

## Algunas notas sobre las curvas de las carreteras<sup>1</sup>

### II. La sección transversal

Desde el momento en que un vehículo en marcha por una carretera entra en una curva actúa sobre él, además de la fuerza correspondiente a la acción de la gravedad, la fuerza centrífuga; para que la resultante de una y otra no tenga componente en sentido transversal a la carretera es necesario que sea normal al pavimento; si existiera, el vehículo patinaría o deslizaría. Estas consideraciones desarrolladas convenientemente y la aplicación de las leyes mecánicas relativas al caso dan por resultado la fórmula

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{V^2}{Rg} = \frac{i}{100}$$

en la cual

$\beta$  es el ángulo que forma con la horizontal la generatriz rectilínea de la superficie reglada sobre la que ha de rodar el vehículo.

$V$  es la velocidad.

$R$  es el radio de la curva.

$g$  es la aceleración de la gravedad.

$i$  es el peralte en  $\%$ .

Si  $V$  se mide en kilómetros por hora,  $R$  en metros y  $g$  en metros y segundos,

$$i = \frac{100}{Rg} \left( \frac{V}{3,6} \right)^2 = 0,78 \frac{V^2}{R}$$

Para llegar a este resultado se ha prescindido del rozamiento entre las llantas y el pavimento, magnitud de carácter esencialmente indeterminado, puesto que depende, no solamente de la naturaleza de los materiales que les constituyan, sino que también del estado en que se encuentren por el efecto que en ellos produzcan las circunstancias de momento del ambiente. Para tener en cuenta la influencia de tal rozamiento se ha propuesto, claro está que empíricamente, la reducción a la mitad del coeficiente 0,78, única manera positiva de poder evaluar en alguna forma aquella resistencia. También se ha prescindido de la acción del viento, cuya indeterminación es aún mayor que la del rozamiento.

En aquella fórmula hay dos elementos variables que han de recibir valores numéricos en cada caso particular para deducir el correspondiente de  $i$ ; el de  $R$  es perfectamente conocido; con el de  $V$  sucede todo lo contrario, por ser muy diferentes las velocidades de los vehículos que circulan por las carreteras, hecho que constituye una gran dificultad para el establecimiento del peralte en las curvas de aquellas e imposible de resolver satisfactoriamente; el valor de  $i$  que necesitan los automóviles es excesivamente grande para los carros, sobre todo cuando su carga es voluminosa y de poco peso; si además hay viento fuerte normal a la dirección de la carretera y hacia el centro de la curva, el vuelco es casi inevitable. Este conflicto no tiene otro arreglo que el de

establecer las curvas con radios tales que con valores corrientes de  $V$  el de  $i$  sea muy pequeño; claro está que semejante arreglo no será posible en muchos casos. Sin embargo, ha de constituir un ideal, realizable únicamente en aquellas carreteras que, por unas o por otras circunstancias, dispongan de medios económicos suficientes. Lo corriente ha de ser tener que resignarse a transigir con ese *mal necesario* y nada agradable a la vista que se llama peralte.

Como hemos visto, es absolutamente imposible fijar el valor de  $i$  de manera que satisfaga el objeto que con este elemento se trata de conseguir, aun en el supuesto de que únicamente automóviles circulasen por las carreteras. En la cuestión que estamos tratando se presenta otra dificultad cuando las curvas son circulares, derivada del cambio brusco que tiene el valor del radio de curvatura de la traza en los puntos de tangencia, cambio que, a lo menos teóricamente, tiene por consecuencia el hecho de que el tránsito de la sección de la carretera en recta a la que ha de tener en curva fuera brusco también, lo cual es absolutamente irrealizable; tal tránsito ha de ser necesariamente gradual, evidentemente, y puede conseguirse que así sea por varios procedimientos:

a) La sección normal de la carretera en recta se conserva hasta los puntos de tangencia; la correspondiente a la curva con peralte empieza a cierta distancia de éstos. Resultará, por tanto, que en ambos extremos de la curva habrá zonas con superficie de rodadura de forma muy especial que no será la reglada que les corresponde. La solución, sin duda de ninguna clase, es defectuosa.

