EL PROBLEMA DE LA ORIENTACION DE LAS VISTAS EN FOTOTOPOGRAFIA (1)

I.—Introducción.

La primera operación que exige la construcción del plano topográfico de una extensión de terreno, deduciéndolo de fotografías del mismo, es la que se conoce con el nombre de «orientación de las vistas».

En la práctica usual de la Fototopografía este problema no presenta dificultad alguna, toda vez que conocemos los datos siguientes, que sirven para resolverlo: la posición del punto de estación, la distancia focal del objetivo, las rectas de horizonte y principal de la vista, la inclinación de ésta en el momento de ser obtenida y el rumbo de uno de sus puntos, referido á otro conocido del terreno.

Pero ocurre algunas veces que nos falta alguno ó algunos de estos datos, y entonces la cuestión se complica notablemente, siendo preciso acudir á procedimientos especiales, de algunos de los cuales vamos á ocuparnos en esta Nota.

Sólo tenemos noticia de que hayan sido resueltos dos de los muchos casos que pueden presentarse; uno de ellos se conoce con el nombre de problema de Steiner, por ser él el primero que lo resolvió geométricamente, y de él se han dado posteriormente varias interesantísimas soluciones por Schiffner, Dolezal y otros. El otro problema fué publicado primerante, con una solución analítica, por el Rector de la Escuela Politécnica de Viena, Doctor Ed. Dolezal, hace poco más de un año, y en el presente ha visto la luz otra solución del mismo, original del Dr. H. Scheufele, que no nos ha sido posible estudiar.

En la presente Nota nos proponemos estudiar tres nuevos casos de este problema, más generales que los que acabamos de citar, y definir al mismo tiempo el número de datos necesarios y suficientes para que el problema pueda resolverse.

Comenzaremos por dar una idea del objeto que se propone la «orientación de las vistas fotográficas».

Supongamos por un momento que varias fotografías de una misma porción de terreno se obtienen simultáneamente. Los rayos luminosos que partiendo de un punto A, caen en los centros ópticos O, O', O'' ....., de las diferentes cámaras, determinan por su intersección con la superficie sensible de las placas fotográficas correspondientes, las imágenes a, a', a'' ....., de aquel punto A: lo mismo podrá repetirse para todos los demás puntos del terreno que se divisen desde los diversos centros O, O', O'' ...... Si ahora, inversamente, unimos todos los puntos a, a', a'' ....., con su centro correspondiente O, O', O'' ....., las rectas así obtenidas concurrirán en un punto, que será el punto A; repitiendo la construcción para todos los puntos cuyas imágenes figuren en dos, al menos, de las fotografías, podremos sin dificultad formar una representación exacta del terreno con sus verdaderas dimensiones.

Para obtener planos de un terreno á diversas escalas basta trasladar una de las dos vistas paralelamente á sí misma en la dirección de la recta que une su centro óptico con el de la otra, manteniendo fija ésta; las dos radiaciones que por su intersección determinan el plano topográfico son, en la segunda posición paralelas á las primitivas, y las figuras determinadas por la intersección de los pares de elementos homólogos en la primera y en la segunda posición, son homotéticas.

Este problema pertenece en el fondo á la Geometría proyectiva, pudiéndose enunciar en la siguiente forma: «determinar el vértice de una radiación que tenga como sección plana un multivértice dado y cada uno de cuyos rayos pase por un punto de posición fija, sabiendo, además, que aquella sección se ha obtenido proyectando estos mismos puntos desde un centro desconocido». Esta última condición es indispensable, pues sin ella el problema sería, en general, imposible.

II.—Los problemas «de Steiner», y «de los seis puntos».

Antes de entrar en el estudio de los tres problemas de que nos proponemos tratar en estas páginas, juzgamos conveniente dar una idea de estos dos interesantes casos particulares y de los métodos propuestos para su resolución.

Steiner se ocupa solamente del caso en que la placa está, al ser impresionada, en posición vertical, y supone, además, que se conoce en ella la dirección de la recta de horizonte, es decir, de la traza de la placa con el plano horizontal trazado por el centro óptico del objetivo de la cámara, al obtenerse la fotografía. Con estas restricciones, que responden á un caso frecuentísimo en la práctica, resuelve Steiner el problema que el llamó «de los cincos puntos», con tal de conocer en un plano topográfico ya construído de la misma región, la posición exacta de cinco puntos que se distingan claramente en las fotografías. La solución de este problema nos da únicamente la proyección horizontal del centro buscado de estación ó punto desde el cual fué obtenida la fotografía; pero no su cota ó altura, y sirve, por lo tanto, para construir solamente la parte planimétrica del plano topográfico.

