

Esto nos indica que, en lugar de las seis variables cuyos valores habíamos de hallar en el problema anterior, aquí tendremos solamente cinco, á saber: las tres coordenadas $(x), (y), (z)$ del centro de proyección buscado y los dos coeficientes A y B de la ecuación del plano vertical variable. El número de ecuaciones que ligan estas incógnitas es, como antes, de cinco; luego el problema será ya ahora determinado y tendrá solución, aun prescindiendo del conocimiento de la existencia previa de la fotografía que produjo las imágenes de los puntos del terreno. Dicho de otro modo: «que, dada la posición de cuatro puntos cualesquiera, y un cuadrivértice plano también arbitrariamente elegido, puede siempre hallarse un punto que, unido con aquellos cuatro, dé una radiación de cuatro rectas, de la cual sea el cuadrivértice dado, sección por un plano vertical».

VI.—Discusión del problema general,

Vamos á investigar el número de condiciones necesarias y suficientes para que el «problema de la orientación de las vistas» tenga un número determinado de soluciones.

Apliquemos, para ello, el método analítico que nos ha servido para resolver el último de los casos estudiados en esta Nota. La fijación del centro de estación ó vértice de la radiación exige determinar sus tres coordenadas y los tres coeficientes de la ecuación del plano auxiliar ó sea, en total, seis variables. Para obtener los valores de éstas tenemos sólo las ecuaciones que expresan la identidad entre el multivértice que tenemos en la vista fotográfica y el producido por aquel plano auxiliar al cortar la radiación que ha de resultar uniendo el centro buscado con los n puntos del terreno cuyas imágenes fotográficas son los n vértices de este polígono. El número de estas ecuaciones viene expresado, en función del de puntos conocidos, por

$$n + (n - 3)$$

puesto que es preciso, para que el polígono sea indeformable, que lo sean sus n lados, y las diagonales necesarias para triangularlo, y estas diagonales pueden ser las que parten de un mismo vértice, ó sea $(n - 3)$.

Demostremos á n diferentes valores para observar las condiciones que en cada caso presenta el problema.

Si suponemos conocidos en el terreno y en la fotografía cuatro puntos solamente, el número de ecuaciones que podremos obtener es de cinco (una por cada lado y otra por una de las diagonales): como las incógnitas son seis, el problema es indeterminado.

Si admitimos el conocimiento de un punto más, la identificación de los dos quinquévrtices determinados del modo ya explicado nos da siete ecuaciones, y como las incógnitas son sólo seis, el problema resulta imposible.

Vemos, pues, que el conocimiento de un cierto número de puntos del terreno y sus respectivas imágenes fotográficas no puede nunca, por sí solo, dar un número de condiciones que resuelva el «problema de la orientación de las vistas»; este resultado puede fácilmente comprobarse en la resolución de los problemas estudiados en los anteriores párrafos.

Los dos problemas «de los seis puntos» (sin y con placa vertical) y el «de los cinco puntos (no situados en un plano)», tienen en su enunciado un exceso mayor ó menor de datos, resultando imposible su solución bajo el punto de vista geométrico; sólo la condición práctica de la existencia de la

vista fotográfica nos hace ver que, efectivamente, hemos de encontrar un punto que cumpla las condiciones impuestas al centro de estación buscado, toda vez que desde él se impresionó la placa sensible.

El problema «de los cuatro puntos», incluyendo la condición de verticalidad de la vista, es el único que tiene solución, sin que entre los datos exista relación previa alguna, como hemos hecho notar en el enunciado geométrico general consignado al final del párrafo que á aquél hemos dedicado. Claro es que esta generalización no es aplicable al problema práctico de la Fototopografía.

JOSÉ MARÍA TORROJA.

Doctor en Ciencias exactas.

