de que la excitación no puede bajar de cierto valor, ni producirse, por tanto, una relación demasiado desfavorable entre la corriente de excitación y la de frenado, evitándose la posibilidad de un fogonazo en el colector; la excitación independiente de la excitatriz previene también la posibilidad de que se invierta la polaridad de esta máquina.

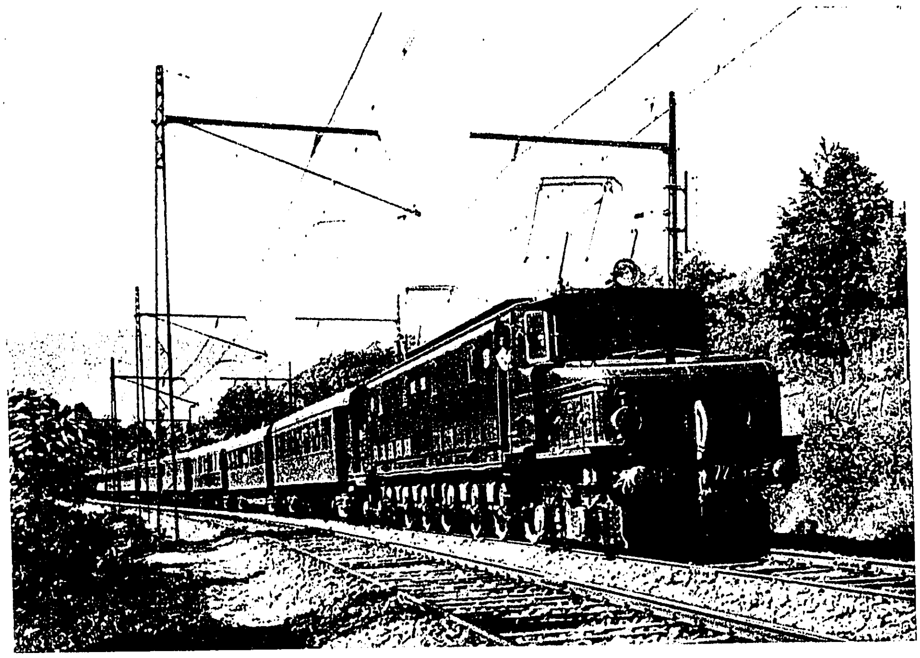


Fig. 48. Tren rápido, remolcado por una locomotora 7.200, en las proximidades de la estación de Alsasua

El segundo devanado excitador (shunt) de la excitatriz provoca un aumento de la tensión de ésta y permite reforzar la excitación de los motores de tracción y, por tanto, regular entre límites muy amplios la velocidad correspondiente a cada uno de los acoplamientos de los motores principales; a este fin, el árbol del regulador principal lleva un contacto móvil (22) que se desplaza sobre una resistencia auxiliar de regulación (20). La utilización de este devanado shunt (14) tiene también la ventaja de realizar una cierta amortiguación en caso de un descenso brusco de tensión en línea, ya que entonces girará el grupo a menor velocidad y disminuirá, por tanto, la excitación de los motores principales, así como la afluencia de corriente, evitándose toda variación brusca de velocidad debida a la del esfuerzo de frenado; la excitación shunt de la excitatriz obra también en el mismo sentido, provocando una disminución de su tensión más rápida aún que la producida por la disminución de la velocidad del grupo.

Para utilizar el frenado por recuperación basta llevar la maneta del combinador a una de las posiciones de recuperación, escogida según la velocidad a la que se quiere marchar; con esta maniobra se verifica el correspondiente acoplamiento de los motores principales y de sus campos, así como las necesarias conexiones auxiliares, y se pone en marcha automáticamente el grupo de frenado; girando lentamente el volante del regulador principal entre las muescas 0 y 13 se produce una corriente de recuperación, y, según la velocidad que lleve el tren, una aceleración o un frenado del mismo; en la posición 13 todas las resistencias se hallan fuera de circuito, y continuando el giro del volante se puede proceder, mediante la regulación de la excitación antes mencionada, a una regulación muy afinada de la velocidad entre amplios límites.

