

Hagámos lo mismo con Marruecos, sino queremos arruinar á España, que no puede soportar la sangría suelta de millones que nos cuesta nuestra expansión africana.

Les hemos demostrado ya nuestra fuerza militar, enseñémosles ahora nuestras riquezas y nuestra cultura, en forma de caminos de hierro, de puentes, de fábricas, de explotaciones agrícolas, de hospitales y de escuelas.

Creo, sinceramente, que es el único método para pacificar y enriquecer aquella simpática región, que hasta ahora asolamos con la muerte y el incendio, que si bien producen el terror y la pacificación aparente, provoca y sostiene el odio y la hostilidad.

Hemos conquistado Marruecos á cañonazos, pero no lo pacificaremos más que con locomotoras.

Madrid 13 de Diciembre de 1914.

## Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.

### DISCURSO DE D. JOSÉ ECHEGARAY

EN LA RECEPCIÓN DEL

NUEVO ACADÉMICO D. AUGUSTO KRAHE

(CONCLUSIÓN)

Mas á pesar de esta inmensa riqueza científica, muchos escritores, muchos críticos y hasta ilustres hombres de ciencia con alardes filosóficos, parece como que desdeñan toda ecuación en general; y aun los hay, que miran compasivos á los que á esta rama del saber humano dedican sus esfuerzos, porque suponen que toda ecuación  $A = A$  es una verdadera *tautología*, de todo punto estéril; aunque á ella se aplique toda la lógica aristotélica.

Vamos despacio.

Es, que una ecuación matemática, en general, no expresa simplemente que una cosa es igual á sí misma con identidad de forma y esencia y por gusto á la repetición estéril; las ecuaciones, por ejemplo en las Ciencias físicas, expresan *leyes del mundo material*, relaciones entre diversas magnitudes de las que se agitan en el seno del cosmos, aunque al reducirse á números estas ecuaciones expresen igualdades numéricas. Cuando se dice «la atracción entre dos astros es igual al producto de las masas, dividido por el cuadrado de la distancia y multiplicado el resultado por una constante», no se escribe una *tautología*, una *identidad*; se escribe una ley exacta ó aproximada del Universo, en la que entran en acción diferentes magnitudes, y que encierra en sus contornos algebraicos toda la Astronomía y una buena parte de la Física matemática clásica. Y como las ecuaciones expresan leyes del mundo inorgánico, por ellas se resuelven problemas prodigiosos, en los que parece imposible haya penetrado la inteligencia humana; y cada vez son mayores y mayores y más increíbles estos triunfos, sin que se agote la llamada tautología.

Para condensar mis ideas y hacer menos árido este discurso, me limitaré á citar de paso algunos ejemplos. De este modo se comprenderá mejor la importancia de las ecuaciones analíticas, desde aquella ecuación infantil en que se plantea «el problema del milano y las palomas», que tampoco era una tautología, hasta la suprema región de las ecuaciones integrales y otras de más allá.

Empecemos esta digresión final.

Cuando bajo la acción de ciertas energías se ioniza (y perdónese el empleo de palabras que no están en el Diccionario, pero que son insustituibles) un gas, ¿quién hubiera podido creer hace algunos años que era posible contar el número de los millones de estos elementos eléctricos engendrados en el fluido?

Pues esto se realiza de muchas maneras, combinando siempre el método experimental con las ecuaciones del matemático.

Basta evaporar agua en el espacio que encierra el gas, provocar por la expansión de éste la condensación del vapor sobre los centros eléctricos, con lo cual cada ión será el centro de una gota; y luego ver cómo la neblina que de este modo se forma desciende lentamente; y luego medir la velocidad del descenso; y luego hacerse cargo de que esa misma velocidad es aquella con que cada gota cae, y por fin acudir á una fórmula del célebre Stokes, quiero decir á una ecuación que expresa la velocidad de la caída en función del diámetro de la gota.