Sean A, B, C, D y E los cinco puntos, y a, b, c, d y e sus imágenes en la fotografía: podemos proyectar aquéllos ortogonalmente sobre un plano horizontal cualquiera en A_1, B_1, C_1, D_1 y E_1 y proyectar del mismo modo sobre la recta de horizonte de la placa, ó sobre una paralela á ella, las cinco imágenes en a_1, b_1, c_1, d_1 y e_1. El problema puede ya resolverse en Geometría plana y consiste sólo en colocar el haz de rectas $O_1 . A_1B_1C_1D_1E_1$ (proyección del formado en el espacio con las proyectantes de los cinco puntos dados desde el centro de estación O_1) en una posición tal, que cada uno de sus rayos pase por la correspondiente de las proyecciones A_1, B_1, C_1, D_1 y E_1.

El «problema de los seis puntos» resuelto por Dolezal y llamado por éste «de los siete puntos ó de los seis rayos» (1), es más general que el anterior; supone igualmente que la placa es vertical, pero prescinde del conocimiento de la dirección de la recta de horizonte de ésta. A cambio de la última condición, que ahora falta, precisa el conocimiento de la posición é imagen de un sexto punto. Además, de cada uno de estos seis puntos se dan las tres coordenadas en lugar de las dos únicas que en el problema de Steiner conocíamos, y esto nos permite determinar igualmente la cota del punto de estación buscado, además de su proyección horizontal.

Comparado este problema con el anterior vemos que es mucho más completo; pero á la vez su solución es notable-

(1) Memoria presentada al Congreso científico de Zaragoza (1908).

(1) El Dr. Dolezal propone para el de Steiner el nombre de «problema de los seis puntos ó de los cinco rayos».

mente más laboriosa, por lo que nos abstenemos de dar de ella un extracto.

III.—El «nuevo problema de los seis puntos.»

El primer problema, en cuya solución hemos de ocuparnos en el presente trabajo, es análogo al de los seis puntos resuelto por el Dr. Ed. Dolezal, aunque más general que éste, pues prescindiremos de la condición de verticalidad del plano de la vista fotográfica, sin que por esto sea preciso añadir ninguno nuevo á los datos que en aquel problema hemos citado.

El que vamos á resolver puede enunciarse en Fototopografía del modo siguiente: «dada una fotografía de un terreno y en ella las imágenes de seis puntos, cuya posición en el espacio es completamente conocida, determinar la posición del centro de estación». En Geometría equivale á este otro: «determinar el vértice de una radiación que tenga como sección plana un exavértice dado y cada uno de cuyos rayos pase por un punto de posición fija, sabiendo además que aquella sección se ha obtenido proyectando estos mismos puntos desde un centro desconocido».

Sean A, B, C, D, E y F los seis puntos cuya posición conocemos, O el centro de proyección buscado, y a, b, c, d, e y f las trazas con la placa, de las rectas OA, OB, OC, OD, OE y OF, trazas que son también conocidas.

Consideremos el haz formado por los planos que pasan por OA y por cada uno de los puntos B, C, D y E; la razón proyectiva de este haz de planos es la del haz de rectas $a.bcde$ sección suya, y podemos sin dificultad medirla en la placa. Conociendo aquella razón doble podemos hallar el lugar geométrico de las rectas que pasan por A y son aristas de haces de cuatro planos que pasan uno por cada uno de los puntos B, C, D y E, y tienen aquella razón doble. Este lugar geométrico es un cono de segundo orden que tiene su vértice en A: para probarlo basta notar que la sección que en uno cualquiera de aquellos haces produce un plano que no pasa por el punto a, es un haz de rectas cuya razón doble es igual á la dada, y el lugar geométrico de los vértices de los haces planos que cumplen esta condición es una curva de segundo orden. El cono buscado, que proyecta esta curva desde el punto A será, por tanto, de este mismo orden, como queríamos probar. Sobre este cono ha de hallarse el punto buscado O, puesto que la recta AO es arista del haz $AO.BCDE$, que tiene la razón doble igual á la de la serie $abcde$.