José M.ª GARCÍA LOMAS
Ingeniero de Caminos

El cambio

I

La ofelimidad.—Equilibrio del consumidor

22. **Noción de ofelimidad.**—Ya se ha dicho que una primera exposición de la teoría del equilibrio económico tiene por fundamento el postulado de que el placer es medible, que en el hombre existe un criterio que le permite comparar sus distintas sensaciones y estimar en *cuánto* una sensación es mayor o menor que otra. A la cantidad que mide esta sensación es a lo que hemos llamado *ofelimidad*, cuya existencia es, como puede observarse, puramente hipotética, pues no está basada en hecho de experiencia alguna.

Supongamos un individuo poseedor de una cierta cantidad de riqueza x. Si la ofelimidad existe, será una función de esta cantidad de riqueza $f(x)$, pero nos es completamente desconocida, por ahora, la forma de esta función. Podemos enunciar, sin embargo, algunas de sus propiedades.

1.ª Como la ofelimidad sólo mide grados de placer, quedan excluídas de la cuestión las cantidades negativas, porque se puede llegar al placer nulo, pero no al negativo, o sea al dolor. La ofelimidad sólo tiene, por lo tanto, valores positivos: $f(x) > 0$.

2.ª Se admite, para simplificar el problema, que todo fenómeno económico es continuo; por consecuencia, la ofelimidad será una función continua y su primera derivada la definiremos como el límite de la razón del incremento de placer al incremento de riqueza que lo ha producido cuando éste tiende hacia cero. Esta primera derivada de la ofelimidad se la denomina *ofelimidad elemental* u *ofelimidad marginal*.

3.ª En general, a una variación de riqueza corresponde una variación de placer, en el mismo sentido, lo que nos indica que la ofelimidad elemental sólo adquiere valores positivos: $f'(x) > 0$, y la ofelimidad, es, por consiguiente, una función creciente con la riqueza.

4.ª Es un hecho experimentalmente comprobado que a medida que aumenta la riqueza de un individuo, incrementos iguales de dicha riqueza producen incrementos de placer cada vez menores, lo que confirma la propiedad de que la ofelimidad elemental es una función decreciente, o bien que la segunda derivada es negativa: $f''(x) < 0$.

Existen casos de excepción en que esta desigualdad no se cumple; pero esto sólo tiene importancia en psicología, por cuanto ello revela rasgos singulares de la naturaleza humana, que no deben ser tenidos en cuenta en Economía, que registra, como es sabido, fenómenos medios exclusivamente.

5.ª Si la ofelimidad elemental es una función decreciente, podrá llegar a ser nula para una cierta cantidad de riqueza; por lo tanto, la ofelimidad tiende hacia un máximo: es la *saciedad*.

Las tres desigualdades $f(x) > 0$, $f'(x) > 0$, $f''(x) < 0$ es todo lo que sabemos experimentalmente por lo que se refiere a nuestra sensibilidad; cualesquiera que sean los individuos y por diversos que sean sus gustos o los objetos de sus deseos, siempre se cumplirán aquellas desigualdades, siempre se verificará que sucesivas dosis de una misma riqueza o mercancía, van produciendo menos placer.

Pero esto, como se ve, no es bastante, ni con mucho, para fijar la forma de la función; a lo más a que se puede llegar es a señalar una función que pudiera ser apta para representar analíticamente la ofelimidad. Por ejemplo:

$$f(x) = x^{\alpha}$$

con la condición de

$$0 < \alpha < 1$$

porque entonces

$$f'(x) = \alpha x^{\alpha - 1} > 0 \qquad f''(x) = \alpha(\alpha - 1)x^{\alpha - 2} < 0.$$

Es la ley tan conocida de FECHNER.

