

Á pesar de la forma transcendente de la ecuación de esta curva, sus propiedades, tanto geométricas como mecánicas, son relativamente fáciles de determinar; los tratados de Geometría y los de Mecánica apenas citan algunas, algunos manuales de Ingeniería ó de Mecánica aplicada como los de Rankine ó formularios de Matemáticas como el de Laska traen varios resultados sin demostración, si bien parece que Gudermann, *Theorie der Potentialfunctionen*, publicada en Berlín en 1833, y Kulik, *Theorie und Tafeln der Kettenlinie*, publicada en Praga en 1832, trataron con desarrollo estas cuestiones, aunque ignoro hasta qué punto, por no haberlas podido consultar.

Por lo que pueda tener de utilidad, dadas las muchas aplicaciones que la catenaria tiene, se expone esta cuestión.

La ecuación general de la curva:

$$y_1 = \frac{a}{2} \left(e^{\frac{x_1}{a}} + e^{-\frac{x_1}{a}} \right)$$

puede ponerse bajo la forma

$$\frac{y_1}{a} = \frac{1}{2} \left(e^{\frac{x_1}{a}} + e^{-\frac{x_1}{a}} \right)$$

y poniendo

$$\frac{y_1}{a} = y; \quad \frac{x_1}{a} = x$$

queda bajo la forma

$$(1) \quad v = \frac{1}{2} (e^x + e^{-x})$$

ó sea con el parámetro reducido á la unidad, que por la razón antes dicha es completamente general y ahorrará la repetición inútil de esta letra.

Atendiendo á que

$$\frac{e^x + e^{-x}}{2} = \cos h. x; \quad \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \operatorname{sen} h. x;$$

$$\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \operatorname{tang} h. x$$

puede ponerse también, bajo la forma de funciones hiperbólicas:

$$(1') \quad y = \cos h. x$$

y abreviar así la notación y facilitar las transformaciones en todos los cálculos siguientes.

Bajo el supuesto dicho de tomar de aquí en adelante el valor del parámetro a igual á la unidad, y haciendo en todo referencia á la figura 2.^a (que está trazada á escala), se obtiene:

$$(2) \quad \frac{d.y}{d.x} = \tan \alpha = \frac{1}{2} (e^x - e^{-x}) = \operatorname{sen} h. x$$

$$\frac{d^2.y}{d.x^2} = \frac{1}{2} (e^x + e^{-x}) = y = \cos h. x$$

La longitud de un arco de catenaria á contar desde el punto más bajo de ésta hasta un punto de abscisa x , se deduce de

$$d.s = d.x \sqrt{1 + \left(\frac{d.y}{d.x}\right)^2} = \frac{1}{2} (e^x + e^{-x}) d.x$$

$$= y d.x = \cos h. x . d.x$$

que integrada da

$$(3) \quad s = \frac{1}{2} (e^x - e^{-x}) = \operatorname{sen} h. x$$

Atendiendo á que

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{\operatorname{tang} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tang}^2 \alpha}}; \quad \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tang}^2 \alpha}}$$

resulta también

$$(4) \quad \operatorname{sen} \alpha = \frac{\frac{e^x - e^{-x}}{2}}{\frac{e^x + e^{-x}}{2}} = \frac{s}{y} = \operatorname{tang} h. x;$$

$$(5) \quad \cos \alpha = \frac{2}{e^x + e^{-x}} = \frac{1}{y} = \frac{1}{\cos h. x} = \sec h. x$$

(Continuará.)

CONTADORES DE MOTOR

SU EMPLEO Y SU CONTRASTE (1)

Consideraciones particulares sobre los modelos Isaria Werke de Munich.

Con poca frecuencia y en casos aislados las centrales de electricidad suministran corriente á los consumidores á tanto alzado convenido de antemano, porque las fábricas de electricidad han hecho en general un estudio experimental defectuoso de tales tarifas. Casi exclusivamente las fábricas que tienen á su disposición grandes saltos de agua, es decir, aquellas en las que la producción de corriente puede decirse que no les cuesta casi nada, hacen sus negocios con la tarifa á tanto alzado.

Esta tarifa, que cuenta con un precio determinado por lámpara instalada, induce por una parte al consumidor á no instalar más que el mínimo de lámparas, impidiendo por consecuencia el desarrollo de la central, incitándole por otra parte á dejar encendidas sus lámparas durante un tiempo inútilmente largo.