b) La sección peraltada empieza en la alineación recta, a una distancia convencional de los puntos de tangencia; habrá dos zonas, antes y después de la curva, en las que la superficie de rodadura no es la cilíndrica que le corresponde, y la solución es, por tanto, también defectuosa.

c) Con curvas de enlace, parábolas o radioides, entre las alineaciones rectas y las curvas circulares, en la misma forma que se hace en ferrocarriles, curvas en las que, por ser el radio de curvatura variable a partir de un valor infinito terminando con el finito correspondiente a la curva circular, el peralte se establece gradualmente en ellas desde un valor cero en el origen de éstas hasta el que ha de tener en el de la curva circular por razón del radio de ésta y de la velocidad.

d) Con una lemniscata de Bernoulli entre el punto de tangencia de entrada y la bisectriz y su simétrica entre ésta y el punto de tangencia de salida, en la forma ya explicada. El peralte será variable en toda la longitud de la curva, con valor cero en sus extremos y máximo en el centro, determinado siempre en cada punto con la fórmula

$$i = 0,78 \frac{V^2}{R}$$

en la que  $R$  es el radio de curvatura de la lemniscata en el punto que interese.

Expuestas anteriormente las grandes ventajas que,

<sup>1</sup> Véase el número anterior, página 21. En el modelo de la Tabla I, página 24, del primer artículo se omitieron unas líneas de puntos, significando la interrupción de la tabla, entre las correspondientes a los 4º y 26º, 29º y 51º y después de la de los 54º.

desde todos los puntos de vista, posee la lemniscata de Bernouilli para enlazar las alineaciones rectas consecutivas de las carreteras, acabamos de ver que la cuestión relativa al peralte las refuerza y constituye a consecuencia de ello un motivo más para decidir la sustitución de las curvas circulares de las carreteras por las mencionadas lemniscatas.

Con objeto de armonizar, en lo que esto es posible, las necesidades opuestas de los usuarios actuales de las carreteras, se han adoptado universalmente las normas siguientes:

- 1.<sup>a</sup> Fijar un valor máximo para  $i$ .
- 2.<sup>a</sup> Fijar un valor máximo para el radio, a partir del cual  $i = 0$ .
- 3.<sup>a</sup> Establecer una escala gradual, y corta, de valores de  $i$ , especificando los de los radios a que respectivamente han de aplicarse.

En las carreteras del Estado de la provincia de Salamanca se aplica, desde mediados de 1922, la escala siguiente:

Radio de la curva	$i$
Hasta 50 m .....	10
Desde 50 m hasta 150 m .....	8
» 150 m » 250 m .....	6
» 250 m » 300 m .....	4
Más de 300 m .....	0

En América del Norte hay partidarios de peraltar las curvas hasta 1 500 m de radio; la razón de ello es el hecho real y positivo de que los automovilistas