Repitamos las anteriores consideraciones para el haz $OB.ACDE$: obtendremos un cono de segundo orden de vértice B. Estos dos conos tienen común la recta que une sus vértices, luego su intersección comprenderá, además, una línea de tercero, ya que en total ha de ser de cuarto. Parece á primera vista que esta curva de tercer orden y la común á los conos de vértices A y C, por ejemplo, tendrán comunes un cierto número de puntos que serán soluciones del problema; pero, como vamos ahora á ver, las curvas comunes á cada par de los cinco conos de vértices A, B, C, D y E, se confunden en una sola, que es el lugar geométrico de los vértices de radiaciones proyectivas con la figura constituída por las cinco imágenes a, b, c, d y e.

Para convencernos de ello unamos un punto cualquiera P de la línea de intersección de los conos de vértices A y B con estos mismos vértices: por pertenecer las rectas así obtenidas á las radiaciones que tienen estos vértices, los haces $PA.BCDE$ y $PB.ACDE$ son proyectivos con los haces de rectas $a.bcde$ y $b.acde$. Luego la radiación $P.ABCDE$ es proyectiva con la figura plana $abcde$ por tener dos haces de planos proyectivos con dos de rectas de ésta, y corresponderse las rectas AB y ab de una y otra. Tomando ahora la recta que une el mismo punto P con otro de los dados, el D, por ejemplo, vemos que el haz que tiene por arista la recta así obtenida y cuyos planos pasan por los otros cuatro puntos A, B, C y E es proyectivo con el haz de rectas $d.abce$. Luego, en definitiva, la línea de tercer orden, intersección de dos de los conos citados, es común igualmente á todos los demás.

Necesitamos otra línea que por su intersección con ésta nos dé el punto buscado; esta línea puede ser la común á uno de los conos anteriormente definidos y otro análogo obtenido del mismo modo que éstos, con sólo sustituir uno de los cinco puntos A, B, C, D ó E por el sexto punto F.

Las dos curvas de tercer orden así obtenidas, tienen comunes los cuatro puntos A, B, C y D; además, tienen otro punto común. En efecto, sabemos por el hecho de existir la vista fotográfica, que hay un punto P desde el cual se proyectan los seis A, B, C, D, E y F según una radiación perspectiva con la figura plana formada por los puntos a, b, c, d, e y f; estas dos figuras son, pues, proyectivas. El punto P, por ser vértice de la radiación $P.\ ABCDE$ proyectiva con la figura plana $abcde$, está sobre una de las curvas de tercer orden que más arriba hemos definido; por ser el mismo P vértice de la radiación $P.\ ABCDF$, proyectiva con la figura plana $abcdf$, está igualmente sobre la otra de estas curvas; luego es evidentemente un punto común á las dos. Bastará hallar la intersección de estas líneas, que ya sabemos existe, para tener resuelto el problema que nos habíamos propuesto.

Vemos por los párrafos que anteceden, que el «problema de los seis puntos» puede resolverse aun prescindiendo de la condición de verticalidad de la placa que el Dr. Dolezal utiliza en la solución analítica que propone en el folleto: «Das Problem der sechs Strahlen oder der sieben Puncte in der Photogrammetrie, von Eduard Dolezal, o.ö. Professor an der k. k. technischen Hochschule in Wien» (1).

IV.—El «nuevo problema de los cinco puntos (no situados en un plano)».

Aún podemos disminuir el número de condiciones necesarias para que pueda resolverse el problema de la orientación de las vistas fotográficas.

Vamos á reducir á cinco el número de puntos cuya posición necesitamos conocer: el enunciado de este «nuevo problema de los cinco puntos», que no hay que confundir con el de Steiner (en que los puntos que se fijan en el terreno lo están sólo por sus proyecciones horizontales), es el siguiente: «dada una fotografía de un terreno y en ella las imágenes de cinco puntos, cuya posición en el espacio es conocida, determinar la posición del centro de estación». Ó bien, en el lenguaje de la Geometría: «determinar el vértice de una radiación que tenga como sección plana un quinquevértice dado y cada uno de cuyos rayos pase por un punto de posición fija, sabiendo, además, que aquella sección se ha obtenido proyectando los mismos puntos desde un centro desconocido».

(1) Sonderabdruck den Sitzungsberichten der kaiserl. Akademie der Wissenschaften in Wien. Mathem-naturw. Klasse; Bd. CXV., Abt. II. a. December 1906.

