

REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS

FUNDADA Y SOSTENIDA POR EL CUERPO NACIONAL DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

Redactor-Presidente... Excmo. é Ilmo. Sr. D. Leonardo de Tejada, Inspector general del Cuerpo
Redactores..... Los Sres. Presidentes de las Comisiones regionales de Ingenieros.
 D. Antonio Sonier, Profesor de la Escuela de Caminos.
 D. Manuel Maluquer, Ingeniero del mismo Cuerpo, *Secretario*.
Colaboradores..... Todos los Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.

SE PUBLICA LOS JUEVES

Redacción y Administración: Puerta del Sol, 9, pral.

APUNTES HISTÓRICOS

SOBRE EL ORIGEN Y DESARROLLO DE LA TEORÍA DE LA RESISTENCIA DE MATERIALES

POR

DÓN LUIS GAZTELU

INGENIERO DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

(Conclusión.)

VIII

Coulomb.—El ilustre Saint-Venant, en un artículo publicado en 1853 en el *Journal de mathématiques*, llamó la atención sobre una memoria de Coulomb, cuyo título es *Essai sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de Statique relatifs à l'Architecture*, y que vió la luz pública en París el año 1776.

El mérito de esta memoria consiste, en que su autor definió en ella exactamente la posición de la fibra neutra, al menos en el caso particular de ser la sección rectangular.

Acerca de esto dice Saint-Venant lo siguiente:

«Hasta nuestro siglo, no ha sido bien estudiada y comprendida esta memoria, que contiene tanta doctrina en las tres páginas intituladas *Observaciones sobre la rotura.*»

En 1784 publicó Coulomb otra memoria de mucha importancia para nuestro objeto, cuyo título es:

«Recherches théoriques et expérimentales sur la force de torsion et sur l'élasticité des fils de métal.—Application de cette théorie à l'emploi des métaux dans les arts et dans différentes expériences de Physique.—Construction de différentes balances de torsion pour mesurer les plus petits degrés de force.—Observations sur les lois de l'élasticité et de la cohérence.»

La teoría de Coulomb es muy sencilla. Supone un alambre fijo por un extremo al cual se aplica un esfuerzo de torsión. La deformación se mide por el ángulo de torsión, que es el que forma después de la deformación un radio vector de la sección extrema móvil con su dirección primitiva.

Admítase provisionalmente, como hipótesis, que el esfuerzo de torsión es proporcional al ángulo θ en una sección cualquiera, y se llega sin dificultad á establecer la ecuación diferencial del movimiento pendular

$$Mk^2 \frac{d^2 \theta}{dt^2} = \mu \theta,$$

en la cual Mk^2 es el momento de inercia polar respecto al eje y μ una constante. Integrando esta ecuación, se puede calcular el tiempo correspondiente á una oscilación. Coulomb lo determinó además experimentalmente, y habiendo hallado conformidad entre los resultados, dedujo que era exacta ó suficientemente aproximada para las necesidades de la práctica la ley de proporcionalidad que había admitido como hipótesis.

Por medio de experimentos demostró también Coulomb la ley

que liga al esfuerzo exterior con las resistencias moleculares en el fenómeno de la torsión de los prismas. Experimentando con alambres metálicos de diversas dimensiones y diferentes materiales, dedujo que el ángulo de torsión por unidad de longitud es proporcional al momento de torsión de la fuerza exterior, y está en razón inversa de la cuarta potencia del radio, resultado que también se puede demostrar por medio de consideraciones teóricas.

Sea P la fuerza exterior perpendicular al eje, p el brazo de palanca, Θ el ángulo de desviación total, L la longitud del prisma, r el radio y A un coeficiente numérico; tendremos la conocida fórmula

$$\frac{\Theta}{L} = A \frac{Pp}{r^4}.$$

Tales son los fundamentos de la teoría de la torsión, debida á Coulomb y conocida con el nombre de teoría elemental para distinguirla de la más exacta y científica de Saint-Venant, fundada en la teoría matemática de la elasticidad.