Con lo cual el problema está resuelto; porque si despejando el diámetro en dicha ecuación en valores de la velocidad se conoce este diámetro de la gota, se conoce su volumen, y si por las fórmulas de la termodinámica se determina la cantidad de agua evaporada, se podrá conocer con esa cantidad de agua cuántas gotas se han formado, y como hay tantas gotas como iones, el número de éstos quedará definitivamente determinado.

Si las ecuaciones fueran pura tautología, hay que confesar que la fórmula de Stokes es una tautología maravillosa, que burla la sentencia de esterilidad del crítico, que condenó á las ecuaciones en general á una impotencia perpetua.

\*\*

Y permítaseme otro ejemplo más; otra maravilla de la ciencia moderna.

Cuando se acusa á las ecuaciones analíticas de mero juego de cubiletes matemáticos, hay que buscar testigos de descargo, y el mejor testigo es la ciencia práctica, la de los hechos.

Con lo cual quiero poner en evidencia que esta digresión no es inoportuna.

¿Cuántas moléculas existen en un peso dado de gas, por ejemplo, en el que se llama *molécula-gramo*, se pregunta la insaciable curiosidad del sabio? Que es como preguntar por qué cifra está formado el número de Avogadro; y no hace mucho, esta pregunta hubiera sido, más que una pregunta impertinente, una pregunta ridícula. Pues hoy, por muchos métodos, y entre otros por las admirables experiencias de Perrín, aplicadas á las fórmulas de los gases, la pregunta se contesta y el número se fija con alta probabilidad.

Perrín finge, mejor dicho, *fabrica un gas* en el seno de un líquido; este gas artificial es una emulsión; y sus pequeñísimas partículas simbolizan las moléculas de cualquier otro fluido gaseoso. Afirma además el insigne experimentador, teórica y experimentalmente, que las leyes matemáticas de los gases reales y del gas que ha fabricado son idénticas y á ambos los encierra en la misma fórmula. Pero el gas que él fabricó está al alcance del microscopio, puede contar el número de sus partículas, y por carambola, si vale la palabra, contará las de los gases en la realidad física. Esto es todo.

Hay, en efecto, una fórmula,

$$\log \frac{n_0}{n} = \frac{N}{RT} m \left( 1 - \frac{\delta}{\Delta} \right) gh,$$

que enlaza con cantidades accesibles al microscopio este número  $N$  de Avogadro, y como en dicha ecuación todo es conocido

menos el número  $N$ , se despeja la incógnita, que esta frase es ya de sentido vulgar. Las multitudes á veces tienen más instinto que los doctos, aunque en otras ocasiones suceda lo contrario, y un hombre solo vea mejor que millones y millones de seres más ó menos inteligentes. Hay en la vida ejemplos para todo,

Ello es que mediante una ecuación, la ecuación de los gases, se realiza este prodigio semifantástico: contar las moléculas, los átomos ó las partículas.

Ya lo dijo Henry Poincaré, el gran matemático de Francia, gloria del siglo XIX: «Las moléculas han dejado de ser una hipótesis; hasta parece que las vemos, cuando sabemos contenerlas».

Porque, en efecto, por los procedimientos de Perrín y por otros muchos procedimientos, se demuestra que el número de que se trata está representado por esta cifra: 68 seguido de 22 ceros, ó sean 680.000 trillones, en numeración española.

La cifra es tan formidable, que vale la pena de escribirla solemne y aislada, con todo su acompañamiento de ceros:

680000.000000.000000.000000.  
3            2            1

Y me ocurre incidentalmente, que al ver esta cifra el genio de la guerra acaso pensará: «¡qué número, si estos átomos fueran hombres, para una espléndida movilización!» ¡Cómo ante ella se achican movilizaciones que sólo dan millones y sólo tienen seis ceros! ¡Qué son seis ceros ante veintidós?

Es que también acude á sus movilizaciones la naturaleza; pero el sabio sólo las utiliza para sublimar el espíritu y para iluminar el cerebro, sin detrimento del cráneo.

\* \*

Y sigamos con nuestros ejemplos y con nuestras ecuaciones.

