta más precisión y rapidez se puede marcar otro que ocupe la misma posición relativa, que hallar la relación de sus distancias á ambas líneas.

Es evidente que convendría dar á las hipérbolas una separación constante é igual á la mínima que admita la escala para su debida claridad; pero hay una circunstancia que lo impide, y es, la falta de proporcionalidad entre la superficie y los semiejes. Estos no varían en razón directa de aquéllas, sino de sus raíces cuadradas; de manera que á intervalos constantes de curvas no corresponden incrementos iguales de superficies sino diferencias variables que no pueden admitirse porque complicarían las lecturas. El sistema más conveniente es un término medio, que consiste en no adoptar para incrementos de superficie más que números enteros ó fracciones sencillas, haciendo variar dichos incrementos de trecho en trecho con arreglo á este criterio, siempre que así lo exija el estrechamiento ó separación que vaya resultando entre las curvas, cuando éstas se aparten demasiado en uno ú otro sentido de la distancia tipo.

En las fórmulas de los errores llamamos Δa á la distancia entre vértices de hipérbolas consecutivas. Conviene tener presente que esta distancia es la máxima que separa dos hipérbolas homotéticas, porque va disminuyendo á uno y otro lado del eje conforme se aproxima á las asímptotas, hasta el extremo de que

si se adopta como tipo la separación de 1 mm. (por ejemplo) entre vértices habría necesidad de interrumpir una hipérbola de cada dos al llegar á un cierto diámetro, para evitar confusión; motivo por el cual no debe darse á Δa en las fórmulas ese valor tipo, pues los errores así obtenidos resultarían aplicables tan sólo á aquellos cuadriláteros para cuyas mediciones se hiciesen las lecturas sobre la parte de plantilla en que subsisten todas las hipérbolas.

Fundados en esta consideración, y teniendo en cuenta que las lecturas habrán de hacerse indiferentemente á un lado y otro de la bisectriz del eje y la asímptota, convendrá tomar para distancia tipo la que separa las hipérbolas en puntos próximos á dicha bisectriz, pues aun cuando hayan de interrumpirse algunas curvas al llegar á ciertos diámetros, aumentando el error, podrán en cambio intercalarse otras en las proximidades del eje, disminuyéndolo.

Tomaremos, pues, como dato la mínima distancia en las intermediciones de la bisectriz, y expresaremos Δa en función de esa distancia, para sustituirlo en la fórmula de los errores. Su expresión analítica resulta tan complicada, que creo preferible determinar su valor por un procedimiento gráfico para cada ángulo α de la plantilla. La operación se reduce á construir dos tangentes á la misma hipérbola, una en el vértice y otra en el punto correspondiente á la bisectriz, y á medir las longitudes interceptadas por las asímptotas sobre esas rectas. Puede admitirse sin error sensible que dichas magnitudes están en razón inversa de las distancias que se quiere relacionar, para pequeños valores de estas distancias.

Daremos una idea de la aproximación de que es susceptible el procedimiento, aplicando las fórmulas á un caso determinado.

Suponiendo que el ángulo de las asímptotas es de 45° ; que la distancia entre dos curvas consecutivas en las proximidades de la bisectriz es de 1 mm., y de medio la separación de rectas inmediatas de la cuadrícula; admitiendo, por último, que fuera á medirse un cuadrilátero de 500 mm^2 , que en escala de 5 mm. por metro lineal representa 20 m^2 , se obtiene para E, error absoluto, $17,30 \text{ mm}^2$, que equivale á menos de tres cuartos de metro cuadrado en la escala adoptada para el dibujo; y para valor de e, error relativo, 0,035.

Ya dijimos al establecer la fórmula del error, que la expresión $E = \frac{1}{2} \Delta A$ era exacta en el supuesto de que no se apreciase más que divisiones enteras, pero siendo de 1 mm la separación entre dos curvas, se puede, sin esfuerzo alguno, aproximar la lectura hasta divisiones y medias divisiones, por lo menos

con lo que E y e se reducen á $\frac{1}{4} \Delta A$ y $\frac{1}{4} \frac{\Delta A}{A}$ y en el ejemplo

numérico anterior á $8,65 \text{ mm}^2$ y $0,018$ respectivamente.

