

números redondos, de las cuales 31.000 pesetas corresponden al edificio y el resto á la adquisición del material, excepto la estufa «Genester» que ya existía en este puerto.

Terminaremos estas líneas haciendo votos por que el pabellón de desinfección inaugurado no tenga que funcionar nunca, pues ello será una prueba palmaria de que la salubridad pública no se ha alterado en parte alguna.

PRÓSPERO LAFARGA.

Alicante, Agosto 1909.

ESTUDIO DE LA CATENARIA

Y DE SUS APLICACIONES MECANICAS

POR D. JOSÉ TOUS Y BIAGGI

Académico de la Real de Ciencias y Artes de Barcelona.

(CONCLUSIÓN)

RESUMEN

Notación general con referencia á la figura 3.^a, en la que las líneas de trazo seguido pertenecen á la catenaria y la curva punteada es la parábola aproximada de la ecuación (21):

- x ... abscisa de un punto cualquiera de la catenaria.
- y ... ordenada de un punto cualquiera de la catenaria.
- s ... longitud de arco de catenaria comprendido entre el punto más bajo de esta m y un punto cualquiera (xy) de la curva.
- α ... ángulo que forma la tangente en un punto cualquiera de la catenaria con el eje de abscisas.
- ρ ... radio de curvatura en un punto cualquiera de la curva.
- x_c ... coordenadas de los puntos de la evoluta y de los
- y_c ... centros de curvatura de la catenaria.
- x_e ... coordenadas de los puntos de la envolvente.
- y_e ...
- x_g ... coordenadas del centro de gravedad de un arco
- y_g ... de catenaria.
- A ... área comprendida entre los ejes coordenados, la catenaria y la ordenada correspondiente á la abscisa x .
- l ... longitud de cuerda ó cadena pendiente de dos puntos cuyas coordenadas son $(x' y')$ y $(x'' y'')$.
- d ... distancia horizontal entre los dos puntos anteriores.
- h ... distancia vertical entre los dos puntos anteriores.
- f ... flecha de una catenaria de cuerda horizontal.
- a ... parámetro de una catenaria cualquiera.
- T ... tensión de la cuerda en un punto cualquiera.
- T_0 ... tensión de la cuerda en su punto más bajo.
- p ... peso de cuerda ó cadena por unidad de longitud de la misma.
- k ... coeficiente de dilatación lineal del metal de un alambre, cuerda ó cadena suspendida.
- E ... módulo de elasticidad del metal anterior.
- A_1 ... área transversal de un alambre suspendido.

Todas las ecuaciones referentes á las propiedades geométricas generales se refieren á una catenaria cuyo parámetro a sea la unidad; en los demás casos se toma con cada valor particular de este parámetro. Para transformar estas ecuaciones en las usuales, cuyo parámetro sea a , basta sustituir en todas ellas todas las distancias por el producto de las mismas por el coeficiente $\frac{1}{a}$

$$(1) \quad y = \frac{1}{2} (e^x + e^{-x}) = \cos h. x$$

$$(2) \quad \frac{d \cdot y}{d \cdot x} = \operatorname{tang} \alpha = \frac{1}{2} (e^x - e^{-x}) = \operatorname{sen} h. x$$

$$\frac{d^2 \cdot y}{d \cdot x^2} = \frac{1}{2} (e^x + e^{-x}) = y = \cos h. x$$

$$(3) \quad s = \frac{1}{2} (e^x - e^{-x}) = \frac{d \cdot y}{d \cdot x} = \operatorname{tang} \alpha = \operatorname{sen} h. x$$

$$d \cdot s = \frac{1}{2} (e^x + e^{-x}) d \cdot x = y d \cdot x = \cos h. x d \cdot x$$

$$(4) \quad \operatorname{sen} \alpha = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{s}{y} = \operatorname{tang} h. x$$

$$(5) \quad \cos \alpha = \frac{2}{e^x + e^{-x}} = \frac{1}{y} = \frac{1}{\cos h. x} = \operatorname{sec} h. x$$