Merece ser citado aquí el siguiente párrafo de esta memoria, en el cual aparece por vez primera un concepto claro de la *cohesión*:

«Si se supone un pilar de fábrica cortado por un plano inclinado respecto al horizonte, de modo que las dos partes estén unidas en esta sección por una cohesión dada, mientras que todo el resto de la masa es perfectamente sólido ó está ligado por una adherencia infinita; si se carga luego el pilar con un peso, éste tenderá á hacer deslizar la parte superior del pilar sobre el plano inclinado por el cual se apoya en la parte inferior. Así, en el caso en que haya equilibrio, la componente del peso que obra paralelamente á la sección será exactamente igual á la coherencia. Si se observa ahora, suponiendo que el material sea homogéneo, que la adherencia del pilar es realmente igual en todas sus partes, será preciso, para que el pilar pueda soportar un peso, que no haya en aquél ninguna sección tal, que descompuesto el peso en sus componentes normal y paralela á la sección considerada pueda esta última componente hacer deslizar la parte superior. Así, para determinar el mayor peso que puede soportar un pilar, hay que hallar, entre todas las secciones posibles, aquella cuya cohesión esté en equilibrio con un peso que sea un mínimo; porque en este caso, toda presión menor que la determinada de este modo será insuficiente para romper el pilar.»

Mencionaremos, sin detenernos á comentarlas, dos memorias de Giordano Riccati y de Santiago Bernoulli (sobrino de Daniel), publicadas en 1782 y 1783 respectivamente, y relacionadas, aunque sólo indirectamente, con el objeto de nuestro estudio.

La primera se titula: *Delle vibrazioni sonore dei cilindri*, y figura en la colección de memorias de Matemáticas y de Física de la Sociedad italiana.

La segunda lleva por título: *Essai théorique sur les vibrations des plaques élastiques rectangulaires et libres*. Contiene una teoría de las vibraciones de las placas, fundada en la misma hipó-

tesis que adoptó Euler al estudiar las vibraciones de las membranas. Propónese luego comparar sus resultados con los obtenidos experimentalmente por Chladni; pero, salvo alguna analogía más ó menos remota en el conjunto de los resultados, no hay acuerdo respecto á ningún detalle entre la teoría de Bernoulli y la experiencia.

IX

Girard.—En 1798 publicó P. S. Girard su *Traité analytique de la résistance des solides et des solides d'égale résistance*, libro que, por muchos títulos, merece ser examinado aquí con algún detenimiento.

Puede decirse que es el primer tratado especial completo sobre resistencia de materiales, y resume todos los conocimientos adquiridos durante los siglos XVII y XVIII.

Los libros de texto de Mecánica del siglo próximo pasado contenían ordinariamente un capítulo consagrado al estudio de la resistencia de materiales, y á esto se reducían los conocimientos que formaban parte de los programas, aun en los centros de enseñanza más adelantados.

Cita Todhunter un libro de texto debido á W. Emerson, cuyo título es *Mechanics or the Doctrine of Motion*, que puede ser considerado como el tipo de esta clase de libros en Inglaterra, y alcanzó varias ediciones en la segunda mitad del mencionado siglo XVIII. La sección VIII de este libro lleva por epígrafe «La resistencia de las piezas de madera en cualquier posición, y sus deformaciones bajo la acción de pesos cualesquiera que obren sobre ellas, ó de fuerzas aplicadas de cualquier modo». Incurrir en el error, tan generalizado en aquella época, de suponer el eje neutro en una de las caras de la viga, y no se encuentran indicios de que el autor tuviera conocimiento de los últimos trabajos de Euler.

La obra de Girard contiene, además de un resumen general de las teorías conocidas, una interesante relación de los experimentos del autor relativos á la resistencia de las vigas de roble y de pino.

Comprende una introducción y cuatro secciones. Comienza la introducción con una breve reseña histórica de los estudios realizados acerca de la elasticidad y de la resistencia de materiales, y luego explica el plan de la obra.

La parte original de este libro consiste, según Pearson, en un estudio más completo que los conocidos hasta entonces de la teoría de los sólidos de igual resistencia, la resolución del problema de la viga empotrada por sus dos extremos y la relación de los experimentos citados más arriba.