Resultan para la fábrica, al aplicar los precios fijados previamente, exagerados gastos por el derroche de corriente.

El empleo de contadores de electricidad es, pues, casi siempre una condición primordial para el rendimiento económico de las centrales.

La importancia que se atribuye á la medida de la corriente eléctrica, está probada por la multitud de sistemas diferentes de contadores que inundan el mercado.

Casi todos los efectos de la corriente se han aplicado á la construcción de los contadores eléctricos. Edison, por ejemplo, ha utilizado la acción electroquímica de la corriente para producir el depósito de zinc sobre el catodo en un elemento de descomposición lleno de una solución de sulfato de zinc que tiene dos electrodos de este mismo metal. La cantidad de zinc depositada permite medir el consumo de corriente. Evidentemente este método no conviene más que á la corriente continua.

Raab utiliza los efectos caloríficos, enviando la corriente

(1) Conferencia demostrativa dada ante la Sociedad electrotécnica de Leipzig, en la sesión del 20 de Febrero de 1902, por el Ingeniero H. Lesser, de la casa Isaria Zahier-Werke de Munich; copiada de *La Energía Eléctrica*.

eléctrica á un conductor de gran superficie. El conductor al calentarse irradia calor en el aire ambiente, resultando de aquí corrientes de aire que sirven para accionar un anemómetro. Este aparato conviene también para corriente alterna.

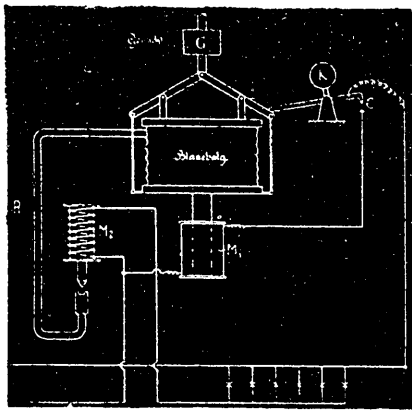


Fig. 1.ª

Un contador de un género especial es el construido por Beaumont (fig. 1.ª). En el momento que se cierra el contacto *C*, el imán *M*, montado en el circuito derivado, dilata el fuelle, y el peso *K* vuelve á abrir el contacto *C*. El peso *G* tiende entonces á comprimir el fuelle y á expulsar el aire por el tubo *R*. En el orificio del tubo se encuentra una válvula que está movida por el electroimán *M*, intercalado en el circuito de la corriente principal; cuanto mayor es el consumo de corriente, más abre la válvula. El contador se regula de tal manera, que existe una cierta proporcionalidad entre la corriente consumida y el aire que se escapa por la válvula. Cuando el fuelle está casi vacío, el contacto *C* se cierra automáticamente, como se ve en la figura, y el fuelle se dilata de nuevo. El número de las carreras se registra en las agujas de un cuadrante del contador.

Todos los contadores construidos según este principio no se han extendido mucho en la práctica.

Por el contrario, casi todos los sistemas de contadores hoy en uso utilizan las propiedades electrodinámicas y magnéticas de la corriente eléctrica. Entre ellos se distinguen: los contadores pendulares los contadores oscilatorios y los contadores de motor.

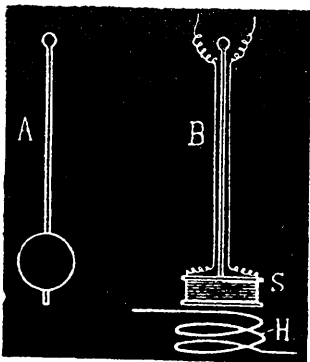


Fig. 2.ª

En los contadores pendulares de construcción antigua, las agujas registran la diferencia de período de oscilación entre un péndulo ordinario y un péndulo influenciado por la corriente de consumo.

La disposición del contador de vatios-hora es la siguiente (fig. 2.ª): el péndulo *A* oscila como péndulo de relojería ordinario. El péndulo *B* oscila, en cambio, encima de una

bobina *H* recorrida por la corriente consumida, y lleva, en lugar de una lenteja de péndola, una bobina de tensión *S*. Por la acción mutua de la bobina de intensidad y de la bobina de tensión, la marcha del péndulo *B* se retarda ó se acelera. La diferencia de marcha con relación al péndulo *A* se transmite á las agujas por medio de ruedas dentadas.

Si se reemplaza la bobina de tensión *S* por un imán permanente, se tiene un contador de amperios-horas.