$$(6) \quad y^2 - s^2 = 1; \quad \cos h^2. x - \operatorname{sen} h^2. x = 1$$

$$(7) \quad x = l_n(y + s) = l_n(\cos h. x + \operatorname{sen} h. x)$$

$$(8) \quad \operatorname{Tangente} np = \frac{(e^x + e^{-x})^2}{2(e^x - e^{-x})} = \frac{y^2}{s} = \frac{\cos h^2. x}{\operatorname{sen} h. x}$$

$$(9) \quad \operatorname{Normal} pk = \frac{1}{4} (e^x + e^{-x})^2 = y^2 = \cos h^2. x$$

$$(10) \quad \operatorname{Subtangente} nq = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} = \frac{y}{s} = \frac{\cos h. x}{\operatorname{sen} h. x} = \cot h. x$$

$$(11) \quad \operatorname{Subnormal} qk = \frac{1}{4} (e^{2x} - e^{-2x}) = ys = \cos h. x$$

$$\operatorname{sen} h. x = \frac{1}{2} \operatorname{sen} h. 2x$$

$$(13) \quad \rho = \frac{1}{4} (e^x + e^{-x})^3 = y^2 = \cos h^2. x$$

$$(14) \quad x_c = x - ys = x - \cos h. x \operatorname{sen} h. x = x - \frac{1}{2} \operatorname{sen} h. 2x$$

$$(15) \quad y_c = 2y = 2 \cos h. x$$

$$(16) \quad \operatorname{Evoluta}: y_c = \operatorname{arc} \cos h. \frac{y_c}{2} - \frac{y_c}{4} \sqrt{y_c^2 - 4}$$

Punto de intersección de la catenaria con su evoluta:

$$x_1 = 2,04846$$

$$y_1 = 3,94247$$

$$(19) \quad \operatorname{Evolvente}: x_e = l_n \left(\frac{1 + \sqrt{1 - y_e^2}}{y_e} \right) - \sqrt{1 - y_e^2}$$

$$(20) \quad A = \frac{1}{2} (e^x - e^{-x}) = s = \operatorname{sen} h. x$$

Parábola aproximada á una catenaria de parámetro a .

$$(21) \quad y = a + \frac{x^2}{2a}$$

Catenaria de longitud total l y cuyos extremos están á una distancia horizontal d y á un desnivel h :

Solución exacta:
$$\begin{cases} (29) & l^2 - h^2 = a^2 \left(e^{\frac{d}{2a}} - e^{-\frac{d}{2a}} \right)^2 \\ (30) & x' + x'' = a l_n \frac{l+h}{l-h} \\ & x' - x'' = d \end{cases}$$

Solución aproximada:
$$\begin{cases} (31) & a = 0,204 \sqrt{\frac{d^3}{l^2 - h^2 - d}} \\ (32) & x' + x'' = 2,303 a \log \frac{l+h}{l-h} \\ & x' - x'' = d \end{cases}$$

Caso particular de ser la cuerda horizontal:

(33) $a = 0,204d \sqrt{\frac{d}{l-d}}; \quad x' = -x'' = \frac{d}{2}$

Catenaria de cuerda horizontal. Flecha en función de la cuerda y el parámetro:

$$f = \frac{a}{2} \left[\left(\frac{d}{2a} \right)^2 + \frac{1}{3 \cdot 4} \left(\frac{d}{2a} \right)^4 + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} \left(\frac{d}{2a} \right)^6 + \dots \right]$$

aproximadamente:

(34) $f = \frac{1}{8} \frac{d^2}{a}$ valores aproximados casi á $\frac{1}{400} \left(\frac{d}{a} \right)^5$
 $a = \frac{1}{8} \frac{d^2}{f}$ de d , y por defecto.

(35) $l - d = \frac{8}{3} \frac{f^2}{d}$ valor aproximado casi á $2d \left(\frac{f}{d} \right)^4$ y por defecto.

Propiedades mecánicas.

