

Estructura de un coche de ferrocarril

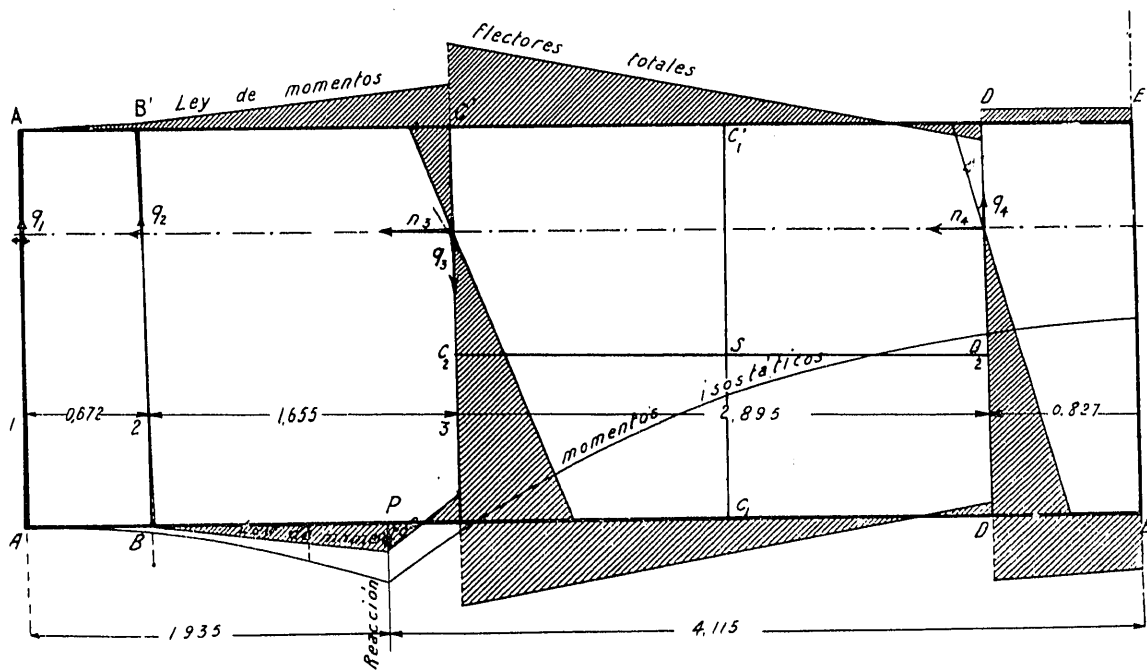
Cálculo elástico

En el cálculo de un coche de tranvía o de ferrocarril, para los efectos de las cargas que ha de soportar, es frecuente considerar únicamente como elementos resistentes los largueros del bastidor, siendo entonces la estructura superior del coche un armazón que constituye la caja que sobre aquél carga.

Pero no sólo en los coches metálicos, sino aun en los de caja de madera, se disponen para dar rigidez a ella algunos montantes verticales metálicos enlazados por una correa superior. Cada costado no es, para los efectos mecánicos, independiente del bastidor, pues las uniones de los montantes con los lar-

tribuidos con arreglo a los espacios de puertas y ventanillas necesarias, y el larguero superior forman en cada costado una estructura de tipo semejante al de las vigas Vierendeel, sustentada en los puntos P y su simétrico, que corresponde a las reacciones de los carretones.

No pueden, sin embargo, aplicarse directamente las ecuaciones deducidas por Vierendeel sin hacer antes algunas modificaciones, pues dicho autor, al estudiar las vigas de su nombre, hace la petición de principio de considerar los momentos de inercia iguales en las dos cabezas y en los montantes, así como



Escala de longitudes, 1 : 40; escala de fuerzas, 1 cm = 2 000 kgs; escala de momentos, 1 cm = 2 000 mkg

gueros se remachan y refuerzan, haciendo solidarias las deformaciones y, en consecuencia, las flexiones que se producirían solamente en el larguero quedan repartidas también a los montantes y carrera superior, formando una estructura resistente en conjunto.

Con la hipótesis de larguero independiente corresponden a él mayores flexiones, evidentemente; pero al hacer solidarios los montantes cambia por completo el régimen elástico, y no tanto por la economía que pueda conseguirse como por el conocimiento de la distribución de momentos en cada pieza, es muy interesante conocer la ley de distribución.

En proyecto actualmente un nuevo tipo de coche metálico, para el Metropolitano de Madrid, haremos aplicación, concretando en ese ejemplo, los cálculos que reseñamos a continuación.