En los nuevos contadores pendulares de vatios hora, los dos péndulos llevan bobinas de tensión que oscilan encima de bobinas por las que circula la corriente principal; el montaje es tal que uno de los péndulos se retarda bajo la acción de la corriente consumida, mientras que el otro se acelera.

La diferencia de marcha es en este caso casi proporcional á la corriente consumida; pero de valor doble, lo que hace las lecturas más exactas.

El contador oscilatorio se asemeja ya en su construcción al contador de motor; sin embargo, no emplea colector y funciona de la manera siguiente: el inducido no hace más que semirrotaciones y golpea un contacto que acciona un relai, el cual invierte la corriente en el inducido. Por consecuencia, el inducido cambia él mismo su sentido de rotación hasta que, después de haber dado una nueva semirrotación, hace un segundo contacto é invierte su sentido de marcha. El avance de las agujas del contador está asegurado al mismo tiempo por el relai á cada cambio de sentido.

Aun cuando hoy se emplean, en estos casos, contadores de péndulo y oscilatorios, sin embargo, los más usados son los contadores de motor, que en su construcción, así como en su manejo, son mucho más sencillos, aventajándoles también á los anteriores en cuanto á su precio de coste; por otra parte, no desmerecen en nada respecto á los precedentes desde el punto de vista de la exactitud de sus indicaciones y de la seguridad de funcionamiento.

Por estas razones, casi el 90 por 100 de los contadores instalados son contadores de motor.

Me propongo describir aquí, en primer término, el contador de corriente continua que puede establecerse, ó como contador de vatios-hora, ó como contador de amperios-horas.

Sea *E* la tensión, *I* la corriente útil, *V* la velocidad del contador, la potencia de este contador será igual á

$$E I V.$$

La velocidad *V* del motor, toda vez que el contador de corriente continua no es otra cosa que un pequeño motor de corriente continua, es proporcional á *E I*, á condición de que el motor no suministre trabajo.

Si, por el contrario, el motor suministra trabajo que es absorbido por una disposición de freno que consume fuerzas proporcionales al cuadrado de la velocidad *V* tiene $c i v = R v^2$, ó también $l, i = R v$. En los contadores de motor el frenaje se obtiene generalmente por medio de corrientes antagonistas producidas por un imán permanente en un disco de aluminio ó de cobre que efectúa un movimiento de rotación. El frenaje por corrientes antagonistas es, como se sabe, proporcional al cuadrado de la velocidad.

En el contador de vatios-horas de corriente continua, el inductor está excitado por la corriente principal que recorre las bobinas de hilo grueso, mientras que el inducido está montado en la tensión.

Sin embargo, la mayor parte de la tensión es destruída por una resistencia adicional y por la resistencia de la bobina de compensación, de suerte que la tensión en las escobillas es bastante baja. La bobina compensadora, cuyas líneas de fuerza tienen la misma dirección que las del campo principal, tiene por objeto evitar en el contador todo frotamiento; tiene, pues, que compensar con una fuerza de igual magnitud, el rozamiento de las escobillas de los cojinetes y de las agujas del contador. El contador arranca, por consiguiente, con la carga más pequeña posible.

La principal ventaja de los contadores de vatios-hora Isaria reside en la construcción patentada del inducido y de los minuterios. El inducido, que es muy ligero, está montado de estrella y no tiene más que tres bobinas, merced á las cuales la fuerza atractiva, siendo iguales las demás condiciones, es superior en un 80 por 100 próximamente á la de los contadores con inducido de tambor. Á pesar del pequeño consumo en la derivación, que no es más que de 15 miliamperios, estos contadores tienen un par casi de 6 «gem».

El par de un contador puede, evidentemente, aumentarse á voluntad, aumentando el consumo de la derivación y el peso en el inducido, dos factores que son causa de graves inconvenientes. Cuando en un contador se trata de discutir este punto, precisa siempre mantener en relación el par por una parte y el gasto en derivación y el peso del inducido por la otra.

Una gran pérdida en la derivación ocasiona una pérdida extraordinariamente elevada en la central. Yo sé, por ejemplo, de una fábrica que ha instalado unos 1.000 contadores, que se ha visto en la necesidad de suministrar anualmente, nada más que para el consumo en derivación, 60.000 kilovatios-hora. El consumo propio del contador desempeña, pues, un papel importantísimo, que siempre debe tenerse en consideración. Pero también hay que prestar atención á disminuir en lo posible el peso del inducido, del que depende la carga y el desgaste de las piedras que sirven de soporte, así como á la sensibilidad del arranque con el más pequeño consumo de corriente.

