

## BIBLIOGRAFÍA

TAITÉ DE NOMOGRAPHIE.—*Theorie des abaques.—Applications pratiques*, par Maurice d'Ocagne, ingénieur des Ponts et Chaussées, professeur à l'École des Ponts et Chaussées, répétiteur à l'École Polytechnique.—Gauthier-Villars, éditeur.—Paris, 1899.

Tiene por objeto la Nomografía, según el autor de esta obra, reducir á simples lecturas, en cuadros gráficos, construidos de una vez para todas, los cálculos que se encuentran necesariamente en la práctica de diversas artes técnicas.

Estos cuadros, conocidos con el nombre de *abacos*, se emplean hace ya muchos años, pero á M. d'Ocagne se debe la creación de una teoría de estos abacos, en la cual se sintetizan, además de sus trabajos propios, que son importantísimos, los de todos sus predecesores, Lalanne, Lallemand, Massan, etc. La exposición completa de esta teoría es el objeto del libro que vamos á analizar.

Empieza estudiando las *escalas de funciones*, en las cuales la cantidad representada no varía proporcionalmente á la longitud recorrida en la escala, sino proporcionalmente á una cierta función de esta longitud; por ejemplo, las reglas logarítmicas. Estas escalas son de uso frecuente en los abacos y en otros aparatos de cálculo, y las observaciones del autor acerca de su trazado tienen verdadera utilidad práctica.

Sigue la representación en un plano de una ecuación con dos variables, que no ofrece, es bien sabido, dificultad ninguna, pero el examen de esta cuestión va acompañado de consideraciones interesantes sobre la anamorfosis y sobre el empleo de transparentes.

Una superficie  $F(x, y, z) = 0$ , puede representarse en un plano por medio de curvas de nivel, y de aquí se deriva con facilidad la noción fundamental de los *abacos de líneas concurrentes* (1). Basta trazar un encasillado formado por varias paralelas al eje  $OY$ , correspondientes á los valores  $x_1, x_2, x_3, \dots$  y otras varias paralelas al eje  $OX$ , correspondientes á los valores  $y_1, y_2, y_3, \dots$ , y dibujar sobre este encasillado las proyecciones de diferentes curvas de nivel correspondientes á los valores  $z_1, z_2, z_3, \dots$  para tener la ecuación  $F(x, y, z) = 0$  traducida en abaco. Tres cotas  $x_m, y_n, z_p$ , correspondientes á tres líneas que se encuentran en un punto, satisfacen necesariamente, dada la construcción del abaco, la ecuación considerada y reciprocamente, tres valores que satisfacen la ecuación, son cotas de tres líneas concurrentes. Cuando dos variables sean conocidas, el valor de la tercera se obtendrá leyendo en el abaco la cota de la línea que pasa por el punto de intersección de las dos líneas correspondientes á los valores conocidos.

Pero esta forma que hemos dado al abaco, no es la que necesariamente ha de tener. Supongamos, como hace Mr. d'Ocagne en un folleto, para dar forma sensible á la anamorfosis, el abaco anterior trazado en una hoja extensible; una hoja de caucho, por ejemplo, y que se tira de esta hoja en diferentes direcciones. El dibujo cambiará, cada una de sus líneas variará en general de posición y de forma; pero la ecuación representada seguirá siendo la misma, porque las líneas que en un principio eran concurrentes seguirán siéndolo también después de la deformación.

Cada ecuación se puede representar, según esto, por un número infinito de abacos diferentes, y basta un momento de reflexión para comprender que si se eligen arbitrariamente dos sistemas de líneas para representar dos variables, será siempre posible determinar el tercer sistema; de modo que el abaco corresponda á una ecuación determinada  $F(x, y, z) = 0$ .

Esta circunstancia ha sido utilizada, primero por M. Lalanne y luego, con más generalidad, por M. Massan, para construir abacos compuestos únicamente de líneas rectas. El autor examina con detalle los tipos de ecuaciones que pueden representarse con estos abacos, expone luego la manera de obtener en cada caso, por medio de una transformación homográfica, el abaco de forma y dimensiones que más convengan, y termina lo relativo á los abacos de líneas concurrentes, estudiando los tipos de ecuaciones que pueden representarse gráficamente empleando tres sistemas de círculos.