Si sobre el eje de las abscisas (fig. 10) llevamos las cantidades de riqueza y sobre el de las ordenadas

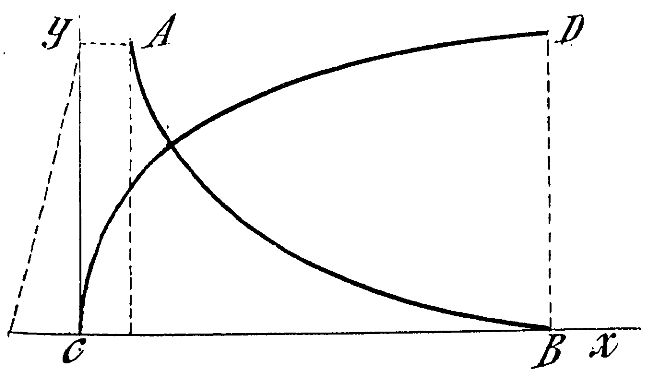


Fig. 10

las ofelimidades, una curva tal como la AB podrá representarnos $f'(x)$ y la curva integral CD será la $f(x)$. La saciedad está definida por el punto D.

Se ha supuesto que la ofelimidad es función de una sola riqueza, o bien que todas, menos una, de las riquezas que el individuo posee han permanecido constantes. En el caso más general, todas las riquezas son variables y ha lugar a considerar las características de la función que mide en este caso el placer que se deriva del consumo simultáneo de cantidades determinadas de todas las riquezas.

Sea $f(x, y, z, \ldots)$ la función, la cual será, desde luego, una función positiva.

Si diferenciamos se tendrá:

$$df = \frac{df}{dx}dx + \frac{df}{dy}dy + \frac{df}{dz}dz + \ldots$$

que nos da la variación infinitesimal de placer que se produce por consecuencia de variaciones infinitesimales de las distintas cantidades de riqueza.

Las derivadas parciales $\frac{df}{dx}$, $\frac{df}{dy}$, $\frac{df}{dz}$, ... son las ofelimidades elementales con respecto a cada riqueza, suponiendo todas las demás constantes, y por su significado son evidentemente positivas, es decir:

$$\frac{df}{dx} > 0 \qquad \frac{df}{dy} > 0 \qquad \frac{df}{dz} > 0 \ldots$$

En cuanto a las derivadas segundas, hay que distinguir entre las derivadas expresadas con respecto a la misma riqueza, y las derivadas segundas teniendo en cuenta las combinaciones binarias de todas las riquezas. Para las primeras se tiene por la misma razón antes expuesta

$$\frac{d^2f}{dx^2} < 0 \qquad \frac{d^2f}{dy^2} < 0 \qquad \frac{d^2f}{dz^2} < 0 \ldots$$

En cuanto a las segundas,

$$\frac{d^2f}{dxdy} \qquad \frac{d^2f}{dxdz} \qquad \frac{d^2f}{dydz} \ldots$$

serán positivas, nulas o negativas, según la naturaleza de los consumos correspondientes.

Tomemos una de ellas:

$$\frac{d^2f}{dxdy}$$

1.º Si es positiva, esto indica que la ofelimidad elemental con respecto a x crece al aumentar y. Las riquezas x e y se dice que son *complementarias*. Se siente mayor placer consumiendo las dos a la vez que consumiéndolas, si esto fuera posible, separadamente.

2.º Si es negativa, ocurre lo contrario: la ofelimidad elemental con respecto a una de ellas, x, decrece al aumentar y. Las riquezas son *suplementarias*. Se siente menos placer consumiéndolas juntas que separadas. Es el caso de riquezas que pueden sustituirse en el consumo.