Al establecer las fórmulas no hemos tenido en cuenta la falta de exactitud el ajuste y movimiento de la plantilla; pero siendo ambos tan sencillos y precisos, sólo puede admitirse que separen de su verdadera posición el vértice libre del paralelogramo en una pequeña fracción de milímetro que introduce un error despreciable al lado del de la cuadrícula y el de lectura. Una diferencia de mayor entidad no podría llamarse error, sino equivocación.

Para hallar cómodamente la posición del vértice libre del paralelogramo, es conveniente que la cuadrícula esté dibujada de modo que no se extravíe en ella la vista, lo que puede conseguirse empleando diversos colores sucesivos, que se repitan periódicamente, en el trazado de las paralelas, y haciendo uso en las hipérbolas de un color diferente para evitar confusión.

Si la proximidad de las líneas que forman la cuadrícula disminuyera demasiado de la transparencia de la plantilla, apareciendo excesivamente borrosas las figuras que han de medirse, podrán ser suprimidos los colores, sustituyéndolos por un rayado

sin tintas, en el que de trecho en trecho se marque más alguna de las líneas para que sirva de guía.

La exactitud en la construcción de la plantilla es una de las condiciones esenciales para el buen resultado del procedimiento. Del trazado de la cuadrícula no diremos más sino que es muy sencillo y puede y debe ser exacto en lo que se refiere al paralelismo, que es la única condición de importancia.

Para construir las hipérbolas puede hacerse uso de un método rápido y exacto á la vez, es el siguiente: Con las asímptotas elegidas, y tomando como vértice un punto cualquiera de la bisectriz de esas rectas, que convendrá se encuentre alejado del centro con objeto de disminuir la curvatura de la hipérbola y dibujarla en escala suficientemente grande, se construirá por puntos una rama de esa curva. Esta construcción se hace con bastante exactitud aprovechando la propiedad de que gozan esas curvas y sus asímptotas de interceptar sobre una secante segmentos iguales.

La serie de hipérbolas que constituyen la escala, tienen las mismas asímptotas, por lo cual son figuras semejantes y homotéticas, cuyo centro de semejanza es su centro común. Basta, por tanto, formar una escala de proporciones constituida por un haz de rectas que tengan por longitud los radios vectores de los diversos puntos de la hipérbola construida, y que se apoyen todos sobre una transversal única. Una serie de paralelas á esta transversal determina sobre el haz de rectas las magnitudes de los radios vectores correspondientes de la serie de hipérbolas semejantes; radios que coinciden en posición y dirección con los de la curva construida.

Para medir con una de estas escalas un área poligonal cualquiera, se descompone, si no lo está ya, en el menor número posible de triángulos ó cuadriláteros, subdividiendo aquellos que por sus grandes dimensiones se salgan fuera de los límites de la parte de escala construida. Para llevar á efecto estas divisiones, no es preciso trazar los lados, sino tan sólo marcar los vértices de los cuadriláteros que han de medirse, que son los elementos que sirven para fijar la plantilla.

Los perfiles transversales de las explanaciones cuando están completamente en desmonte ó terraplén, tienen en general la forma de un pentágono por estar quebrada en dos la línea del terreno. En ocasiones, la pendiente transversal es uniforme, y el pentágono se reduce á un cuadrilátero que se mide con una sola lectura. Cuando no es así, pueden seguirse varios procedimientos, que son:

1.º Medir separadamente los dos cuadriláteros en que la cota roja, ó otra línea, divide el perfil.

2.º Sustituir la línea quebrada por una recta que separe un área equivalente; lo que se consigue con bastante aproximación uniendo los puntos medios de las dos que constituyen la línea quebrada, cuando no es muy marcado el ángulo que forman entre sí.