Hasta aquí la labor de M. d'Ocagne consiste en reunir, sistematizar y completar, cuando es necesario, métodos ajenos, entre los cuales, á veces, no existía, al parecer, lazo de unión ninguno. A partir de este punto, empieza á ocuparse de sus propios métodos, dando á conocer su invención fundamental, los *abacos de puntos alineados*. He aquí en qué

consisten: dibujemos en un plano tres líneas (rectas ó curvas), tracemos á lo largo de ellas una graduación cualquiera é imaginemos una recta llamada *transversal*, que se mueve sobre estas tres líneas; á cada posición de la transversal corresponderán tres cotas, las que se lean en sus puntos de intersección con las tres líneas graduadas, y los valores de estas tres cotas simultáneas estarán ligados por una cierta ecuación, que dependerá de la forma y posición de las líneas  $X, Y, Z$  y de la clase de graduaciones que sobre ellas se hayan trazado. El uso de este abaco es sencillísimo; basta hacer pasar la transversal por los dos puntos cuyas cotas representan los valores conocidos y leer la cota correspondiente á la otra graduación. Estos abacos resultan mucho más claros que los anteriores, porque evitan la confusión que necesariamente resulta en un dibujo en que hay tres sistemas de líneas superpuestos, sobre todo si el número de líneas es considerable, y debe serlo siempre para obtener la mayor exactitud en los cálculos. La diferencia aparece con toda claridad en algunos ejemplos presentados en este libro.

Claro es que los abacos de puntos alineados pueden estudiarse directamente; pero el autor, para relacionar su método con los anteriores, los expone, de ordinario, como derivados por medio de una transformación dualística de los abacos compuestos sólo de líneas rectas. A cada recta acotada del abaco primitivo corresponderá un punto del abaco transformado, que llevará la misma cota de la recta, los puntos correspondientes á todas las rectas del sistema  $x$  formarán una línea  $X$  y las cotas de estos mismos puntos determinarán la graduación que á lo largo de ella ha de trazarse. Las curvas  $Y$  y  $Z$  se obtienen análogamente, derivándolas de los sistemas de rectas  $y, z$ . A tres rectas concurrentes del abaco primitivo corresponden tres puntos en línea recta (determinados por la transversal) en el abaco transformado, y por eso ambos abacos representan la misma ecuación.

Esta transformación es recíproca, de manera que los abacos de puntos alineados sólo pueden aplicarse al mismo tipo de ecuaciones que los abacos de rectas concurrentes, pero este tipo es muy general y comprende las fórmulas más usuales, según lo hace ver M. d'Ocagne, que los examina con gran detenimiento, clasificándolos en varios tipos, presentando numerosos ejemplos en que se encuentra ventajosa aplicación, y estudiando la disposición más ventajosa en cada caso; para conseguirla puede aplicarse la transformación homográfica, lo mismo que en los abacos de rectas concurrentes.

Entre los abacos de este tipo, citados como ejemplos, hay varios que tienen por objeto representar leyes empíricas, y uno de ellos, el de M. Bateau, merece ser conocido. Trataba este señor de representar la relación entre el trabajo de una máquina de vapor y la presión de éste á la entrada y á la salida del cilindro, y la construcción misma del abaco le hizo descubrir la expresión analítica de la fórmula que quería representar empíricamente.

Señala el autor dos modificaciones muy curiosas de estos abacos, debidas la una al Capitán Goodseels (transversales de forma cualquiera), y la otra á M. Beglim (varias transversales paralelas), é indica la manera de representar, por medio de los abacos de doble alineación, ecuaciones de más de tres variables; pero tenemos que dejar á un lado estos detalles y otros muchos muy interesantes para no alargar demasiado estos apuntes.

Los abacos de líneas concurrentes sirven también para representar dos ecuaciones simultáneas entre cuatro variables.