3.º Si es nula, significa que las dos riquezas son *independientes*. Que se consuman juntas o separadas el placer que procuran es el mismo. Esto, sin embargo, no puede admitirse de un modo absoluto; no hay entre dos consumos, por muy extraños que parezcan el uno al otro, una rigurosa independencia. Si se admite en teoría, es como una aproximación y considerando que en muchos casos y con pequeñas variaciones del consumo se puede sin error sensible admitir aquella independencia.

Tomando la ley de FECHNER como función apta para simbolizar analíticamente la ofelimidad en el caso que consideramos, se tendrá:

$$f(x, y, z, \ldots) = x^{\alpha} \cdot y^{\beta} \cdot z^{\gamma} \ldots$$

en donde α, β, y ... están comprendidas entre 0 y 1. Las primeras derivadas, en efecto, son positivas; las segundas, con respecto a la misma variable, negativas, y las segundas, con respecto a dos variables, positivas, lo que nos dice que dicha función se refiere al caso de riquezas complementarias.

23. **Función índice de ofelimidad.**—La noción de ofelimidad no es necesaria, se dijo al principio, para desarrollar la teoría del equilibrio económico; en el problema que se pretende resolver no precisa valorar de una manera concreta y definida las distintas variables que en él figuran; se trata sólo de apreciar variaciones, y para este objeto la noción de ofelimidad, no experimental, como basada en el postulado de que el placer es medible, puede sustituirse por la noción *función índice de ofelimidad* de carácter propiamente experimental, pues tiene su fundamento en la determinación para cada centro económico de las líneas de indiferencia.

Ya se ha visto, en efecto, cómo puede hacerse esta determinación y la arbitrariedad con que se señalan las series de índices que acotan las distintas curvas de nivel que representan sobre el plano, en el caso de dos mercancías, la superficie que denominaremos *superficie de ofelimidad* [1]. Recordaremos únicamente que la sola condición a que ha de satisfacer una serie cualquiera de números índices, es la de que a combinaciones preferidas por el centro deben corresponder números índices mayores.

Una serie de números índices es, por lo tanto, una función de las dos variables x e y, y las variaciones de esta función, al variar sus variables independientes, indica las variaciones del placer, el cual crece cuando la función crece e inversamente. Es, pues, una función *índice* de la ofelimidad. La representaremos por $F(x, y)$.

Como la serie de números índices decimos que es arbitraria siempre que cumpla con la condición de variar en el mismo sentido que el placer, el número de funciones índices de ofelimidad es infinito, pues son infinitas las que podemos elegir cumpliendo aquella condición.

En el caso más general de ser varias las mercancías, una función $F(x, y, z, ...)$ que cumpla con la condición de que si la combinación $x_1y_1z_1$ ... produce mayor, igual o menor placer que la combinación $x_2y_2z_2$ ...

$$F(x_1y_1z_1 \ldots) \gtreqless F(x_2y_2z_2 \ldots)$$

dicha función es apta para señalar una serie de números índices de la ofelimidad.

Si f es una función índice de ofelimidad o la propia ofelimidad, una función cualquiera $F(f)$, podrá representarnos una función índice igualmente, a condición de que se conserven las propiedades relativas a los signos de la función ofelimidad y sus derivadas, lo cual es suponer que no sólo crece el índice cuando crece el placer, sino que a un incremento *mayor* de placer corresponde un incremento *mayor* del índice. En suma, la función $F(f)$ es índice de la ofelimidad total y sus derivadas son índices de las ofelimidades elementales.

Diremos, por lo tanto, que la función índice es positiva; que sus funciones derivadas son todas positivas; que las segundas con respecto a la misma variable son negativas, y positivas negativas o nulas con relación a dos variables, según se trate de consumos complementarios, suplementarios o independientes. Tales son los caracteres de la función índice de ofelimidad.