Es digno de ser notado el siguiente párrafo que se refiere á estos experimentos, realizados por el autor:

«Se ha despreciado, hasta ahora, en la teoría de la resistencia de los cuerpos, la coherencia longitudinal de sus fibras. Es evidente, sin embargo, que esta coherencia debe dificultar su inflexión. Así, hemos reconocido, desde nuestros primeros experimentos, que la elasticidad absoluta, la cual, según las hipótesis de los géometras, debería depender únicamente de las dimensiones de las bases de fractura, dependía también de la longitud de las fibras integrantes. En consecuencia, hemos investigado la función de esta longitud que representa la cohesión longitudinal en diferentes especies de maderas, para deducir su *elasticidad absoluta específica*.»

Estas observaciones, dice Pearson, dan idea clara de los resultados conseguidos en el siglo XVIII, y señalan además el rumbo que habían de seguir las investigaciones que se emprendieran en lo sucesivo.

Examina Girard las hipótesis de Mariotte y Leibnitz, y después de hacerse cargo de las objeciones de Bernoulli, dice que los físicos y los géometras las han aceptado, «no sólo á causa de su sencillez, sino porque se hallan tan conformes con los resultados de la observación y se alejan tan poco de la verdad, que, aun en el caso en que la naturaleza nos hubiese revelado su se-

creto respecto á la contextura de los cuerpos, como ha multiplicado hasta tal punto los accidentes en sus producciones, los conocimientos ciertos sobre esta contextura no nos conducirían á resultados más ventajosos para la práctica de las artes que los obtenidos con el auxilio de esta suposición».

Considera Girard inadmisibles en general la hipótesis de la inextensibilidad de las fibras adoptada por Galileo, aunque la cree aceptable para ciertos materiales muy rígidos, como las piedras.

Pero incurre en el mismo error que la mayor parte de los autores que le precedieron al fijar la posición de la fibra neutra, y sigue la opinión de Bernoulli, considerando que su posición es indiferente y admitiendo que está situada en una de las caras de la viga.

La sección segunda constituye el resumen de las investigaciones realizadas acerca de los sólidos de igual resistencia; en la tercera da cuenta de los experimentos sobre la resistencia de las vigas de madera, y la cuarta es una discusión del problema de las oscilaciones que acompañan á la flexión de las vigas.

X

Resumen del periodo anterior á 1800.—Para resumir los conocimientos relativos á la elasticidad y á la resistencia de materiales adquiridos desde Galileo hasta fines del siglo XVIII, Pearson se expresa en estos términos:

«Como resultado general de la obra de los matemáticos y de los físicos antes del año 1800, observaremos que resolvieron muchos problemas particulares por medio de hipótesis mejor ó peor adaptadas al caso especial de que se trataba; pero no se había intentado aún encontrar ecuaciones de carácter general para representar el movimiento ó el equilibrio de un sólido elástico. Los más importantes de estos problemas son los que se refieren á la lámina elástica, estudiados por Santiago Bernoulli; el de la barra vibrante, por Daniel Bernoulli y Euler, y las investigaciones sobre el equilibrio de los muelles y de las columnas por Euler y Lagrange. Fué propuesto el problema de la lámina vibrante; pero las soluciones dadas no pueden ser consideradas como exactas.

Descartes propuso una hipótesis semimetafísica para explicar la naturaleza de la elasticidad, y fué adoptada y ampliada por Juan Bernoulli y por Euler. Esta teoría es inaceptable; pero el intento de J. Riccati de crear una teoría dinámica no condujo tampoco á ningún resultado positivo».

Todhunter y Pearson se propusieron el estudio histórico del desarrollo de la teoría de la elasticidad en general, y como se acaba de ver, todo lo dicho hasta ahora no pasa de ser un capítulo preliminar de la historia de esta teoría, cuyo verdadero origen puede fijarse en la fecha del descubrimiento de las ecuaciones generales del equilibrio y del movimiento de los sólidos elásticos debidas á Navier, quien las dió á conocer en 1821.

Limitado nuestro estudio á la teoría de la resistencia de materiales, podríamos darlo por terminado aquí, pues los trabajos originales que acabamos de examinar contienen todos los principios fundamentales cuyo desarrollo constituye hoy la parte elemental de aquella teoría. Puede decirse que la labor que corresponde á este siglo se ha reducido á componer textos adaptados á las necesidades de la enseñanza, á aclarar las ideas contenidas en germen en las obras originales de los grandes maestros, y á presentarlas en forma adecuada para facilitar las aplicaciones, siempre que nos concretemos á la teoría elemental y prescindamos de la teoría matemática de la elasticidad, creada y perfeccionada en este siglo; pero que se ha desarrollado hasta ahora independientemente de la teoría de la resistencia de materiales tal como se estudia en todas las escuelas de ingenieros.