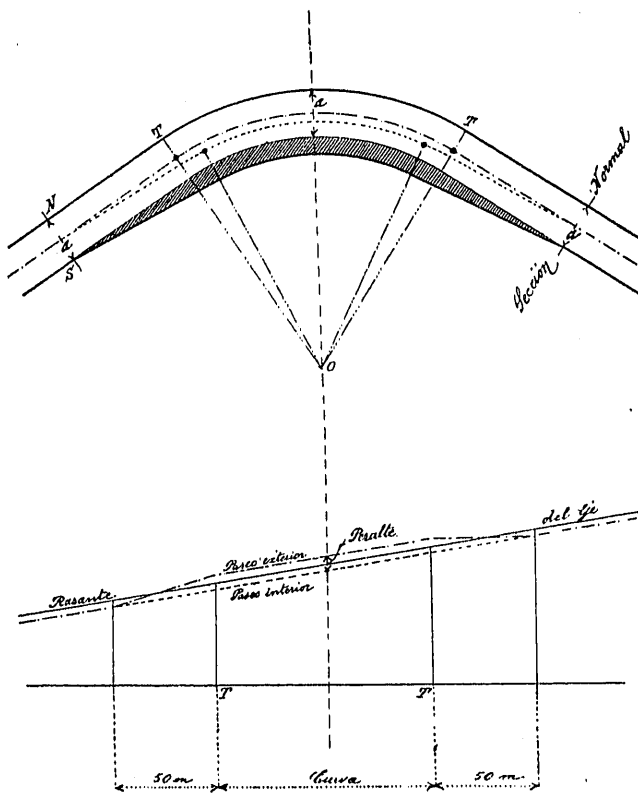


Fig. 6.<sup>a</sup>

en las curvas de radios grandes no reducen la velocidad: por el contrario, son muchos los que la aumentan; proponen para  $i$  un valor comprendido entre 1 y 2 por 100.

Veamos ahora en qué forma se pasa de la sección normal de las alineaciones rectas a la peraltada de

las curvas, en el caso de que éstas son circulares:

En primer lugar, hay que precisar la situación del origen del peralte; lo corriente es colocarlo en la alineación recta y aumentar gradualmente su valor desde cero hasta el que ha de tener en el punto de tangencia de acuerdo con el radio de la curva. La superficie del pavimento en la zona peraltada será reglada y sus generatrices estarán situadas en planos verticales normales al eje de la carretera; las directrices son las curvas que se deducen de las instrucciones dadas por la Jefatura de Obras públicas de Salamanca, también a mediados de 1922, instrucciones que se copian a continuación (fig. 6.<sup>a</sup>):

- 1.<sup>a</sup> La rasante del eje se conserva invariable.
- 2.<sup>a</sup> Todos los puntos de la curva exterior estarán más altos que sus correspondientes del eje en una magnitud igual a la mitad del peralte.
- 3.<sup>a</sup> Todos los puntos de la curva interior estarán más bajos que sus correspondientes del eje en una magnitud igual a la mitad del peralte.
- 4.<sup>a</sup> Desde unos 50 m antes de la curva se modificarán las rasantes de las líneas que limitan el afirmado en forma tal que se pase suavemente de la sección normal de éste en recta a la peraltada en curva.

De lo expuesto resulta que en el origen del peralte la sección del pavimento es una recta horizontal; por tanto, desde unos cuantos metros la sección normal, bombeada, de las alineaciones rectas, habrá de ser modificada gradualmente, aumentando su curvatura de tal manera que sea infinita al llegar al mencionado origen.

Se ha propuesto por algunos que la sección de la carretera en curva sea análoga a la de las rectas, esto es, bombeada, situando el punto más alto a los 2/3 del mordiente interior, disposición evidentemente defectuosa.

También se ha propuesto conservar en la curva la misma sección bombeada de las rectas, dando a la cuerda de la curva, sección del pavimento, la inclinación  $i$  que corresponda en la escala adoptada, disposición que también es defectuosa, indiscutiblemente.

La experiencia de más de seis años en las carreteras de la provincia de Salamanca, en relación con la cuestión del peralte, establecido con las normas que antes se han consignado, enseña:

a) Que los valores de  $i$  de la escala son exagerados y conviene reducirlos en un 50 por 100, tanto en interés de los vehículos de tracción animal como en el de los automóviles, por la confianza, completamente injustificada, que inspira a numerosos automovilistas la vista de una curva peraltada.

b) Que los tramos anterior y posterior a las curvas en los que puede decirse que el peralte nace y se desarrolla constituye algo anómalo, cuya influencia en la marcha de un automóvil es bastante sensible, que contribuye, además, al efecto tan desagradable a la vista que produce todo peralte, especialmente si la rasante está en rampa o en pendiente fuerte.

c) Que también desde el punto de vista de los peraltes es conveniente en grado sumo la sustitución de las curvas circulares de las carreteras por lemniscatas de Bernouilli, puesto que con éstas el origen y el final de los peraltes quedan perfectamente determinados y éstos varían gradualmente hacia el punto de la bisectriz en razón inversa del radio de curvatura.

d) Que siempre que sea posible deben proyectarse curvas con radios tales que el valor de *i* sea, a lo sumo, el 1 por 100.

e) Que por muy grande que sea el valor del radio de curvatura, es siempre muy conveniente que la superficie del pavimento en la curva sea reglada con un valor 0,5 por 100 para *i*. En ningún caso, la sección en curva ha de ser bombeada.