Teóricamente, estas ecuaciones pueden siempre ponerse en la forma  $z = f(x, y); u = f_1(x, y)$ . Si trazamos arbitrariamente dos sistemas de líneas  $x, y$ , para representar las variables independientes, no habrá dificultad, según vimos al principio, en trazar un sistema de líneas  $z$ , de tal manera que el abaco construido con los tres sistemas represente la primera ecuación. Análogamente, prescindiendo por un momento del sistema  $z$ , puede trazarse el sistema  $u$ , de modo que la segunda ecuación quede también representada. Tendremos así una figura formada de cuatro sistemas de líneas, y los valores representados por cuatro líneas que concurren en un punto satisfarán las dos ecuaciones simultáneas.

Cuando estos abacos puedan construirse con cuatro sistemas de rectas, será fácil aplicarles la transformación dualística y convertirlos en abacos de puntos alineados. En estas consideraciones se fundan los abacos para los cálculos de desmontes y terraplenes propuestos por el autor, que los describe minuciosamente, dedicándoles casi todo un capítulo. No podemos entrar en detalles, pero la importancia práctica de estos abacos nos ha movido á dárselos á conocer á nuestros compañeros, añadiendo al fin de estas líneas una nota con la copia del abaco que M. d'Ocagne presenta en su obra y las reglas que se han de seguir al emplearlo. Esta será, por otra parte, la mejor manera de que los lectores aprecien la sencillez que puede alcanzarse en los procedimientos

(1) M. de Ocagne les llama *abaques á entrecroisement*, pero esta denominación no podía traducirse literalmente, y hemos elegido la que proponemos por analogía con la de *abacos de puntos alineados*, que encontraremos más adelante.

tos de cálculo, gracias á los abacos de puntos alineados y el ingenio de ciertas disposiciones de detalle (líneas de referencia y líneas de obstrucción), adoptadas para facilitar el uso de los abacos y evitar equivocaciones á quien los maneje.

En todos los abacos de que hemos hablado hasta ahora, los valores simultáneos de las variables que satisfacen la ecuación ó ecuaciones representadas son los correspondientes á todas las líneas acotadas que concurren en un punto ó á todos los puntos acotados que se encuentran sobre la transversal en cada posición de ésta. Por eso, sólo pueden representarse en ellos dos variables independientes; dos líneas, para determinar el punto en que se cortan, ó dos puntos, para fijar la posición de la transversal que ha de pasar por ellos.

La construcción de abacos en que se representan ecuaciones con más de dos variables independientes, está basada en dos artificios distintos: los elementos de varias cotas y los planos superpuestos.

Consideremos una región del plano en que se cortan dos sistemas  $u, v$  de líneas, y convengamos en que á cada punto de esa región corresponden las dos cotas  $u_m, v_n$  de las dos líneas que pasan por él; tendremos así una serie de *puntos de doble cota*. Sustituyendo esta serie á la curva graduada  $z$  de un abaco de puntos alineados, tendremos representada una ecuación con cuatro variables; si nos dan, por ejemplo, los valores particulares  $x_a, u_c, v_a$ , haremos pasar la transversal por el punto  $x_a$ , y por el punto doblemente acotado ( $u_c, v_a$ ) y su intersección con la curva  $Y$  señalará el valor que se busca; si la incógnita fuera la  $v$  (lo mismo diríamos de la  $u$ ), haríamos pasar la transversal por los dos puntos conocidos  $x_a, u_c$ , buscaríamos su intersección con la línea  $u_c$ , y la cota de la línea  $v$ , que pasara por esta intersección, daría el valor buscado.

Emploando dos ó tres escalas de puntos doblemente acotados, se representan ecuaciones de cinco ó seis variables.

En un abaco de líneas concurrentes que representa una ecuación  $F(x, y, z) = 0$ , á cada valor particular  $z_i$  corresponde una ecuación con dos variables  $f(x, y, z_i) = 0$  y hay una serie infinita de pares de valores  $x, y$  que la satisfacen; convendremos en que todo par de valores correspondiente á la línea  $z_i$  y diremos que esta línea, y todas las otras del sistema  $z$ , que están en el mismo caso, son *líneas de doble cota*. Formando un abaco con un sistema de líneas doblemente acotadas y dos sistemas de líneas de una sola cota, representaremos una ecuación con cuatro variables, y empleando dos ó tres sistemas de líneas doblemente acotadas, representaremos ecuaciones con cinco ó seis incógnitas.