Contar moléculas es realmente empresa increíble, pues la ciencia moderna aun pretende más: medir el diámetro de estas moléculas ó átomos en milímetros; quiero decir en fracciones de milímetro.

Problema que sólo el pretender resolverlo era en otro tiempo llegar al delirio, una insensatez en la ciencia antigua, y que hoy es un problema serio y formal; ya no es un delirio, y al intentar resolverlo se obtienen resultados de verdadera importancia. Todo gracias á una ecuación, á una tautología, dijera el crítico desdeñoso; y el problema se resuelve, como se resuelven todos los problemas matemáticos de la Física, por un procedimiento único, general, por un método que está al alcance de todas las inteligencias, y, por fin, mediante una ecuación.

Se quiso saber el número de iones de un espacio; se quiso saber el número de moléculas de un gas; pues se quiere determinar ahora el diámetro de una de estas moléculas ó átomos.

Y bien, del estudio experimental y teórico de los fenómenos naturales deduciré leyes cuantitativas, ó sean ecuaciones en que entren estos números ó estas magnitudes que busco, y de estas ecuaciones, como todo el mundo dice, despejaré la incógnita. Más claro; pasaré de la ecuación primitiva, por procedimientos lógicos ó de identidad, de esa identidad tan inútil, á otra ecuación en la que el primer miembro esté expresado por la incógnita que pretendo hallar y el segundo miembro por cantidades conocidas. Más claro aún: de la tautología  $A = A$  á la tautología  $X = C$ ; y si conozco  $C$ , por ley tautológica, perdóneseme el ensañamiento, sabré lo que  $X$  vale.

Así en este último problema que indicaba, el del diámetro de los átomos, y en la ecuación general de los gases transformada por Van der Waals,

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT,$$

ecuación en la que se tiene en cuenta en  $a$  la influencia de la cohesión y en  $b$  el volumen verdadero de las moléculas; en esa ecuación, repito, veré que entra la incógnita; porque si entra el volumen entra el diámetro, y de esta ecuación deduciré la fantástica  $x$  que buscábamos, que resulta para el argon igual 2,85 multiplicado por la unidad, dividida por cien millones, es decir, por  $10^{-8}$ , fracción pequeñísima del milímetro: del milímetro dividido en cien millones de partes, apenas tres.

Que al penetrar en estos rincones de lo infinitamente pequeño, siempre nos encontramos con legiones de ceros en el numerador ó en el denominador del número resultante.

Estos ceros vienen unidos á unas cuantas cifras significativas, que se comprueban en multitud de experiencias y en los fenómenos más distintos de la Física. Pero todo el ingenio de los experimentadores y toda su habilidad se estrellarían en la impotencia, si no determinasen previamente ecuaciones en que estuvieran contenidas las incógnitas combinadas por las leyes del análisis con parámetros accesibles á la observación y á la medida.

Las ecuaciones continúan, pues, imperando como árbitros supremos en todos estos prodigiosos problemas, que han pasado de ser idealismos vaporosos á ser realidades medibles y contables.

\* \*

Un último ejemplo de la alta función que ejercen las ecuaciones en cualquier investigación, por profunda que sea, de la Física matemática ó experimental.

Pretender contar los iones, contar las moléculas de un gas, determinar su diámetro, si no se tratase de hechos positivos, sería pasar los límites de lo sensato y de lo verosímil; pero á más aspira el poder de estas ecuaciones matemáticas: á fijar el diámetro de los electrones.

Medir el volumen y el peso de un astro que se ve, que casi con el telescopio se maneja, era ya un triunfo prodigioso de la ciencia clásica; pues hoy se aspira á medir la masa y el radio de estos átomos de electricidad á que se da el nombre de electrones, y por una fórmula bien sencilla. Sin remontarse mucho, acudiendo á la más elemental teoría, voy á citar la fórmula que expresa la masa electromagnética de un electrón, ó mejor dicho, su primera aproximación, que es

$$m = \frac{2\mu e^2}{3a}$$

Sabemos que  $m$  representa la masa, la cual se puede medir, por ejemplo, mediante la teoría de los rayos catódicos, y la de la ionización antes citada, gracias también á varias ecuaciones aplicadas á procedimientos experimentales; y en dicha ecuación  $a$  es el radio del electrón, suponiendo que fuera esférico.