En la figura adjunta se representa un esquema de medio coche, en el cual el panel $BB'CC'$ corresponde a una de las puertas laterales y el $DD'EE'$ representa la mitad de la central, cuyas dimensiones y proporciones de conjunto obedecen a las necesidades del tráfico.

El conjunto de larguero inferior, montantes dis-

también iguales las distancias entre ellos, demostrando entonces que en cada uno de éstos existe un momento cero en su punto medio. Al cortar por el plano horizontal a la mitad de altura, y separar la parte de arriba de la de abajo, mediante las reacciones que en ese plano produce una sobre otra, sólo ha lugar a considerar, en cada intersección con los montantes, dos fuerzas: una horizontal (π) y otra vertical (q), pues el momento es nulo. Y estableciendo la ecuación de las deformaciones en la parte superior e inferior, e igualándolas, se deduce la ecuación general:

$$\pi_{r+1} = \pi_r + \frac{6D}{H} \Sigma' \pi - \frac{6D}{H^2} M_r' + 1$$

expresión que enlaza las fuerzas incógnitas horizontales en cada montante, en función del momento flector correspondiente y de la altura H de la viga y separación D de los montantes.

En el caso de que los montantes estén unidos a la cabeza superior por rótulas, en vez de empotramiento, la expresión es la misma cambiando sólo $6D$ en $3D$.

Las hipótesis de Vierendeel no se realizan en el

caso presente: el larguero inferior es lógico tenga mucha mayor rigidez que el superior, y las distancias entre montantes tampoco son iguales. Esta segunda condición no excluye la aplicación de la ecuación citada, modificada con la consideración de ser D variable en lugar de constante, pues considerando otra estructura con las mismas cabezas pero con montantes cuyo espacio, d , sea un común divisor de los espacios de la considerada, entre dos montantes de ésta cuyo orden sea r y $r + 1$, habrá tantas ecuaciones como veces contenga su espacio al otro, que en rigor será equivalente a considerar una sola ecuación en que D sea la suma de las d siempre que en su montante haya un empuje π , suma de sus homólogos, y que el momento flector M_{r+1} se tome en el mismo punto.

Pero la primera condición (variación de los momentos de inercia) hace pensar en modificación más importante. Analicemos la cuestión: el larguero inferior recibe directamente la acción del piso; los momentos que se producen son transmitidos, en parte, a los montantes y de éstos al larguero superior.

Por la teoría de las deformaciones de Ritter sabemos que una pieza recta elásticamente unida en sus terminales a otras, cuando no soporta directamente causa alguna, sino solamente los momentos propagados por aquéllas, su ley de flexiones es lineal y existe un punto de flexiones nulas, foco por el cual pasan todas las leyes de momentos de las diferentes cargas sobre las otras piezas. Es, para los efectos mecánicos, como si en dicho punto hubiese una articulación. Si se calculara la posición del punto citado, su abscisa sólo depende de la rigidez de la pieza y de sus enlaces terminales, y considerando que todos los montantes sean iguales en rigidez, la abscisa δ será también igual para todos.

Se establece en la teoría de Ritter que para la pieza elásticamente sustentada en los extremos, el momento flector en uno de ellos por unidad de giro de su sección, está medido por la expresión $K \frac{EI}{l}$, variando K entre 4 y 3 según que en el otro extremo el enlace sea tan rígido que constituya empotramiento, o, por el contrario, forme rótula, y que ese momento unitario está enlazado con la abscisa de momento nulo por la ecuación

$$K \frac{EI}{l} = \frac{6EI}{l} \frac{1-\delta}{2-3\delta}, \text{ o sea } K = 6 \frac{1-\delta}{2-3\delta}$$

En el caso presente, tanto el larguero superior como el inferior están unidos con bastante rigidez a los montantes, pues se enlazan por roblonado con cartelas; pero, no obstante, dista algo de ser empotramiento absoluto. Oscilando, como acabamos de decir, el coeficiente de aptitud de giro en la otra sección entre $4 \frac{EI}{l}$ y $3 \frac{EI}{l}$ podemos, con gran aproximación, adoptar para K el valor $K = \frac{11}{3}$, en virtud

del cual la última expresión da el valor $\delta = 0,27$; y como esta abscisa está medida en relación con la luz que salva la pieza, su magnitud aritmética será $\delta = 0,27l$.