El uso de estos abacos no ofrece dificultad ninguna, y las observaciones que acerca de esto pudiéramos hacer son enteramente análogas á las que hemos hecho respecto á los anteriores.

Si cortamos un sistema de líneas doblemente acotadas  $z$ , por una línea  $L$ , y atribuimos á cada punto de esta última todos los pares de valores correspondientes á la línea  $z$ , que pasa por él, tendremos, como dice el autor, una escala de *puntos condensados*, y fácilmente se comprende cómo puede esta escala entrar en la composición de abacos, substituyendo á una escala ordinaria, y aumentando el número de variables representadas.

La combinación de líneas de una cota y líneas de dos cotas, podrá dar origen á la formación de elementos de tres ó cuatro cotas, y así, por combinaciones sucesivas, se obtendrán elementos de tantas cotas como se desee.

Imaginemos ahora un abaco cuya figura no sea absolutamente invariable, sino que se componga de varias partes, móviles las unas con relación á las otras; para concretar las ideas, supondremos cada una de estas partes dibujada en una hoja de papel transparente, y todas estas hojas superpuestas, pero con la facultad de rasbar unas y todas otras. Nos ocuparemos del caso en que sólo haya dos hojas  $H$  y  $H'$ . La posición relativa de estas dos hojas se fijará estableciendo ciertas relaciones entre las figuras que en ellas se han dibujado; exigiremos, por ejemplo, que cada una de las líneas  $x'm, y'n, z'p$  de la hoja  $H'$  pase por uno de los puntos  $x_q, y_r, z_s$  de la hoja  $H$ ; en todo caso, impondremos tres condiciones simples, que el autor llama *contactos de posición*, y cada contacto consistirá, generalmente, en hacer que una curva de una de las hojas pase por un punto de la otra, ó que dos curvas, una de cada hoja, sean tangentes la una á la otra. Para obtener el llamado de *resolución*, será necesario observar un cuarto contacto, llamado de *resolución*, en el cual uno de los elementos será conocido, y el otro se determinará eligiéndole, dentro de la serie de líneas ó puntos á que pertenece, por la condición de que resulte en contacto con el elemento conocido.

Claro es que sobre estas dos hojas podemos colocar una tercera, y luego cuantas sean necesarias.

Todo el capítulo quinto, en el cual se encuentran muchos ejemplos interesantes, está dedicado á la descripción de abacos correspondientes á ecuaciones de más de tres variables.

En el sexto y último, presenta M. d'Ocagne una teoría general, la síntesis de todos los métodos expuestos en la obra; aplica esta teoría á las ecuaciones de dos, tres y cuatro variables, examina los tipos de ecuaciones correspondientes á los principales tipos de abacos construidos y estudia con minuciosidad algunos casos especiales que dan idea de la importancia de los problemas de matemáticas puras que se presentan en esta teoría.

Pero ni aun de lejos podemos seguirle ahora en este camino. Terminaremos insistiendo en la utilidad que para nuestra profesión presentan estos sistemas de cálculos rápidos. Es cierto que los abacos sólo dan dos ó tres cifras exactas, pero esto es en general más que suficiente. ¿De qué sirve que un Ingeniero prolongue sus cálculos para obtener muchas cifras significativas si las fórmulas y coeficientes que emplea son de dudosa exactitud? La mejor prueba de la incertidumbre de estos cálculos es la necesidad de emplear enormes coeficientes de seguridad, que alguien ha llamado sin gran injusticia, aunque con notoria exageración, coeficientes de ignorancia. Importa y mucho que las fórmulas y datos empíricos aplicados en cada caso respondan aproximadamente á la realidad; pero la prolijidad en los cálculos es casi siempre inútil, y no pocas veces ridícula. Por eso ha tenido tan grande y justificado éxito la Estática gráfica, y por eso le tendrá también seguramente la Nomografía.