En el caso particular de la ley de FECHNER se puede tomar como función índice de ofelimidad la potencia

$$\frac{1}{\alpha + \beta + \gamma \ldots}$$

de la función de ofelimidad

$$f = x^{\alpha} y^{\beta} z^{\gamma} \ldots$$

y se tendrá:

$$F = x^{\mu_1} \cdot y^{\mu_2} \cdot z^{\mu_3} \ldots$$

en donde

$$\mu_1 = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma} \qquad \mu_2 = \frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma} \ldots$$

Por lo tanto,

$$\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \ldots = 1$$

Para dos mercancías complementarias tomaremos como función índice

$$x^{\mu_1} y^{\mu_2}$$

que igualada a una magnitud variable I nos dará la ecuación de la superficie de ofelimidad. Dando valores a I podremos trazar las líneas de indiferencia cuyas ofelimidades corresponden a dichos valores.

24. **Líneas de indiferencia.**—La ecuación

$$I = F(x, y)$$

en la cual I es una constante, es la ecuación general de las líneas de indiferencia, cuando se trata de dos mercancías. Por lo tanto,

$$\frac{dF}{dx} + \frac{dF}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} = 0$$

Pero $\frac{dF}{dx}$ y $\frac{dF}{dy}$ son positivas; luego $\frac{dy}{dx}$ es negativa; lo que confirma la propiedad ya conocida de estas líneas, de que las variaciones de x e y son de signo contrario.

Derivemos dos veces con respecto a x:

$$\frac{d^2F}{dx^2} + \frac{d^2F}{dxdy} \cdot \frac{dy}{dx} + \frac{dF}{dy} \cdot \frac{d^2y}{dx^2} = 0$$

En esta ecuación

$$\frac{d^2F}{dx^2} < 0 \qquad \frac{dy}{dx} < 0 \qquad \frac{dF}{dy} > 0$$

por consiguiente, si $\frac{d^2y}{dx^2}$ es nula o negativa, $\frac{d^2F}{dxdy}$ tiene que ser negativa y los dos consumos son necesariamente suplementarios; pero si $\frac{d^2y}{dx^2}$ es positiva, $\frac{d^2F}{dxdy}$ podrá ser positiva o negativa, y los consumos complementarios o suplementarios, según el caso.

1 Es la *colina del placer*, de Pareto.

Consecuencia de este análisis es, que las líneas de indiferencia pueden afectar dos formas. Cuando afectan la forma [1] (fig. 11), dirigiendo su convexidad hacia los ejes, los consumos pueden ser complementarios o suplementarios; en el caso contrario, forma [2] los consumos son siempre suplementarios.

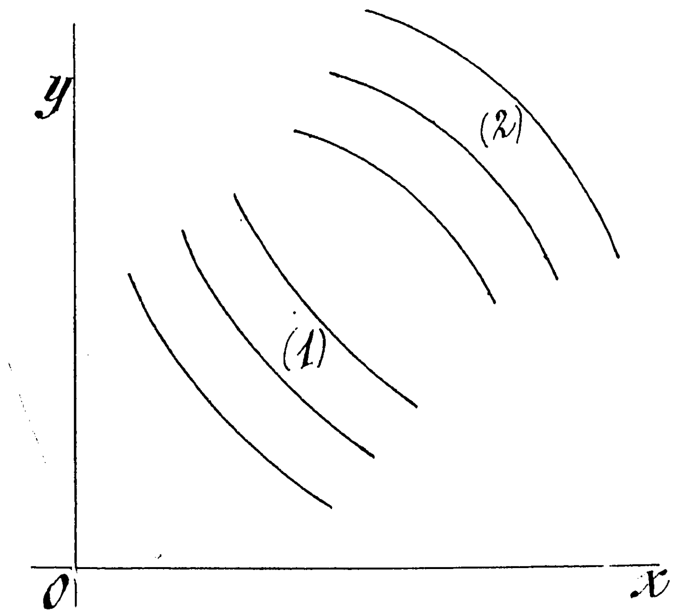


Fig. 11

Dos casos particulares son los representados en la figura 12, que corresponden: la forma [1], cuando se trata de dos riquezas rigurosamente complementarias, o que han de ser consumidas en proporción rigurosamente definida, y la forma [2], cuando son