En consecuencia, para los montantes del ejemplo presente, que tienen 2,15 m de longitud, la abscisa de momento nulo vale $\delta = 0,58$ m, a partir de la ca-

beza superior, o sea $H = 2,15 - 0,58 = 1,57$, por encima del larguero inferior.

Podemos ya aplicar, con las modificaciones citadas, la ecuación de Vierendeel

$$\pi_{r+1} = \pi_r + \frac{3D}{H} \sum_i^r \pi - \frac{3D}{H^2} M_r^{r+1} \quad (1)$$

en la que H es el valor acabado de calcular y D la separación variable entre montantes.

Calculando la ley de momentos isostáticos en el larguero inferior para la carga que le transmite el piso (833 kg por metro lineal), resultan los valores de M_r^{r+1} :

$$\begin{aligned} M_1^2 &= -\frac{1}{2} px^2 = -47 \text{ mkg} \\ M_2^3 &= -\frac{1}{2} px^2 = -933 \text{ ,} \\ M_3^4 &= -\frac{1}{2} px^2 + Pd = +3\,264 \text{ mkg} \\ M_4^5 &= -\frac{1}{2} px^2 + Pd = +5\,331 \text{ ,} \end{aligned}$$

La ecuación (1) aplicada de ese modo, de montante a montante, da el sistema:

$$\begin{aligned} \pi_1 & \\ \pi_2 &= \pi_1 + 1,28 \pi_1 + 38,54 \\ \pi_3 &= \pi_2 + 3,16(\pi_1 + \pi_2) + 1\,866 \\ \pi_4 &= \pi_3 + 5,50(\pi_1 + \pi_2 + \pi_3) - 11\,522 \\ \pi_5 &= \pi_4 + 3,16(\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4) - 10\,662 \end{aligned}$$

Que como por simetría $\pi_1 = \pi_5$, se obtienen de ese sistema los valores de todas las incógnitas

$$\pi_1 = -4,7 \text{ kg} \quad \pi_2 = +27,8 \quad \pi_3 = +1\,965 \quad \pi_4 = +1\,379$$

y sus simétricos.

En el punto neutro de cada montante existen sucesivamente esas cargas horizontales, que la parte inferior transmite a la superior, y además otras verticales, cuyo valor fácilmente se ve que es $q = \frac{P}{2}$, siendo P la carga que el larguero inferior produce sobre el montante.

En suma: cortando la estructura del coche por el plano horizontal que pasa a la altura $H = 1,57$ m, podemos suprimir toda la parte de encima, colocando en los puntos de intersección con los montantes las fuerzas horizontales calculadas π_1, π_2, π_3 y las verticales $q_1, q_2, q_3, \dots$, resultando entonces para el cálculo de cada una de esas partes el mismo problema de una viga isostática.

Las leyes de momentos dan los siguientes valores en cada uno de los nudos inferiores:

$$\begin{aligned} M_A &= +\pi_1 H = 7,4 \text{ mkg} \\ M_B &= -\frac{1}{2} px^2 + (\pi_1 - \pi_2)H + q_1 x = -129,8 \text{ mkg} \\ M_P &= -\frac{1}{2} px^2 + (\pi_1 - \pi_2)H + q_1 x + q_2(x-l) = -714,4 \text{ mkg} \\ M_C &= -\frac{1}{2} px^2 + (\pi_1 - \pi_2 - \pi_3)H + q_1 x + q_2(x-l) + R(x-l_1) = -2\,290 \text{ mkg} \\ M_D &= -\frac{1}{2} px^2 + (\pi_1 - \pi_2 - \pi_3 - \pi_4)H + q_1 x + q_2(x-l) + q_3(x-l-l') + R(x-l_1) = -1\,765 \\ M_E &= -\frac{1}{2} px^2 + (\pi_1 - \pi_2 - \pi_3 - \pi_4)H + q_1 x + q_2(x-l) + q_3(x-l-l') + q_4(x-l-l'-l'') + R(x-l_1) = -1\,503 \end{aligned}$$

Y del mismo modo se obtienen los momentos en los nudos superiores, y más sencillo aún para los montantes, en los que la ley es πH .

Comparando los momentos flectores así obtenidos (cuya representación está dibujada en la figura, rayando el área total de flexiones) con la curva ley de momentos isostáticos que se produciría en el larguero inferior considerado sólo como momento resistente, puede apreciarse la ventaja que resulta en las deformaciones, pues mientras en la ley isostática del larguero se produce un momento máximo de 5 351 mkg, al considerar toda la estructura el mayor momento es 2 290 mkg y el máximo del montante más cargado vale 2 165 mkg.