#### Abacos para el cálculo de desmontes y terraplenes.

Aquí nos limitaremos, según ya se ha indicado, á dar las reglas estrictamente necesarias para emplear estos abacos; todo lo relativo á su teoría y construcción está expuesto detalladamente en la obra que acabamos de analizar, y en otro folleto del mismo autor (1).

Como datos para la construcción del abaco, es necesario conocer los siguientes:

- $b$  la mitad de la anchura de la plataforma,
- $b'$  la misma distancia  $b$  aumentada de la anchura de la cuneta,
- $b''$  la distancia al eje de la arista inferior ó interior de la cuneta,
- $t$  el talud de los terraplenes,
- $t'$  el talud de los-desmontes,
- $h$  la profundidad de la cuneta.

En la lámina que aquí copiamos se han tomado los valores siguientes  $b = 5m$ ;  $b' = 6m, 50$ ;  $b'' = 5m, 50$ ;  $h = 0m, 50$ ;  $t = 2/3$ ;  $t' = 1$ .

En el cálculo de cada medio perfil entran como datos:

$z$  cota del terreno natural tomada con su signo relativamente á la plataforma (terraplén, signo —; desmonte, signo +);  
 $\theta$  el declive transversal (tangente del ángulo con el horizonte) del suelo natural, tomada con el signo + ó con el signo —, según que el terreno sube ó baja á partir del eje.

Entrando con estos dos argumentos en el abaco, y procediendo con arreglo á las instrucciones que damos á continuación, se obtienen los valores siguientes:

- $R$ , área en terraplén,
- $D$ , área en desmonte,
- $l$ , longitud del talud,
- $e$ , distancia horizontal entre el eje y el punto más lejano del semiperfil.

En el dibujo se ven, además de las líneas graduadas, las líneas de obstrucción y las líneas de referencias (líneas de trazos).

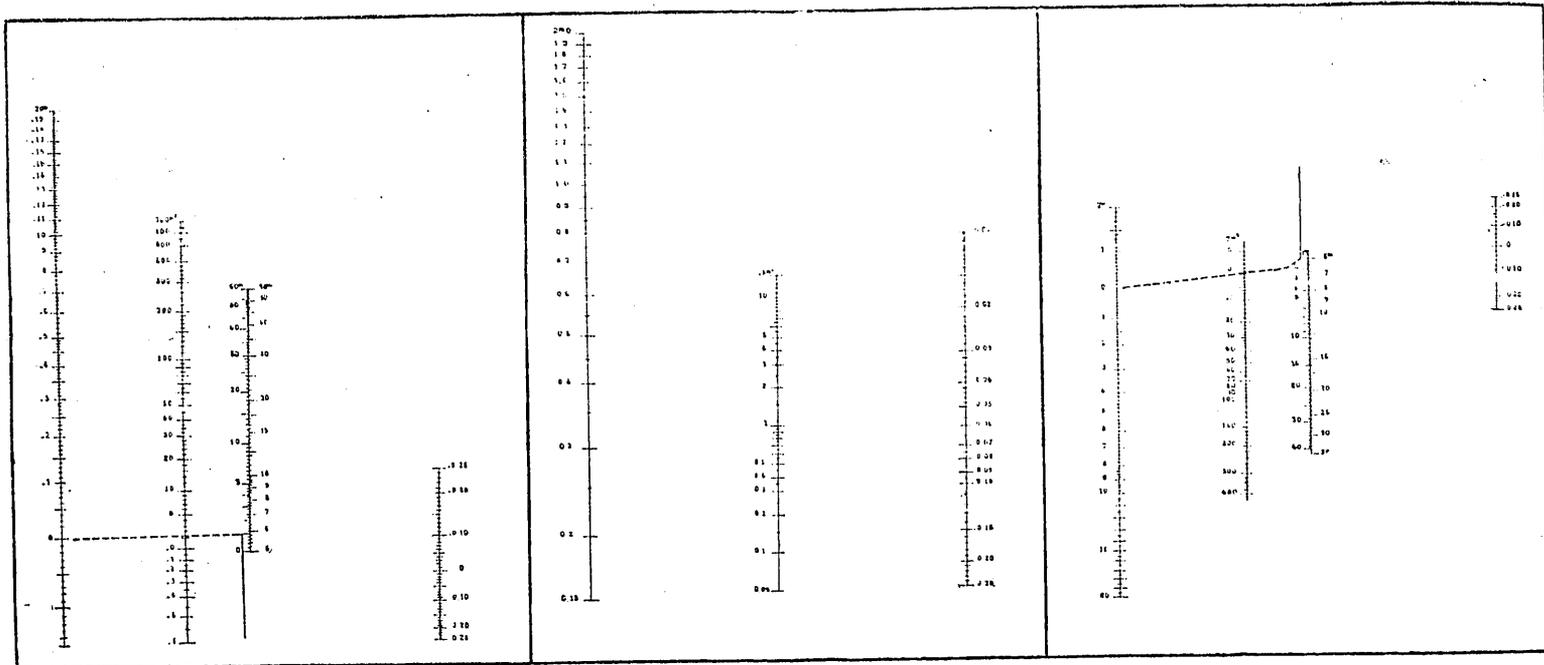
En la figura hay dos abacos de entrada (abacos  $R$  y  $D$ ), y uno que sirve para calcular cuándo es preciso un término complementario.