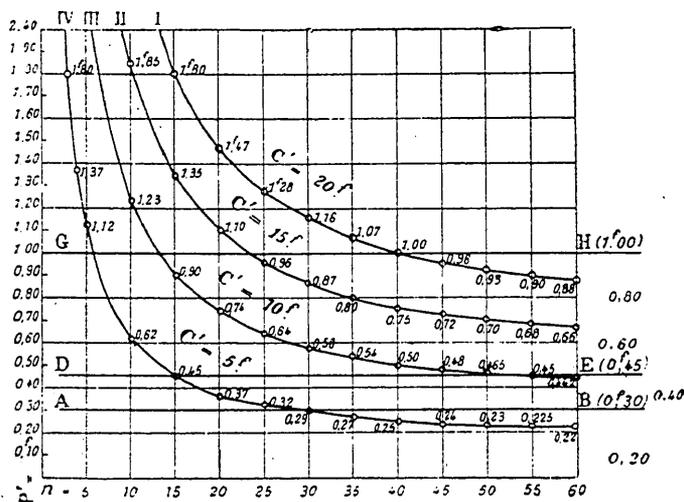
Alumno de quinto año de la Escuela de Caminos.

CARRETERAS

Comparación entre el adoquinado y el firme de piedra partida desde el punto de vista del precio de coste anual.

El problema de la formación de los firmes de las carreteras con adoquines ó con piedra partida está hoy á la orden del día.

Después de haberse proclamado hace algunos años la necesidad de suprimir todos los adoquinados sustituyéndolos por firmes de piedra partida, se vuelve hoy de nuevo á aquel sistema, sosteniéndose que por lo mismo que es más duradero resultará más económico.



Mucho se ha exagerado y muchos errores se han propagado en este asunto, por lo que es conveniente hacer algunas rectificaciones precisando la cuestión. Tal es el asunto que se ha propuesto realizar M. H. Heude, Inspector general de Puentes y Calzadas, en una nota publicada en los *Anales de Puentes y Calzadas*, tomo V, 1908, y que extractamos á continuación:

«Dejando á un lado los gastos necesarios para conservar los paseos, las cunetas, etc., en una palabra, todos los accesorios de las carreteras, vamos á ocuparnos únicamente de la calzada, que es la que, como es sabido, resiste principalmente el paso de los vehículos de toda especie.

Además, en el precio de un metro cúbico de materiales de firme irán incluidos la adquisición de los materiales, la materia de agregación necesaria, el cilindrado, la mano de obra, etc., es decir, que en el precio de un metro cúbico de

firme irá comprendido todo lo necesario hasta suponerle colocado sobre la carretera y comprimido.

Del mismo modo en el precio de un metro cuadrado de adoquinado irán comprendidos todos los acopios necesarios y la mano de obra.

Por último, dejamos á un lado las vías de lujo, tales como las avenidas y las calles de las grandes ciudades, á las cuales nada de lo que se va á decir tiene aplicación.

Esto supuesto, si se llama C el precio de coste de un metro cuadrado de firme de piedra partida, nuevo, de 0,20 centímetros de espesor, por ejemplo, habrá que pagar por año para conservarle indefinidamente:

1.º El interés de este capital de primer establecimiento ó sea Cr , llamando r el interés de un franco.

2.º La renovación anual del desgaste ó la conservación propiamente dicha E .

3.º Algunos gastos accesorios e para el barrido, riego, etcétera.

Según esto, el verdadero precio de coste anual de un metro cuadrado de firme, será:

$$P = Cr + E + e.$$

Para el adoquinado, la cuestión es diferente; se puede suponer que una vez hecho durará n años, y que al fin de estos n años habrá necesidad de reemplazarlo enteramente; por consecuencia, si se llama C' el precio de un metro cuadrado de adoquinado, el gasto anual será igual á la anualidad necesaria para amortizar el capital C' en n años.

La fórmula es conocida; esta anualidad es igual á

$$C' \times \frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}.$$

Para tener todo el gasto se deberá añadir, como para el firme de piedra partida, un pequeño gasto e' para el barrido y la limpieza; pero le supondremos nulo, lo que equivale á decir (sin inconveniente puesto que no se trata más que de una comparación) que e será la diferencia entre los pequeños gastos accesorios necesarios para un firme de piedra partida y los que son necesarios para un adoquinado; se admite generalmente 5 ó 10 céntimos por metro cuadrado.