Y 3.º y último. Prolongar los taludes hasta su encuentro, medir el cuadrilátero convexo ó no convexo resultante, y restarle el área conocida del triángulo formado por la horizontal de la explanación y las prolongaciones de los taludes que debe estar calculada de antemano para todas las clases de terrenos y anchos de explanación.

Este procedimiento es el más rápido; pero tiene los inconvenientes de acumular los errores en una superficie inferior á la que se mide, y de salirse á veces el cuadrilátero fuera de los límites del dibujo ó su área fuera de la escala.

Si ha de usarse con ventaja el sistema, conviene que las plantillas de cajear perfiles estén dispuestas de modo que sirvan para señalar el punto de intersección de los taludes, sin necesidad de perder el tiempo en prolongarlos.

Cuando los perfiles son en ladera no ofrece dificultad la operación, porque cada parte en desmonte ó terraplén es un triángulo ó un cuadrilátero, por regla general.

En realidad ocurre que el perfil de un desmonte no es nunca un cuadrilátero, porque lo impiden las cunetas de que siempre ha

de estar provisto, y lo mismo sucede en la parte en desmonte de un perfil en ladera.

El incluir las cunetas en la medición de cada perfil sería un entorpecimiento para las operaciones, aun cuando sus áreas sean constantes y conocidas, y es preferible prescindir de ellas al formar los gráficos, como es práctica general, no omitiendo, sin embargo, su volumen en el presupuesto, con lo cual no hay variación ninguna en los desmontes, resultando tan sólo una pequeña alteración en las distancias de transporte determinadas por el gráfico de distribución; alteración que no puede influir de un modo sensible en el precio medio del terraplén, dada la escasez del volumen que se desprecia con relación al cubo total de tierras.

Puede evitarse este error, si se quiere, de la siguiente manera: dibujados los gráficos, tomando por ordenadas las áreas de los perfiles sin cunetas, se traza en la parte correspondiente á los desmontes nuevos ejes de referencia por debajo del primitivo, paralelos á él y á una distancia equivalente á la suma de las áreas de ambas cunetas ó á la de la cuneta única cuando es en ladera, obteniéndose así perfiles exactos.

Para medir los gráficos pueden aprovecharse las divisiones en trapecios, pero con objeto de disminuir el número de lecturas, deben prolongarse algunos lados, ó mejor dicho, marcar algunos vértices auxiliares que reduzcan el número de partes. En todos los casos se llega á convertir este número, para cada desmonte ó terraplén, en la mitad más medio ó más uno del de trapecios y triángulos.

Para terminar daré una idea de algunas escalas de superficies, que á no presentar ciertos inconvenientes, pudieran emplearse en la medición de perfiles transversales, y en general, de cuadriláteros que tengan constantes y conocidos un lado y los dos ángulos adyacentes.

Una de ellas es la que sirvió á Davaine para la formación de sus cuadros gráficos, después de transformadas en rectas las hipérbolas.