(Continuará.)

FERROCARRILES Y TRANSPORTES TERRESTRES

Exposición internacional argentina en 1910.

REGLAMENTO GENERAL

(Conclusión.)

Grupo núm. 6.—Ferrocarriles de varios sistemas.

Grupo núm. 7.—Medios de transportes asimilables á los ferrocarriles.

Grupo núm. 8.—Tranvías (las mismas aplicaciones de los ferrocarriles).

Grupo núm. 9.—Contaduría, instrucciones de servicio, publicidad, estadística, legislación y reglamentación, bibliografía.

SECCIÓN II

Ferrocarriles y tranvías de tracción eléctrica.—Grupo número 1.—Instalaciones para producción de fuerza (planos y presentación de informes).

a) Usinas á vapor.

b) Usinas hidroeléctricas.

Grupo núm. 2.—Materiales eléctricos para la producción de fuerza.

a) Máquinas y calderas á vapor y aplicaciones.

b) Turbinas y aplicaciones.

c) Dinamos y motores eléctricos.

d) Aparatos auxiliares eléctricos para usinas de producción.

Grupo núm. 3.—Vías y vehiculos.

a) Material rodante y aparatos accesorios.

b) Vía permanente.

c) Vía eléctrica.

d) Aparatos de señalización.

e) Obras de construcción en general.

Grupo núm. 4.—Varias aplicaciones de la tracción eléctrica.

a) Transporte de las mismas.

b) Transportes industriales.

Grupo núm. 5.—Documentos varios, estadística, protección obrera.

SECCIÓN III

Automovilismo.—Grupo núm. 1.—Automóviles completos de toda clase expuestos por constructores.

Grupo núm. 2.—Piezas aisladas para formar automóviles; motores completos de combustibles líquidos, de gas de vapor, eléctricos, con aplicación á coches y carros de transporte; piezas de motores; sistema de transmisión de la fuerza; ejes, avantrenes, mazos, llantas, etc., ruedas, aparatos de seguridad y de dirección, etc., taxímetros, cronómetros.

Grupo núm. 3.—Gomas.

Grupo núm. 4.—Carrocería.

Grupo núm. 5.—Materiales especiales de construcción; aceros, hierros fundidos, bronce, aluminio, etc.

Grupo núm. 6.—Uniformes y equipos para automovilistas y mecánicos.

Grupo núm. 7.—Publicaciones técnicas, de viajes ú otras para el automovilismo; indicadores de caminos, etc. Organizaciones de las grandes Sociedades automovilísticas; estudios, seguros, etc.

N. B.—Es recomendable un automóvil industrial y bicicleta, capaces de adaptarse y resistir las huellas hondas de carreta, el piso desigual y las matas de pasto, propio de las pampas.

SECCIÓN IV

Ciclismo.—Grupo núm. 1.—Velocípedos y vehiculos asimilables, enteramente contruídos por los expositores.

Grupo núm. 2.—Velocípedos y vehiculos asimilables, contruídos por los expositores con piezas hechas por terceros.

Grupo núm. 3.—Piezas aisladas para la construcción de velocípedos y vehiculos asimilables y accesorios de toda clase de la maquinaria. Taxímetros, cronómetros.

Grupo núm. 4.—Gomas.

Grupo núm. 5.—Materiales especiales de construcción; cañerías, aceros, fundiciones, etc.

Grupo núm. 6.—Trajes y equipos para ciclistas.

Grupo núm. 7.—Transporte y custodia de los velocípedos y vehiculos asimilables.

Grupo núm. 8.—Publicaciones técnicas, de viajes ú otras para el ciclismo; organización de las grandes Sociedades ciclistas; estudios, seguros, etc.

SECCIÓN V

Correo, telégrafos, teléfonos y otros medios de comunicación similar.—Grupo núm. 1.—Disposiciones, materiales y útiles para el servicio de correo en los ferrocarriles.

Grupo núm. 2.—Disposiciones, materiales y útiles para el servicio de telégrafo en los ferrocarriles, líneas y aparatos.

Grupo núm. 3.—Telégrafo sin hilos. Estaciones, aparatos, convenciones internacionales, legislación.

Grupo núm. 4.—Proyectos referentes á todos ó cualquiera de los grupos y á los fines en vistas.

Grupo núm. 5.—Servicio al público general.