El planteamiento del problema puede hacerse analíticamente del siguiente modo. Sean P_1, P_2, P_3, P_4 y P_5 los cinco puntos dados, cuyas imágenes p_1, p_2, p_3, p_4 y p_5 son conocidas, y P el centro de estación buscado. Hallemos las ecuaciones de las cuatro rectas PP_1, PP_2, PP_3 y PP_4; tomemos un plano móvil cuya ecuación

$$Ax + By + Cz + 1 = 0$$

tiene tres parámetros desconocidos; determinemos los cuatro puntos Π_1, Π_2, Π_3 y Π_4 en que éste corta á aquéllos, y establezcamos las cinco condiciones que expresan la igualdad entre el cuadrilátero así obtenido $\Pi_1\Pi_2\Pi_3\Pi_4$ y el dado $p_1p_2p_3p_4$. Tendremos con esto cinco ecuaciones que contienen las seis variables A, B y C, coeficientes de la ecuación del plano, y (x), (y) y (z), coordenadas del punto buscado P; podemos eliminar las tres primeras entre las cinco ecuaciones dadas y las dos ecuaciones que resulten serán las de una línea sobre la que se ha de hallar el punto que buscamos. Repitiendo los mismos razonamientos para tres de los puntos empleados y el quinto punto P_5, podemos determinar una nueva curva que pasará igualmente por el punto que queremos determinar. La condición de existencia de la fotografía nos hace ver que realmente éstas dos curvas tienen, al menos, un punto común y que el problema es, por lo tanto, capaz de resolución.

Los cálculos necesarios para desarrollar la solución anterior son bastante laboriosos, por lo que nos limitaremos á indicar la marcha que en ellos hay que seguir.

Llamemos x_1, y_1, z_1, las coordenadas (conocidas) de P_1, y análogamente x_2, y_2, z_2, x_3, y_3, z_3, x_4, y_4, z_4, x_5, y_5, z_5, respectivamente, las de los puntos P_2, P_3, P_4 y P_5; designemos por (x), (y), (z) las coordenadas buscadas del vértice P de la radiación.

Para simplificar el problema podemos elegir un sistema de ejes coordenados rectangulares, cuyo origen sea el punto P_4, el eje Oz pase por P_3 y el plano YZ por P_2; las coordenadas de aquellos cuatro puntos son ahora

$$P_1\,(x_1, y_1, z_1) \qquad P_2\,(o, y_2, z_2) \qquad P_3\,(o, o, z_3) \qquad P_4\,(o, o, o).$$

Las ecuaciones de la recta PP_1, son:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ (x) & (y) & 1 \end{vmatrix} = o \quad \text{y} \quad \begin{vmatrix} x & z & 1 \\ x_1 & z_1 & 1 \\ (x) & (z) & 1 \end{vmatrix} = o,$$

y análogamente, las de PP_2.

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ o & y_2 & 1 \\ (x) & (y) & 1 \end{vmatrix} = o \quad \text{y} \quad \begin{vmatrix} x & z & 1 \\ o & z_2 & 1 \\ (x) & (z) & 1 \end{vmatrix} = o,$$

las de PP_3.

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ o & o & 1 \\ (x) & (y) & 1 \end{vmatrix} = o \quad \text{y} \quad \begin{vmatrix} x & z & 1 \\ o & z_3 & 1 \\ (x) & (z) & 1 \end{vmatrix} = o,$$

y, finalmente, las de la recta PP_4, son

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ o & o & 1 \\ (x) & (y) & 1 \end{vmatrix} = o \quad \text{y} \quad \begin{vmatrix} x & z & 1 \\ o & o & 1 \\ (x) & (z) & 1 \end{vmatrix} = o.$$

Determinando los puntos Π_1, Π_2, Π_3, Π_4, de intersección de cada una de estas rectas con el plano cuya ecuación queda consignada más arriba, obtendremos sus coordenadas, que designaremos por letras griegas:

$$\Pi_1\,(\chi_1, \zeta_1, \xi_1),\ \Pi_2\,(\chi_2, \zeta_2, \xi_2),\ \Pi_3\,(\chi_3, \zeta_3, \xi_3),\ \Pi_4\,(\chi_4, \xi_4, \xi_4).$$

Para expresar la igualdad entre el cuadrilátero dado $p_1\,p_2\,p_3\,p_4$ y el formado por los cuatro puntos $\Pi_1\ \Pi_2\ \Pi_3\ \Pi_4$ que acabamos de determinar, estableceremos las cinco ecuaciones