Además, por este método puede tenerse conocimiento de la distribución de flexiones en las distintas piezas y su régimen elástico.

* * *

Por las necesidades de la construcción, principalmente para sostener las ventanillas, en el panel $CC'DD'$ se hace necesario colocar dos piezas: una horizontal, C_2D_2 , y otra vertical, C_1C_1' ; ambas estarán influenciadas por la deformación total y sería oportuno conocer en cuánto ayudan a la resistencia.

Del momento producido en cada montante, parte se transmite a la riostra horizontal, que aliviará las flexiones de ellos; pero cuando dos piezas se enlazan rigidamente y en la prolongación de una de ellas se produce un momento, la distribución del mismo en su prolongación y en la otra será proporcional a la rigidez de cada una, medida por la expresión $K \frac{EI}{l}$.

Si la pieza horizontal C_2D_2 tuviera igual rigidez que el montante respectivo, absorbería la mitad de sus flexiones complicaría esto la distribución estudiada y saldría fuera de su misión secundaria con menor economía. Siendo su función la de arriostramiento y sujeción, si por las condiciones constructivas le damos una sección determinada, de ella depende su ayuda.

En el caso presente, basta colocar un angular de $75 \times 50 \times 7$ para cumplir la colocación de ventanillas; y siendo $I' = 46,80 \text{ cm}^4$ su momento de inercia, y suponiendo rigidez absoluta en el nudo S (tanto por la continuidad de las dos piezas que concurren como por estar fuertemente acarteladas), la longitud será la de medio panel.

En virtud de lo dicho, la parte de momento que esa riostra sufriría en el punto C_2 será:

$$m = M \frac{\frac{I'}{l'}}{\frac{I'}{l'} + \frac{I}{l}}$$

siendo M el momento propagado por el montante CD y $\frac{I}{l}$ la rigidez de él. Como dicho montante, para resistir sólo el momento total, necesita tener un momento de inercia $I = 3 583 \text{ cm}^4$, el valor de m es

$$m = M \times 0,019 = 25 \text{ mkg}$$

que por las condiciones citadas propaga al nudo S su tercera parte $\frac{25}{3} = 8,33 \text{ mkg}$.

Por otra parte, y por análogas circunstancias, la pieza SD_2 recibe en D_2 una parte del momento del montante DD' , cuya expresión es

$$m' = M' \frac{\frac{I}{l}}{\frac{I}{l} + \frac{I_1}{l_1}}$$

en la que $\frac{I_1}{l_1}$ es la rigidez del citado montante, que para su resistencia precisa tener un momento de inercia $I_1 = 2 526 \text{ cm}^4$ y, en consecuencia, la parte de momento transmitida a la riostra es

$$m' = M' \times 0,027 = 25 \text{ mkg},$$

es decir, igual a la de C_2 , y la acción sobre el punto S será también igual, pero de sentido contrario, haciendo que ese punto esté en equilibrio y sin transmitir acción alguna sobre la vertical C_1C_1' .

Por las cifras que anteceden puede verse que el alivio que la riostra C_2D_2 produce sobre la estructura (dado su momento de inercia) es insignificante, pues está medida por las relaciones 0,019 y 0,027 de las flexiones generales de los montantes y, por tanto, el efecto puede desprejarse. No obstante, su papel es interesante desde el punto de vista de arriostramiento para la inercia en el movimiento.

A. PEÑA BOEUF
Ingeniero de Caminos

Accidentes por explosión en las cámaras de las presas de los pantanos

Algunos accidentes graves, aunque felizmente raros, ocurridos recientemente en los pantanos de Buseo, Almansa y Alfonso XIII, me mueven a darlos a conocer, para evitar que se reproduzcan.

PANTANO DE BUSEO

Desde que se terminó este pantano, habían transcurrido seis años sin practicar la limpia de fangos, cuyo depósito alcanzaba 12 metros de altura de los 38 que tiene la cota máxima del embalse, y a fin de

que éste no se inutilizara, decidí hacer la limpia el día 9 de septiembre de 1921, por ser el estiaje la época más adecuada, para aprovechar el agua de la operación en el riego, llenar el embalse nuevamente con las aguas del otoño y utilizarlas en el estiaje siguiente.

Penetré dicho día en la cámara de maniobra con un ayudante y cuatro obreros del pantano, todos ellos antiguos y prácticos en la apertura de compuertas, por haberla realizado repetidas veces durante las obras, si bien con menores embalses.