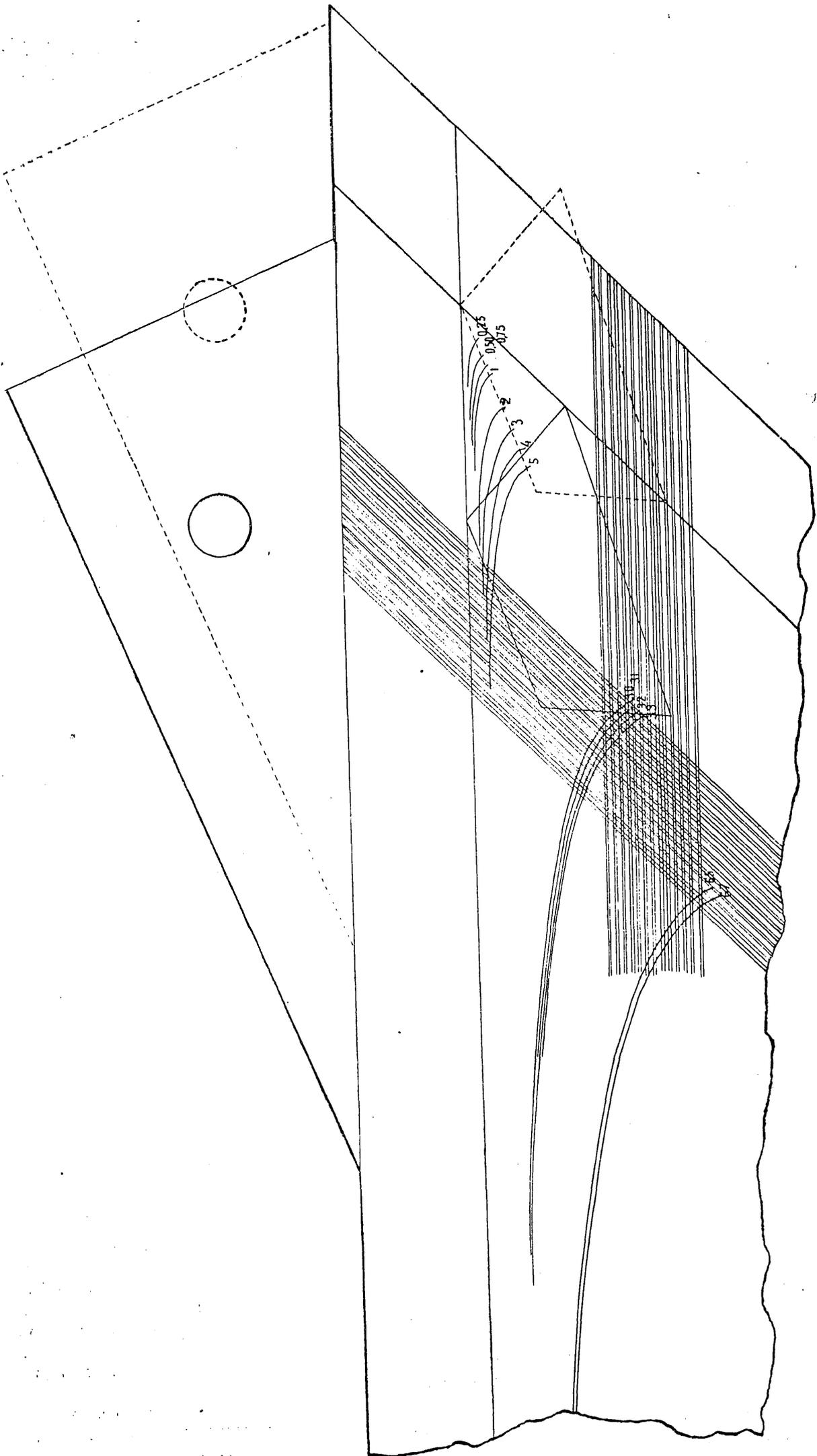
Por ser conocida no detallaré su construcción, recordando tan sólo que se aplica á la evaluación de medios perfiles transversales y que no requiere cuadrícula, sirviendo de indicador para las lecturas uno de los vértices del mismo cuadrilátero que se quiere medir.

A pesar de esta ventaja en la lectura, el sistema es inaplicable á mi juicio por sus inconvenientes que luego detallaré, y han sido causa, sin duda, de que Davaine no le empleara para formar plantillas ó escalas de superficies, sino sólo en cuadros gráficos de composición sencilla y en que se entra con datos numéricos que permiten ampliar la escala todo lo que la exactitud requiera.

Otro sistema de plantillas especiales se funda en una propiedad de la hipérbola, análoga á la de que hemos hecho uso y que se deriva de ella. Redúcese á que cualquier tangente á una hipérbola forma con las asímptotas un triángulo de área constante.