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 = (\chi_2 - \chi_1)^2 + (\zeta_2 - \zeta_1)^2 + (\xi_2 - \xi_1)^2$$

$$(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 + (z_3 - z_2)^2 = (\chi_3 - \chi_2)^2 + (\zeta_3 - \zeta_2)^2 + (\xi_3 - \xi_2)^2$$

$$(x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2 + (z_4 - z_3)^2 = (\chi_4 - \chi_3)_4 + (\zeta_4 - \zeta_3)^2 + (\xi_4 - \xi_3)^2$$

$$(x_1 - x_4)^2 + (y_1 - y_4)^2 + (z_1 - z_4)^2 = (\chi_1 - \chi_4)^2 + (\zeta_1 - \zeta_4)^2 + (\xi_1 - \xi_4)^2$$

$$(x_4 - x_2)^2 + (y_4 - y_2)^2 + (z_4 - z_2)^2 = (\chi_4 - \chi_2)^2 + (\zeta_4 - \zeta_2)^2 + (\xi_4 - \xi_2)^2$$

que expresan, respectivamente la igualdad de cada par de lados homólogos de los dos cuadriláteros y de las diagonales, también homólogas, p_2p_4 y $\Pi_2\,\Pi_4$.

Como cada una de las coordenadas de cada uno de los puntos Π_1, Π_2, Π_3, Π_4 es función de las seis cantidades A, B, C, (x), (y), (z), las cinco ecuaciones anteriores contienen estas mismas seis variables. Bastará, como ya hemos dicho, eliminar entre ellas los tres coeficientes A, B y C de la ecuación del plano móvil para tener las dos ecuaciones en (x), (y) (z), de una de las curvas buscadas.

Claro que en éste, como en el anterior problema, la existencia de solución está asegurada solamente por la de la vista fotográfica.

V.—El «problema de los cuatro puntos».

En los diferentes problemas que en los párrafos anteriores hemos resuelto, hemos ido disminuyendo cada vez más el número de condiciones ó datos necesarios para resolver el «problema de la orientación de las vistas»: vamos ya á dar la solución del mismo con el menor número posible de éstas, ó sea, con cuatro puntos del terreno, sus imágenes fotográficas y la condición (frecuentísimamente realizada en la práctica) de verticalidad de la placa fotográfica. No creemos necesario detallar los enunciados de este último caso del problema general, en Fototopografía y Geometría, pues muy fácilmente se deducen de los consignados en los párrafos anteriores.

El problema puede plantearse en este caso, como en todos los demás, por el método analítico indicado en el «nuevo problema de los cinco puntos (no situados en un plano)», que acabamos de resolver, sin otras diferencias que la de tomar cuatro puntos (P_1, P_2, P_3 y P_4), en lugar de los cinco de que allí habíamos menester, y la de incluir en la ecuación del plano secante la condición de verticalidad de éste, que la hace independiente de la coordenada z, correspondiente al eje vertical: es decir, que la ecuación de aquel plano toma la forma

$$Ax + By + 1 = o$$

Esto nos indica que, en lugar de las seis variables cuyos valores habíamos de hallar en el problema anterior, aquí tendremos solamente cinco, á saber: las tres coordenadas (x), (y), (z) del centro de proyección buscado y los dos coeficientes A y B de la ecuación del plano vertical variable. El número de ecuaciones que ligan estas incógnitas es, como antes, de cinco; luego el problema será ya ahora determinado y tendrá solución, aun prescindiendo del conocimiento de la existencia previa de la fotografía que produjo las imágenes de los puntos del terreno. Dicho de otro modo: «que, dada la posición de cuatro puntos cualesquiera, y un cuadrivértice plano también arbitrariamente elegido, puede siempre hallarse un punto que, unido con aquellos cuatro, dé una radiación de cuatro rectas, de la cual sea el cuadrivértice dado, sección por un plano vertical».

VI.—Discusión del problema general,

Vamos á investigar el número de condiciones necesarias y suficientes para que el «problema de la orientación de las vistas» tenga un número determinado de soluciones.

Apliquemos, para ello, el método analítico que nos ha servido para resolver el último de los casos estudiados en esta Nota. La fijación del centro de estación ó vértice de la radiación exige determinar sus tres coordenadas y los tres coeficientes de la ecuación del plano auxiliar ó sea, en total, seis variables. Para obtener los valores de éstas tenemos sólo las ecuaciones que expresan la identidad entre el multivértice que tenemos en la vista fotográfica y el producido por aquel plano auxiliar al cortar la radiación que ha de resultar uniendo el centro buscado con los n puntos del terreno cuyas imágenes fotográficas son los n vértices de este polígono. El número de estas ecuaciones viene expresado, en función del de puntos conocidos, por

$$n + (n - 3)$$

puesto que es preciso, para que el polígono sea indeformable, que lo sean sus n lados, y las diagonales necesarias para triangularlo, y estas diagonales pueden ser las que parten de un mismo vértice, ó sea $(n - 3)$.