Coordenadas del centro de gravedad de un arco de catenaria, siendo las de sus extremos $(x' y')$ y $(x'' y'')$ y siendo $l = s' - s''$ la longitud de dicha catenaria

(36) $x_g = \frac{x's' - x''s'' - y' + y''}{s' - s''};$

(37) $y_g = \frac{s'y' - s''y'' + x' - x''}{2(s' - s'')}$

En una catenaria de cuerda horizontal:

(38) $x_g = 0; \quad y_g = \frac{y'}{2} + \frac{d}{2l}$

y la distancia de dicho centro al vértice (de éste, hacia arriba) es

(39) $\frac{f-1}{2} + \frac{d}{2l}$

(40) $T = py \quad ; \quad T_0 = pa.$

Tensión final T_1 de un alambre de longitud inicial l_0 , colocado á la temperatura t_0 , al pasar á la temperatura t_1 :

$T_1 = pa_1 \quad ; \quad (41) \quad a_1 \left(e^{\frac{d}{2a_1}} - e^{-\frac{d}{2a_1}} \right) - pa_1 \frac{l_0}{A_1 E} = l_0 - kl_0 (t_0 - t_1) - T_0 \frac{l_0}{A_1 E}$

y aproximadamente

(43) $T_1 = T_0 + \left[\frac{d}{l_0} - 1 + k(t_0 - t_1) \right] A_1 E$

ó también

(44) $T_1 = T_0 + \left[k(t_0 - t_1) - \frac{1}{2l} \left(\frac{d}{a_0} \right)^2 \right] A_1 E \quad ; \quad a_0 = \frac{T_0}{p}$

ó también si lo que se conoce es la flecha inicial de colocación

$T_1 = T_0 + \left[k(t_0 - t_1) - \frac{8}{3} \left(\frac{f_0}{d} \right)^2 \right] A_1 E.$

TABLA AUXILIAR

$\frac{x}{a}$	$\frac{y}{a} = \cos. h. \frac{x}{a}$	$\frac{s}{a} = \tan. \alpha = \text{sen. h. } \frac{x}{a}$
0.005	1.000013	0.005000
0.010	1.000050	0.010000
0.015	1.000113	0.015001
0.020	1.000200	0.020001
0.025	1.000313	0.025003
0.030	1.000450	0.030005
0.035	1.000613	0.035008
0.040	1.000800	0.040011
0.045	1.001013	0.045016
0.050	1.001250	0.050021
0.06	1.001801	0.060036
0.07	1.002451	0.070057
0.08	1.003202	0.080085
0.09	1.004053	0.090122
0.10	1.005004	0.100167
0.12	1.007209	0.120288
0.14	1.009816	0.140458
0.16	1.012827	0.160684
0.18	1.016244	0.180974
0.20	1.020067	0.201336
0.25	1.031413	0.252612
0.30	1.045339	0.304520
0.40	1.081072	0.410752
0.50	1.127626	0.521095
0.60	1.185465	0.636654
0.70	1.255169	0.758584
0.80	1.337435	0.888106
0.90	1.433086	1.026517
1.00	1.543081	1.175201
1.20	1.810656	1.509461
1.40	2.150898	1.904302
1.60	2.577464	2.375568
1.80	3.107473	2.942174
2.00	3.7622	3.6269
2.50	6.1323	6.0502
3.00	10.0677	10.0179
4.00	27.3082	27.2899
5.00	74.2100	74.2032

LOS FERROCARRILES ELÉCTRICOS

(Continuación.)

Sería temerario afirmar que el sistema monofásico goza de este favor exclusivo, y aun considerando sus innumerables ventajas, no se puede pensar que su superioridad sea tal que ante él debe desaparecer cualquier otro sistema de tracción eléctrica, y no sólo es así, sino que creemos que el sistema de corriente continua, merced á su progresivo perfeccionamiento, llegará á sobrepasar el sistema monofásico.

La característica y la ventaja del sistema monofásico es la tensión elevada bajo la cual puede hacerse la alimentación. Esta tensión ha ido gradualmente subiendo á 6.000 voltios, y numerosas experiencias ya comprobadas han de-