Prolonguemos el talud de un semiperfil transversal y la cota roja; y con estas dos rectas como asímptotas, construyamos una hipérbola que sea tangente á la línea del terreno; cualquier otra tangente que tracemos á esta hipérbola, limita en unión de las asímptotas un área igual. Restando á cada uno de estos triángulos el de área fija determinada por la horizontal de la explanación y las prolongaciones del talud y la cota roja, se obtienen áreas iguales para los cuadriláteros resultantes. De modo que la hipérbola trazada es la curva envolvente de las posiciones de líneas del terreno que dan semiperfiles transversales equivalentes. Sobre ella escribiremos el área de estos semiperfiles. Construyendo una serie de hipérbolas con esas mismas asímptotas é indicando en cada una el área separada por la tangente sobre el semiperfil de la explanación, tenemos una escala de superficies utilizable para medir semiperfiles transversales de forma cuadrangular, sirviendo de indicadora para las lecturas la línea del terreno.

Este género de escala, que ofrece como el anterior la ventaja de la sencillez en la lectura, presenta, por otra parte, los mismos inconvenientes en mayor ó menor grado.



Apliquemos, en efecto, á estas dos plantillas especiales y á la general, las fórmulas de los errores, y con objeto de hacerlos comparables, supongamos que se trata de medir el mismo semiperfil, dibujado en escala de 5 mm. por metro de 20 m.² de área, perteneciente á una explanación de 6 m.² de ancho, dando á Δa , distancia entre vértices de hipérbolas consecutivas, los valores que para cada plantilla resulten al suponer de un milímetro las mínimas distancias entre las curvas medidas en las proximidades de las bisectrices. El ángulo α puede ser cualquiera de la plantilla general, pero conviene tomar el que haga mínimo el error, Admitiremos, sin embargo, el de 45° que se le atribuyó en el ejemplo numérico expuesto anteriormente, por resultar así comparable con la plantilla de tangentes que ha de tener este mismo ángulo. El α de las escalas especiales no es arbitrario sino determinado por la naturaleza de las tierras. Suponiendo el talud de 1 por 1 se obtiene para α en la escala de Davaine 135° y en la otra 45°. Adoptaremos, finalmente, el valor, medio milímetro, para la distancia d entre paralelas de la cuadrícula en la plantilla general.

Las fórmulas que dan el error absoluto en cada uno de los tres casos, admitiendo el exagerado valor $E = \frac{1}{2} \Delta A$, son:

$$E_g = \frac{1}{2} \sqrt{A \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \left(\Delta a + \frac{d}{2 \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}} + \frac{1}{8} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \left(\Delta^2 a + \left(\frac{d}{2 \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}} \right)^2 \right) \right)}$$

» Plantilla general.

$$E_D = \frac{1}{2} \sqrt{\left(A + \frac{T}{2} \right) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \Delta a + \frac{1}{8} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \Delta^2 a}$$

» Plantilla de Davaine.

$$E_T = \sqrt{\left(A + \frac{T}{2} \right) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \Delta a + \frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \Delta^2 a}$$

» Plantilla de tangentes.

Y el relativo está determinado en cada escala por

$$e_g = \frac{E_g}{A} \quad e_D = \frac{E_D}{A} \quad e_T = \frac{E_T}{A}$$

respectivamente.

En estas expresiones, T representa el área del triángulo formado por la horizontal de la explanación y las prolongaciones de los taludes.

Sustituyendo números y efectuando operaciones se obtienen los valores 17mm², 30, 20mm², 65, 28mm², 16 para los errores absolutos y 0,035, 0,040 y 0,056 para los relativos.

De esta comparación se deduce que la plantilla general es la más exacta de las tres, manifestándose aún más la diferencia cuando se elige un valor próximo á 90° para ángulo de la plantilla, al que corresponde el error mínimo, que excede poco de 15mm² en la medición de la citada superficie de 500mm².

Los ángulos de las plantillas especiales no son arbitrarios sino que dependen de la naturaleza de las excavaciones, obteniéndose plantillas tanto más inexactas cuanto mayor es la pendiente del talud.