Sin embargo, los trabajos teóricos y experimentales llevados á cabo durante la primera mitad de este siglo pueden suministrar, sin invadir el campo de la teoría de la elasticidad, y mucho menos el de los perfeccionamientos de detalle que tienen por ob-

jeto facilitar las aplicaciones (campo indefinido que no es posible abarcar en un estudio de esta clase), material abundante y de verdadero interés para completar estos breves apuntes con una segunda parte.

ENTROPÍA

Las corrientes de vida del Universo atraviesan nuestro cuerpo, insensible á la mayor parte de ellas por lo limitado de nuestros sentidos; sólo una fracción pequeñísima conmueve, á su paso, nuestro ser, y sube por él al alma; esa fracción escasa es la que *le vivimos*; en ella sólo puede nuestro entendimiento escudriñar, y ella únicamente constituye *el Universo percibido*, representación ó interpretación que nuestro espíritu se hace de las sensaciones que recibe de *todo eso exterior* que ignoraremos siempre lo que es *en sí* ó en realidad.

Esa *percepción* es la materia de la ciencia; y la *ciencia* no es más que el lenguaje claro y cómodo en que traducimos esa percepción. No es otra cosa que una representación figurada y sistemática, una segunda interpretación, del Universo; más abstracta, más convencional, más inteligible que la percepción. Los hechos se fijan por símbolos, los fenómenos por fórmulas.

Una vez fabricado el *lenguaje*, se ha corrido velozmente en su aplicación al objeto; y las ciencias se aproximan, muestran sus relaciones y sientan sus leyes generales. El fin perseguido es llegar á la ciencia única, encerrar al Universo en reducidas fórmulas que abracen la inmensidad del tiempo y del espacio, y de las cuales se deduzcan todas las leyes, como las proposiciones geométricas derivan unas de otras.

Hacia ese ideal tiende la nueva ciencia, la *Energética* ó ciencia de la Energía, que se está formando por abstracción de las ciencias naturales. Vamos á ocuparnos de una de sus leyes, de la ley de la *Entropía*, menos conocida que la de *conservación de la energía*. Esta representa *lo constante* en el Universo; la otra *lo variable*.

El mundo material sabemos está regido por el principio de conservación de la *masa* y el de conservación de la *energía*. Además hay un tercero que se refiere al reparto de las energías con relación á las masas y es el citado, de la *entropía*.

En la ley de la *conservación de la energía*, se dice que: «en un sistema enteramente aislado ó independiente en que no actúan fuerzas exteriores, la energía total (potencial y cinética) se conserva invariable; que los aumentos de energía cinética tendrán que estar compensados por disminuciones de energía potencial, y viceversa; y que esto se verifica en el sistema del Universo para el cual todas las fuerzas son solamente interiores.»

Y, sin embargo, la energía cinética es la extinción de la energía. La energía potencial es la energía capaz de morir.

No se destruye la más mínima fracción de kilogramo en la transformación energética, pero el Universo, con toda su plétora de energía, se está hundiendo en el reposo absoluto, en la nada.

Y es que toda la vida del Universo, el caos resolviéndose en nebulosas y éstas en mundos, la materia evolucionando por sucesivas condensaciones en la escala de los cuerpos simples, la Energía centelleando bajo sus aspectos gravitatorio, calorífico, luminoso, eléctrico, etc., y poniendo en comunicación á los mundos para regular la máquina universal, el estremecimiento de cada astro con sus convulsiones *geológicas* y torbellinos de sus atmósferas y sus mares, la vida orgánica misma obligando á la naturaleza á circular por sus seres y á someterle á su inducción propia...; toda la vida del Universo, en suma, no es más que una caída de potencial; ésta se refiere á la energía relativa, mientras que la ley de *conservación* se refiere á la energía absoluta.