Se pueden, pues, comparar los dos precios anteriores:

$$P = Cr + E + e, \text{ para el firme de piedra partida.}$$

$$P' = \frac{C'r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \text{ para el adoquinado.}$$

Para ello representaremos gráficamente el precio P' que, depende de tres cantidades variables C' , r y n . Se admitirá un 4 por 100 para el tanto de interés, lo cual es una hipótesis; pero si se admite un 3,5 por 100, se llegará á resultados sensiblemente los mismos, puesto que no se trata más que de una comparación.

Haciendo $C' = 20$ francos, $C' = 15$ francos, $C' = 10$ francos, $C' = 5$ francos, y tomando por abscisas los valores de n desde cinco años hasta sesenta, se obtendrán las curvas I, II, III, IV, que darán en la línea de las ordenadas los precios de coste anuales del metro cuadrado de adoquinado.

Si, por ejemplo, se considera $C' = 15$ francos, como es lo más habitual, se ve en la curva II que el precio de coste será de

	Años.
1,35 francos si el adoquinado dura.....	15
1,10 idem id.....	20
0,87 idem id.....	30
0,65 idem id.....	40
0,70 idem id.....	50
0,66 idem id.....	60

Comparemos con el precio del metro cuadrado de firme de piedra partida $P = Cr + E + e$, y consideremos tres casos, según que se trate de un precio medio, de un precio elevado y de un precio muy elevado.

Primer caso. Supongamos que el precio de los materiales del firme para la construcción de una carretera nueva sea de 12,50 francos por metro cúbico, de los cuales, 9 francos correspondan á los materiales mismos, y 3,50 francos al cilindrado, recebo, etc.; estamos, pues, en el caso de un precio medio. Si el espesor de la calzada nueva es de 0,20, el precio de primer establecimiento será de $0,20 \times 12,50$ francos = 2,50 francos.

$$C = 2,50 \text{ francos, y}$$

$$Cr = 2,50 \text{ francos} \times 0,04 = 0,10 \text{ francos.}$$

El término medio en toda Francia para la conservación de las calzadas de toda especie es de 700 francos por kilómetro ó 0,70 francos por metro lineal, suponiendo 5 metros de anchura, lo que da 0,14 francos por metro cuadrado; tomemos este precio: $E = 0,14$ francos.

Para e admitamos 6 céntimos, que es un precio ya elevado puesto que para una calzada de 5 metros da 0,30 francos por metro lineal, y 300 francos por kilómetro.

Tendremos pues:

$$P = 0,10 \text{ francos} + 0,14 \text{ francos} + 0,06 \text{ francos} = 0,30 \text{ francos.}$$

Si trazamos sobre nuestro gráfico la línea horizontal AB que representa el precio de 0,30 francos, veremos, comparando con el adoquinado á 15 francos, que hay una diferencia considerable.

Si se admite una duración de treinta años para el adoquinado, es necesario comparar 0,87 francos con 0,30 francos, que es más del triple; y si se admite una duración de sesenta años, es necesario comparar 0,66 francos con 0,30 francos, que es más del doble.

Supongamos que se quisieran adoquinar todas las carreteras nacionales de Francia gastando en ello 15 francos por metro cuadrado; para valorar el suplemento de gastos no se podría tomar 0,30 francos como término de comparación para el precio del firme de piedra partida, sino únicamente 0,20 francos, puesto que los gastos de primer establecimiento están hechos para este firme y no lo están para el adoquinado nuevo. Por consecuencia, aun suponiendo para el adoquinado una larga duración de sesenta años, habrá que comparar 0,20 francos con 0,66 francos.

Resulta, pues, que en vez de gastar próximamente 25 millones para la conservación de las carreteras nacionales de firme de piedra partida en Francia, habría que gastar

$$\text{anualmente } \frac{(25 \times 66)}{20} = 82 \text{ millones.}$$

Esto sin contar con la dificultad que se tendría para encontrar el capital de primer establecimiento correspondiente.

(Continuará.)