Como consecuencia final de todo lo dicho expondré las normas que, en mi opinión, deben adoptarse para el establecimiento de los peraltes en las curvas de las carreteras, en el supuesto, naturalmente, de que sean lemniscatas de Bernouilli.

I. Escala gradual de peraltes.

Radio de curvatura en la bisectriz		<i>i</i>
Hasta	50 m	6
Desde	50 m hasta 100 m	5
»	100 m » 200 m	4
»	200 m » 300 m	3
»	300 m » 500 m	2
»	500 m » 1 000 m	1
»	1 000 m en adelante	0,5

II. El valor de *i* en cada punto del eje de la curva será proporcional a la distancia al punto de tangencia más próximo.

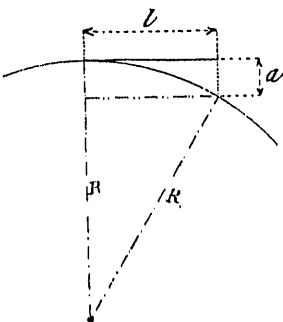


Fig. 7.ª

III. La rasante del eje será la que le corresponda por el perfil longitudinal de la carretera; no se modificará absolutamente nada en la curva.

IV. La superficie del pavimento en la curva será reglada; su directriz será el eje de la curva, y las generatrices serán rectas situadas en planos verticales normales a la proyección

horizontal del eje, con la pendiente *i* que les corresponde y limitadas en los cilindros verticales que tienen por directriz, respectivamente, las lemniscatas exterior e interior de la curva. El enlace de la superficie reglada que constituye el pavimento de la curva con la cilíndrica de las alineaciones rectas que limitan la primera por uno y otro lado se hará en tramos de 15 a 20 m de longitud, en los cuales la curvatura del bombeo aumentará gradualmente hasta el valor infinito de la primera generatriz de las superficies regladas correspondientes.

III. El ancho

La observación enseña que al circular un automóvil por una curva la dirección del eje motor es sensiblemente la del radio; ahora bien, como el bastidor es rígido, las ruedas delanteras recorren trayectorias de radio mayor que sus correspondientes tra-

seras, hecho que constituye el fundamento de la necesidad de aumentar el ancho del pavimento en las curvas; de esta manera los cruces y adelantos podrán hacerse con tranquilidad y seguridad. Dado que la longitud de los automóviles es pequeña en relación con la de los radios de las curvas, puede establecerse la fórmula siguiente (fig. 7.ª):

$$a = \frac{l^2}{2R}$$

en la cual,

*a* es el sobreancho necesario por vehículo.

*l* es la longitud máxima del vehículo.

*R* es el radio de curvatura de la trayectoria que recorre el centro de gravedad del mismo.

En las carreteras de tercer orden de la provincia de Salamanca se aplican desde hace seis años y medio los sobreanchos que se deducen de la tabla que sigue:

Radio de curvatura	Ancho total del pavimento	Distancia desde el origen del sobreancho al punto de tangencia
<i>M</i>	<i>M</i>	<i>M</i>
30	7,50	30
45	7,25	25
60	7	25
100	6,50	25
125	6,50	25
150	6,25	20
200	6,25	20

Todo el sobreancho se da por el lado interior de la curva, en la forma dibujada en la figura 6.ª.