Para efectuar el cálculo se hace pasar una recta (1) por el punto de cota  $z$  (graduación de la izquierda) y por el punto que representa el valor  $\theta$  (graduación de la derecha), eligiendo para abaco de entrada aquel en que la transversal así colocada no corta á la línea de obstrucción, y se leen inmediatamente los valores  $l$  y  $e$  en sus escalas respectivas.

Si la transversal no corta tampoco ninguna línea de referencia, se lee, además, inmediatamente la superficie, y ésta es de la misma designación, desmonte ó terraplén, que el abaco en que se encuentra.

Este procedimiento, que corresponde al caso en que el semiperfil considerado está todo él en desmonte ó en terraplén, es con mucho el más frecuente.

(1) Para no estropear el dibujo puede usarse un hilo tirante ó una recta dibujada en una hoja transparente.



**Terraplén.**

- 1.<sup>a</sup> escala.—Bajo cero: cota en desmante. Sobre cero: cota en terraplén.
- 2.<sup>a</sup> escala.—Superficies.
- 3.<sup>a</sup> escala.—A la derecha: *e*; á la izquierda: *l*.
- Línea de trazos.—Es la de referencia.
- Línea vertical no graduada.—Es la línea de obstrucción.
- 5.<sup>a</sup> escala.—Pendiente del terreno.

**Término complementario.**

- 1.<sup>a</sup> escala.—Cota sobre el eje.
- 2.<sup>a</sup> escala.—Término complementario.
- 3.<sup>a</sup> escala.—Pendiente del terreno.

**Desmante.**

- 1.<sup>a</sup> escala.—Bajo cero: cota en desmante. Sobre cero: cota en terraplén.
- 2.<sup>a</sup> escala.—Superficies.
- 3.<sup>a</sup> escala.—Izquierda: *l*; derecha: *e*.
- 4.<sup>a</sup> escala.—Pendiente del terreno.

Si la transversal encuentra una ó dos líneas de referencia, es preciso acudir á los abacos indicados por la palabra escrita al lado de cada una de esas líneas, y repetir el cálculo entrando con los mismos argumentos. La suma de las lecturas efectuadas en el abaco de entrada y en los abacos de referencia, da la superficie de la misma designación que el abaco de entrada. La suma de las lecturas efectuadas en los abacos de referencia da la superficie de designación contraria.

**REVISTA EXTRANJERA**

**La tracción eléctrica y las fugas de corriente por el suelo.**

Generalmente, en la tracción eléctrica se utilizan los carriles para el retorno de la corriente á la fábrica, con lo cual se economiza un conductor de retorno. Pero como las bridas ordinarias de los carriles son insuficientes para asegurar la conductibilidad de los carriles, es necesario recurrir al enlace eléctrico, que generalmente consiste en un alambre grueso de cobre que se enlaza con los carriles á ambos lados de la brida ordinaria.