Si hay materia ponderable es precisamente porque á su lado existe materia que pesa menos (el éter); la gravitación se apoya en una simple diferencia de potencial. Cuando ésta se anule no

habrá más que una clase de materia para la cual no tendrá significado alguno, la atracción universal.

Aislado por un momento á la Tierra de las fuerzas exteriores; que no llegue á ella energía ninguna del Sol ni de los demás astros, ni pueda radiar á ellos la suya propia; trazad, en una palabra, una solución de continuidad en el éter en rededor de la Tierra, y observad qué pasará en ese sistema aislado.

La energía mecánica potencial ó energía de posición de las aguas, y de toda materia, sólo puede transformarse en cinética cayendo al nivel inferior, del cual no podremos sacar la de nuevo sin gastar otra clase de energía. Ahí quedará inerte después de haber desarrollado un trabajo y transformándose en calor, en electricidad, etc.

Nuestra reserva de energía calorífica, *en potencial*, podrá seguir desarrollando trabajo mientras tengamos á nuestra disposición no sólo manantiales de calor como las combinaciones químicas ó la condensación de la materia al irse replegando la Tierra en su centro de gravedad, sino espacios fríos que puedan absorber ese calor; de poco sirve que en la máquina de vapor obtengamos éste á elevadas temperaturas si no podemos enfriar el condensador. Aparte de eso, se acabaría también el manantial calorífico, porque los cuerpos se combinan perdiendo energía, cayendo de potencial en potencial á sistemas más estables, apretándose más el yugo de los átomos, abandonando su energía de posición de unos respecto de otros; cayendo al nivel químico inferior como el agua de la montaña cayó al mar. Cuando toda la materia de la Tierra estuviese á la misma temperatura, ¿dónde encontrar una caída de energía calorífica que poder aprovechar?

La corriente eléctrica misma, se basa únicamente en una diferencia de potencial, y no tiene más razón de ser que para igualar los de los puntos entre los que se ha establecido dicha corriente.

Y en fin, ¿para qué seguir? Cualquier forma de energía que se considere no podrá desarrollar ningún trabajo ó transformarse en cinética si no dispone de una caída de potencial. Todo tiende á la nivelación; y cuando ésta exista, ¿qué entenderemos por *energía potencial*? Hoy decimos que es «la capaz de producir un trabajo»; entonces, no pudiendo producir ninguno, será eso una frase sin sentido.

Lo que hemos dicho de la Tierra aislada se aplica al Universo.

Y un sistema cuyos elementos todos estén al mismo potencial de Energía absoluta, que no se distinguen en lo más mínimo uno de otro, que constituyen, por tanto, *lo homogéneo*, ¿en qué se diferencia de *la nada*?

Todos cuantos conceptos tenemos de la Naturaleza se fundan en el contraste, en una diferencia; jamás en la entidad absoluta ó *en sí*. Un cuerpo se mueve con relación á otro, y de ahí la noción de *movimiento*; uno es mayor que otro, y de ahí la *magnitud*; se suceden sus fases, y de ahí el *tiempo*; pero, ¿qué es cada una de esas dos cosas en sí? Es más: nosotros mismos, no podemos pensar ni discurrir más que partiendo de los conceptos que nacen por la impresión de nuestros sentidos; y éstos no son más que aparatos diferenciales; aprecian sólo la relatividad de las cosas; podremos elegir en todo un nivel inferior para fondo del cuadro de nuestras sensaciones, podremos elegir una unidad; pero no conoceremos *en sí* ni ese fondo ni esa unidad. Todas las propiedades de los cuerpos, por las cuales los distinguimos, no son más que conceptos relativos, y están basados en diferencias de energía.

Y sobre los conceptos relativos de calor, luz, electricidad, etc., hemos fundado por abstracción el de *Energía*, y generalizándolo le hemos dado una existencia absoluta sin que tengamos derecho á ello. Conocemos á la *Energía* cayendo de potencial en potencial; pero cuando este sea uniforme en todo el Universo; cuando todo sea homogéneo; cuando no se diferencie absolutamente un elemento de otro, ni pueda concebirse el elemento, pues esto supone ya fronteras, entonces ¿qué será *Energía*?

No se habrá perdido un kilogramo ciertamente; pero habrá desaparecido la noción de kilogramo.