La enseñanza que se ha obtenido con la aplicación de la tabla es que los sobreanchos que prescribe no son suficientes actualmente por la longitud y la latitud que tienen los autobuses que se ponen en circulación por las carreteras. Por ello no son exagerados los sobreanchos que automáticamente resultan al en-

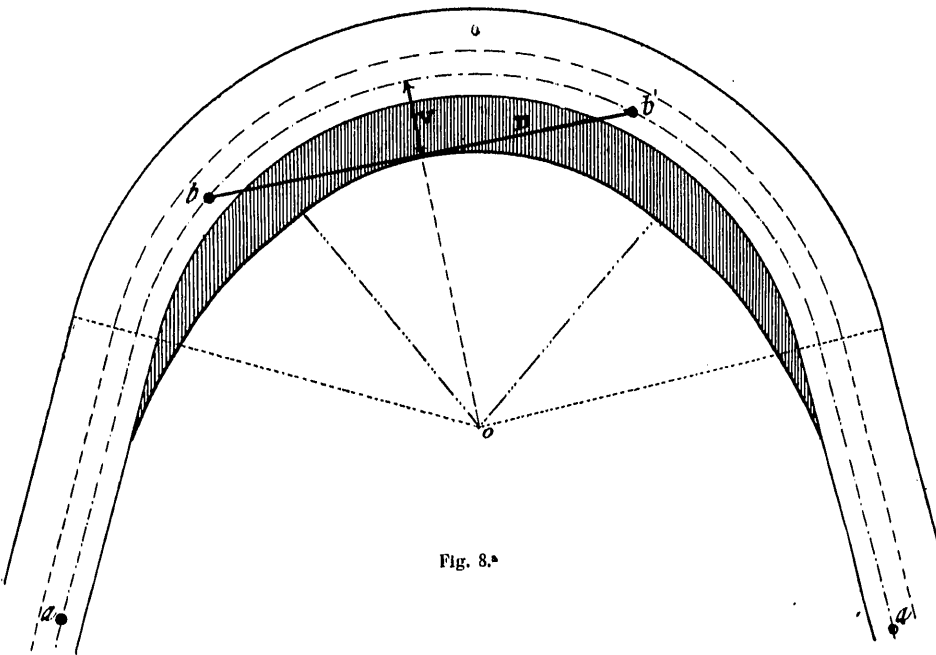


Fig. 8.ª

lazar las alineaciones rectas con lemniscatas de Bernouilli en la forma que antes se ha explicado.

IV. Visibilidad

En los desmontes en curva, sobre todo si ésta es de radio pequeño y de gran longitud, puede ocurrir que dos vehículos que marchen en la misma o en opuesta dirección no se vean a la distancia necesaria para maniobrar correctamente y sin el menor riesgo de alcance o de choque, especialmente cuando las velocidades son grandes.

Para que la circulación por tales curvas se haga con seguridad y tranquilidad se ensancha el desmonte por el lado interior, corriendo el talud desde la altura de 1,20 sobre el pavimento lo que sea necesario para que dos vehículos que marchen por el mismo lado de la carretera se vean hasta que la distancia que los separe sea, por ejemplo, 125 m.

En la figura 8.<sup>a</sup>, *abb'a'* es la trayectoria que recorre el centro de gravedad de un automóvil que circula por la media carretera de su derecha, esto es, reglamentariamente; si desde una posición cualquiera, *b*, se traza la cuerda *bb'* con longitud de 125 m, todo el volumen que corresponde al segmento

circular limitado por dicha cuerda y por el arco de curva interior ha de ser excavado para que desde *b* se vea *b'*; la envolvente de las rectas análogas a *bb'* limitará el corrimiento necesario del talud del desmonte para obtener la visibilidad deseada.

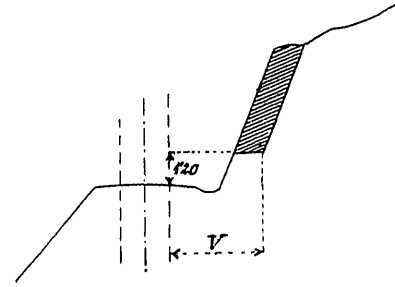


Fig. 9.<sup>a</sup>

Si *bb'* se designa por *D*,

$$\frac{D^2}{4} = V^2 R \qquad V = \frac{1}{8} \frac{D^2}{R}$$

puesto que siempre *V* es muy pequeño con relación a *R*.