Si los carriles están eléctricamente mal enlazados, la corriente tiende á abandonarlos, y sigue por el suelo hasta que encuentra un camino más fácil para volver á la fábrica. En particular, circulará por las cañerías de gas ó de agua situadas cerca de la vía, produciendo en ellas fenómenos electrolíticos, á consecuencia de los cuales habrá perforaciones en el metal, y por lo tanto, fugas que pueden traer gravísimos inconvenientes.

Esta cuestión de la conductibilidad de las vías tiene gran importancia. En una Asamblea general celebrada por la *Unión des Tramways*, después de larga discusión sobre el asunto, ha hecho las siguientes recomendaciones:

- 1.<sup>a</sup> Las conexiones que se empleen deben ser de la menor resistencia posible; deben, pues, estar hechas con un metal buen conductor y tener la mayor sección y la menor longitud admisibles en cada caso.
- 2.<sup>a</sup> El contacto entre el acceso del carril y el metal de la conexión debe estar asegurado de una manera positiva y permanente. Para esto, la superficie de contacto debe ser, por lo menos, siete veces más grande que la sección de la conexión; debe apretarse la unión lo más enérgicamente posible, á fin de que las superficies totales de los dos metales estén en contacto perfecto. Para que el agua no pueda producir la oxida-

ción de las superficies de contacto, deberá cubrirse la unión con una capa de pintura que la proteja.

3.<sup>a</sup> Las conexiones que se empleen deben ser lo más homogéneas posible, es decir, que se debe evitar el empleo de conexiones que tengan varias piezas robladas ó atornilladas unas con otras, porque cada enlace de piezas da lugar á resistencias de contacto complementarias. La corriente debe pasar directamente del acero del carril al cobre de la conexión sin el intermedio de virolas, roblones, etc.

4.<sup>a</sup> Las conexiones deben ser suficientemente elásticas para resistir á las trepidaciones de la vía.

A estas condiciones, que se refieren especialmente á la construcción de las conexiones, conviene añadir las siguientes, concernientes, de un modo más general, á la continuidad del circuito de retorno:

1.<sup>o</sup> Enlazar el terminal negativo de los dinamos generadores con los carriles para concentrar las causas de electrolisis cerca de la fábrica y poder combatir las, si se presentaran, en una zona más restringida. El terminal positivo del dinamo se enlazará, por lo tanto, con el hilo aéreo.

2.<sup>o</sup> Añadir á los carriles un hilo continuo ó aplicar el sistema Falk. Cada 50 metros se establecerán enlaces transversales entre los dos hilos de los carriles.

3.<sup>o</sup> Establecer en ciertos puntos de la red conductores de retorno que tengan sus secciones en relación con la intensidad de la corriente que ha de circular.

4.<sup>o</sup> En cuanto se compruebe la existencia de corrosiones en las cañerías subterráneas, ó de diferencias de potencial exageradas entre el carril y las cañerías, será preciso determinar la zona atacada ó peligrosa y enlazar las cañerías con los carriles. O se podrá también descargar estos puntos colocando conductores, que pueden hacerse muy económicamente con carriles viejos.

M. Flemming se ha ocupado en determinar si una diferencia de potencial de 1,5 voltios, fijada como máximo por el *Board of Trade*, puede ser suficiente para atacar un tubo colocado cerca de los carriles. Estima que los materiales que constituyen el subsuelo de las poblaciones ofrecen generalmente una resistencia específica de 15 á 35 ohmios por metro cúbico, análoga á la cifra hallada para el hormigón (50 ohmios en el estado normal, 15 ohmios después de veintidós horas de inmersión).

Resulta de sus experimentos que se producen corrosiones rápidas bajo una diferencia potencial de 1 voltio; por consiguiente, el límite fijado por el *Board of Trade* no ofrece toda la seguridad deseable.

En toda red de tranvías se debe ejercer una vigilancia permanente y determinar con frecuencia los potenciales en el suelo, sobre todo en las regiones peligrosas.