De modo que este problema inconcebible depende de una ecuación de primer grado, y no hay más que despejar  $a$ .

Y cuando una ecuación de primer grado da estos resultados no hay motivo para ver con cierta desdeñosa superioridad las ecuaciones de tercer y cuarto grado, que tiene mucho en sí: más pequeño es un átomo y encierra un mundo.

\* \*

He presentado estos ejemplos de la manera vaga y general que pueden presentarse en un discurso de esta clase, y dirigiéndome no sólo á los que ya conocen la materia, para los que cuanto yo digo es inútil, y las reservas críticas que pudiera hacer sobre definición de diámetros y grandes números, ellos las harán de antemano, sino dirigiéndome al público en general, que no se compone de especialistas.

A este público he querido explicarle que todas las críticas

más ó menos filosóficas que contra las ecuaciones matemáticas se dirigen, como si fueran lucubraciones estériles de los sabios, son de todo punto inconsistentes y vacías.

\* \*

Y no sólo la inmensa teoría de las ecuaciones en general, sino las grandes creaciones matemáticas son prodigiosas en la región de las ideas y son fecundísimas en las ciencias de aplicación; que sin las matemáticas la industria en general es rutina, y la rutina significa derroche de fuerza, impotencia y atraso.

De aquí la importancia de las matemáticas en la civilización moderna.

Podría borrarse del mapa toda Grecia: Arquímedes y Euclides se elevarían eternos sobre las ruinas de aquel pueblo admirable.

Y no hablemos de épocas más recientes; no hablemos de Newton, ni de Hamilton, ni de lord Kelvin, ni de Descartes, ni de Pascal, ni de Leplace, ni de Poisson, ni de Cauchy, ni de Lagrange, ni de Poincaré; ni hablemos de Leibnitz, ni de Jacobi, ni de Gauss, ni de Abel, ni de tantos otros, que serán más duraderos que las pirámides de los Faraones; contra ellos es impotente la más potente artillería, porque sus nombres flotan en la región eterna de la verdad, y allí no llegan ni balas ni metralla.

Animado de estos sentimientos, que son ya muy viejos en mí, en edad ya casi me hacen la competencia, me dolía en el primer discurso que tuve que pronunciar en esta Academia, y me dolía quizá en términos sobradamente acres, de la carencia de grandes matemáticos en España en los últimos siglos y del desdén con que entre nosotros se miraba el cultivo de esta ciencia suprema.

Cincuenta años han pasado, y el horizonte se aclara y alborrea. Hoy en Institutos, en Universidades, en escuelas especiales, militares y civiles, en la enseñanza privada, en todas partes hay Profesores eminentes de ciencias matemáticas y físico-matemáticas, que son las ciencias á que me concreto; hoy se estudian y se comprenden los trabajos de los matemáticos extranjeros de primer orden, y empiezan trabajos propios, dignos de alta consideración y que abren anchos horizontes para nuestra Patria y la prometen días gloriosos.

Esta misma recepción, por el discurso del Sr. Krahe y por el premio que ha de otorgarse al Sr. Rey Pastor, es un ejemplo de lo mucho que vale y puede el nuevo espíritu matemático que entre nosotros despierta.

Séanos permitido buscar con ansia, entre las nubes de la pólvora y de los explosivos, rayos de luz que alumbren un nuevo arranque de civilización de la que simbolizan las grandes naciones, y un nuevo esfuerzo en el orden intelectual de la patria española: sea nuestro lema trabajo y esperanza.

## Electrificación de los ferrocarriles federales suizos

(The Engineer.)