En la figura 9.<sup>a</sup> se ha dibujado una sección transversal de lo que representa la 8.<sup>a</sup>.

B. OLIBER Y ROMÁN  
Ingeniero de Caminos

## Repartición del peso en los vehículos de cuatro ejes

La tensión de los resortes permite, como es sabido, variar la repartición del peso de un vehículo entre sus ejes, pero claro está que no puede realizarse una determinada repartición si no está conforme con las condiciones que las ecuaciones estáticas imponen; el problema tiene, por eso, dos etapas: primero hay que escoger una distribución conveniente entre las posibles, o, si se quiere, hacer posible una repartición conveniente, y en segundo lugar hay que realizar la distribución escogida, graduando los tensores de la suspensión.

Nos proponemos estudiar la primera parte del problema en el caso de un vehículo de cuatro ejes.

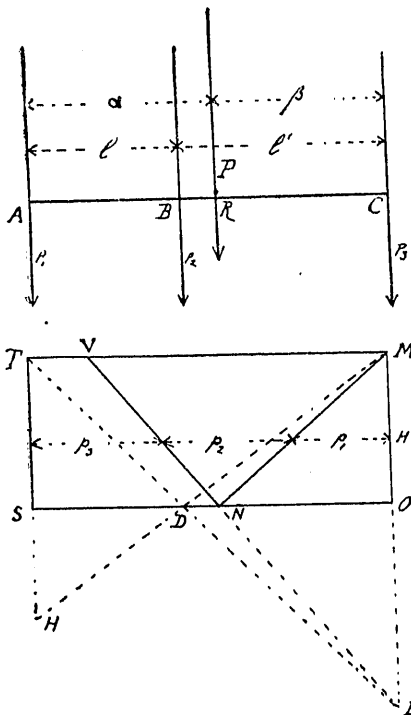


Fig. 1.<sup>a</sup>

El caso de tres ejes nos servirá de punto de partida: si suponemos un vehículo (fig. 1.<sup>a</sup>) de peso *P* sobre tres ejes, *A*, *B*, *C*, que distan entre sí *l*, *l'*, y llamamos *p*<sub>1</sub>, *p*<sub>2</sub>, *p*<sub>3</sub> a los pesos que gravitan

sobre los tres ejes y  $\alpha$   $\beta$  a las distancias del centro de gravedad a las verticales de los ejes extremos, tendremos las ecuaciones

$$\begin{aligned} p_1 + p_2 + p_3 &= P \\ p_1(l + l') + p_2 l' &= P \cdot \beta \end{aligned} \qquad [1]$$

de las que se deduce, en función de *p*<sub>2</sub>,

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{P\beta}{l + l'} - p_2 \frac{l'}{l + l'} \\ p_3 &= \frac{P\alpha}{l + l'} - p_2 \frac{l}{l + l'} \end{aligned} \qquad [2]$$

Tomemos, en un sistema de coordenadas cartesianas *NOM*, como abscisas *OM* los valores de *p*<sub>2</sub> y como ordenadas *ON* los correspondientes de *p*<sub>1</sub>, pudiendo ser distintas las escalas; el lugar geométrico de los valores de *p*<sub>1</sub> será una recta *MN*, en la que

$$OM = \frac{P\beta}{l'} \qquad ON = \frac{P\beta}{l + l'}$$

Si a continuación de las ordenadas *p*<sub>1</sub> llevamos, en su misma escala, los valores de *p*<sub>2</sub>, obtendremos como lugar la recta *NV*, en la cual  $MV = \frac{P\beta}{l'}$ . Comple-

tando el rectángulo *OMTS* con *OS* = *MT* = *P*, el segmento de ordenada comprendido entre *NV* y *ST* será igual a *p*<sub>3</sub>, y así, cualquier ordenada queda dividida por las rectas *MN* y *NV* en tres segmentos, que representan los valores de las tres componentes *p*<sub>1</sub>, *p*<sub>2</sub>, *p*<sub>3</sub>.

Las rectas *OS* y *MT* limitan la región en que las

\* \* \*