Al inconveniente de la menor exactitud se agregan otros de más entidad, que son: La necesidad de una plantilla para cada clase de terreno y ancho de explanación unida á la imposibilidad de medir perfiles en ladera ú otra figura cualquiera que no se ajuste á la semicaja de la explanación.

Podemos asegurar, en resumen, que dado caso de ser práctica la evaluación de superficies por medio de plantillas, la sola aceptable es la que hemos llamado general, que es única para cada escala del dibujo, y da un error relativo inversamente proporcional á la raíz cuadrada de la superficie que se mide; error que tiene un valor medio comprendido entre una y dos centésimas para un área de 500 mm².

Por otra parte, ni el ajuste ni la lectura son difíciles, obteniéndose el resultado con más rapidez que por cualquier otro sistema.

Para mayor exactitud conviene hacer las lecturas lo más próximas que sea posible al eje real de las hipérbolas, ó por lo menos dentro de la zona comprendida entre las bisectrices de los ángulos que forman las asíntotas con dicho eje. Esto se consigue siempre, cuando el área es triangular, eligiendo convenientemente al lado que sirve para el ajuste ó haciendo uso de una diagonal ficticia cuyos extremos sean un vértice, y un punto cualquiera del lado opuesto, que hace las veces de vértice de un cuadrilátero para los efectos de la medición.

Si la figura es cuadrangular, aun siendo de forma alargada, se consigue el objeto en muchas ocasiones empleando para el ajuste la menor de las diagonales. Si así no fuese y quisiera obtenerse mayor exactitud, convendrá á veces transformar la figura.

La lámina que acompaña representa un trozo de plantilla de 45° de ángulo en la cual se han trazado algunas curvas para dar idea de su disposición y manejo.

ENRIQUE BROCKMANN.

Avila; 27 Mayo 99.

TRANVIA DE SALT Á SARRIÁ

Del proyecto de tranvía de nuestro querido compañero D. Federico Moreno, á quien de veras felicitamos, dice el *Heraldo de Gerona*:

«Una noticia que consideramos de verdadero interés para la ciudad y los pueblos vecinos, nos complacemos en adelantar hoy á los lectores del *Heraldo*.

Nuestro estimado amigo y colaborador, el ilustrado Ingeniero de caminos D. Federico Moreno, ha terminado un notabilísimo proyecto de tranvía con tracción animal, que una las poblaciones de Salt y Sarriá pasando por Santa Eugenia y Gerona.

El referido proyecto, acompañado del correspondiente presupuesto y de una luminosa Memoria, ha sido ya remitido al Ministerio de Fomento con la instancia de concesión, por una poderosa casa de banca de Barcelona.

El tranvía que nos ocupa será una obra de verdadera importancia pues exigirá la construcción de un magnífico puente de hierro sobre el Onyar. Constará de una vía desde Sarriá al barrio de Pedret, donde se bifurcará yendo una por la Dehesa y calle de Ronda á la plaza del Marqués de Camps y otra por la plaza de San Pedro, calles de la Barca, Caldereros, Ballesterias, Cort-Real, Ciudadanos, plaza de la Constitucion y calle del Progreso, á unirse con la primera, continuando hasta Salt en una sola. Tendrá varios ramales, tales como el que unirá las fábricas de *Costa roja* con la estación de Sarriá, el que desde la plaza del Marqués de Camps irá á las estaciones de Francia, Olot y San Feliu, etc.

Muchísimos más datos podríamos comunicar á los lectores del *Heraldo*, pero razones de discreción de las que se harán seguramente cargo, nos impiden ser por hoy más explícitos.

No dudamos que Gerona recibirá la noticia con regocijo, y prestará para tan benéfico empresa todo su apoyo moral al que resulte concesión y se conservará grato recuerdo del distinguido Ingeniero que ha concebido la idea y ha empleado sus conocimientos en desarrollarla.

Nosotros felicitamos sinceramente á nuestro amigo Sr. Moreno, y deseamos ver realizado cuanto antes su proyecto.»