Se ha decidido definitivamente el empleo de la tracción eléctrica en los 3.017 kilómetros de líneas de los ferrocarriles federales; se empezará por electrificar la más urgente, la línea del Gotardo que es la de mayor importancia de la red suiza. Ya han sido adquiridas parte de las fuerzas hidráulicas necesarias; la operación se hizo hace ya algunos años, en particular en los cantones que cruza la línea del Gotardo.

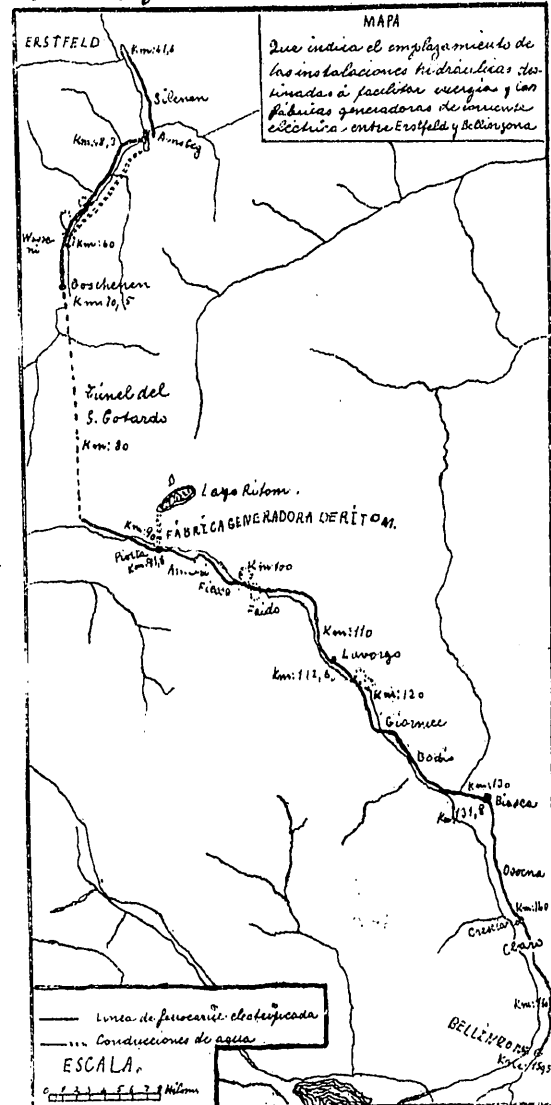
Para la electrificación de este ferrocarril se ha votado un crédito provisional de 38.500.000 pesetas, y esta obra, cuya termi-

nación se calcula en 1928, está ya empezada, es decir, que están ya haciendo los proyectos definitivos para la parte hidráulica.

Se empezará la electrificación en la sección de Erstfeld á Bellinzona con un recorrido total de 109 kilómetros y en la cual está incluido el gran túnel.

Las dos mayores fábricas generadoras de esta sección están ya en construcción, una en Amsteg, en la vertiente Norte del Gotardo, y la otra cerca de Piotta, en el Sur de la montaña y en los alrededores del lago Ritom.

- Electrificación de la línea del Gotardo. -



En la fábrica de Amsteg que utilizará el Reuss y sus afluentes, con un salto de 275 metros, se instala actualmente un material capaz de producir 32.000 caballos; el de la estación de Piotta, con un salto de 800 metros, podrá proporcionar 50.000 á 52.000 caballos.

Se calcula que la potencia media necesaria en 1918 será de 6.550 caballos y la máxima de 19.000. Por consiguiente, en caso de no funcionamiento de una de las fábricas generadoras, la otra podrá asegurar todas las necesidades de la línea.

La fábrica generadora de Piotta se alimenta de agua por el lago Ritom, y en verano, cuando el Reuss en la vertiente norte va muy crecido, todo el agua de la estación de Piotta puede reservarse para las necesidades del invierno, cuando el río va á débil estiaje. En algunos momentos, especialmente en un invierno muy riguroso, no se puede contar más que con unos 6.000 caballos, proporcionados por la fábrica de Amsteg y 8.000 por la de Ritom; sin embargo, será posible sostener una producción constante aproximadamente de 26.000 caballos, que será sufi-