Demos á n diferentes valores para observar las condiciones que en cada caso presenta el problema.

Si suponemos conocidos en el terreno y en la fotografía cuatro puntos solamente, el número de ecuaciones que podremos obtener es de cinco (una por cada lado y otra por una de las diagonales): como las incógitas son seis, el problema es indeterminado.

Si admitimos el conocimiento de un punto más, la identificación de los dos quinquevértices determinados del modo ya explicado nos da siete ecuaciones, y como las incógnitas son sólo seis, el problema resulta imposible.

Vemos, pues, que el conocimiento de un cierto número de puntos del terreno y sus respectivas imágenes fotográficas no puede nunca, por sí solo, dar un número de condiciones que resuelva el «problema de la orientación de las vistas»; este resultado puede fácilmente comprobarse en la resolución de los problemas estudiados en los anteriores párrafos.

Los dos problemas «de los seis puntos» (sin y con placa vertical) y el «de los cinco puntos (no situados en un plano)», tienen en su enunciado un exceso mayor ó menor de datos, resultando imposible su solución bajo el punto de vista geométrico; sólo la condición práctica de la existencia de la vista fotográfica nos hace ver que, efectivamente, hemos de encontrar un punto que cumpla las condiciones impuestas al centro de estación buscado, toda vez que desde él se impresionó la placa sensible.

El problema «de los cuatro puntos», incluyendo la condición de verticalidad de la vista, es el único que tiene solución, sin que entre los datos exista relación previa alguna, como hemos hecho notar en el enunciado geométrico general consignado al final del párrafo que á aquél hemos dedicado. Claro es que esta generalización no es aplicable al problema práctico de la Fototopografía.

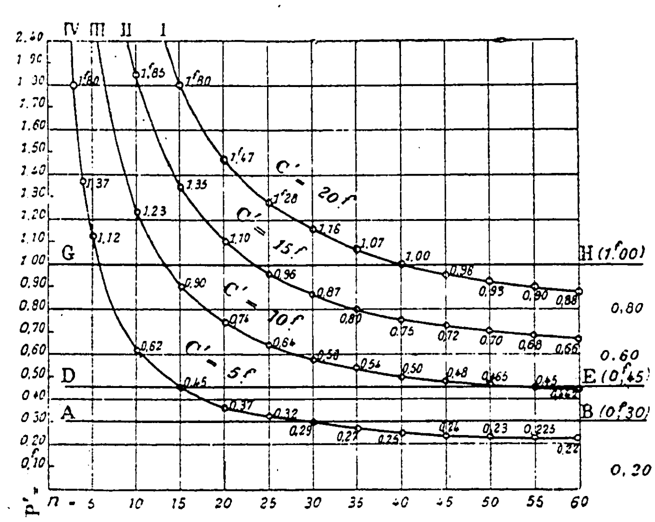
José María Torroja.
Doctor en Ciencias exactas.
Alumno de quinto año de la Escuela de Caminos.

CARRETERAS

Comparación entre el adoquinado y el firme de piedra partida desde el punto de vista del precio de coste anual.

El problema de la formación de los firmes de las carreteras con adoquines ó con piedra partida está hoy á la orden del día.

Después de haberse proclamado hace algunos años la necesidad de suprimir todos los adoquinados sustituyéndolos por firmes de piedra partida, se vuelve hoy de nuevo á aquel sistema, sosteniéndose que por lo mismo que es más duradero resultará más económico.



Mucho se ha exagerado y muchos errores se han propagado en este asunto, por lo que es conveniente hacer algunas rectificaciones precisando la cuestión. Tal es el asunto que se ha propuesto realizar M. H. Heude, Inspector general de Puentes y Calzadas, en una nota publicada en los *Anales de Puentes y Calzadas*, tomo V, 1908, y que extractamos á continuación:

«Dejando á un lado los gastos necesarios para conservar los paseos, las cunetas, etc., en una palabra, todos los accesorios de las carreteras, vamos á ocuparnos únicamente de la calzada, que es la que, como es sabido, resiste principalmente el paso de los vehículos de toda especie.

Además, en el precio de un metro cúbico de materiales de firme irán incluídos la adquisición de los materiales, la materia de agregación necesaria, el cilindrado, la mano de obra, etc., es decir, que en el precio de un metro cúbico de