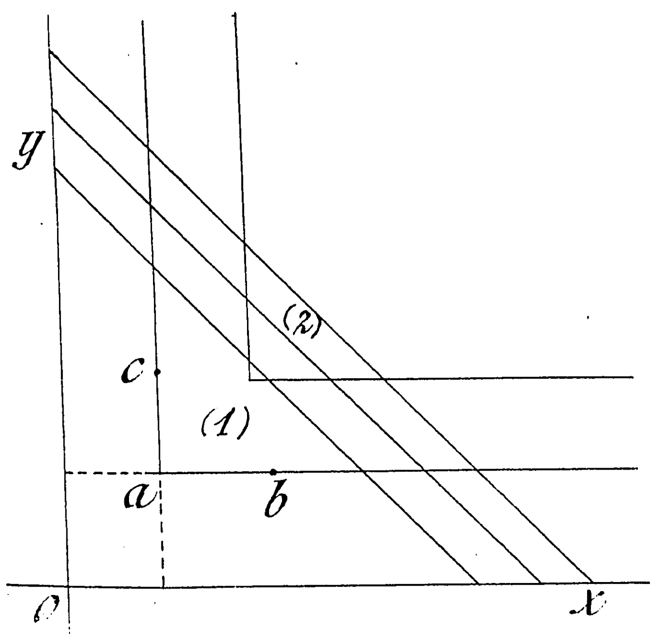


Fig. 12

rigurosamente suplementarias, o que la una puede sustituir a la otra en una relación que se mantiene constante.

25. **Equilibrio del consumidor.**—Admitamos la hipótesis del mercado perfecto, o sea, aquel en el que reina la libre concurrencia absoluta. En el estudio del equilibrio del consumidor se han de considerar varios casos, a saber: 1.º, un consumidor y dos mercancías; 2.º, un consumidor y varias mercancías; 3.º, dos consumidores y dos mercancías; 4.º, varios consumidores y dos mercancías, y 5.º, varios consumidores y varias mercancías.

Primer caso. *Un consumidor y dos mercancías.*—El consumidor se presenta en el mercado para comprar o vender una cierta cantidad de mercancía. Son datos del problema: la función índice de ofelimidad $F(x, y)$ del individuo, su posición económica inicial, $(x = a,\ y = b)$, y el precio p en unidades de x (moneda) de y. Son incógnitas las cantidades de mercancías x e y.

El *valor* comprado debe ser igual al *valor* vendido, entendiendo por *valor* de una mercancía el producto de la cantidad de ésta por su precio y debe ser nula, por lo tanto, la suma algébrica de ambos valores, lo que se expresa con la ecuación

$$(a - x) + p(b - y) = 0 \qquad [1]$$

que es la *ecuación de balance* del consumidor.

El cambio tendrá lugar para los valores de x e y que hacen máxima la función $F(x, y)$, compatiblemente con la ecuación de balance. Llamando λ al multiplicador de Lagrange, se tendrá, según la teoría general de máximos y mínimos,

$$dF + \lambda(dx + pdy) = 0$$

o bien

$$\left(\frac{dF}{dx} + \lambda\right)dx + \left(\frac{dF}{dy} + \lambda p\right)dy = 0$$

cualesquiera que sean x e y. Por lo tanto,

$$\frac{dF}{dx} + \lambda = 0 \qquad \frac{dF}{dy} + \lambda p = 0$$

y eliminando λ

$$\frac{dF}{dx} = \frac{1}{p} \cdot \frac{dF}{dy} \qquad [2]$$

Ecuación que expresa la condición de equilibrio.

Tenemos, pues, dos ecuaciones [1] y [2] y dos incógnitas, x e y; el problema está resuelto.

Las dos ecuaciones [1] y [2] definen la línea de cambios, o sea la *demanda* de y, si el consumidor es un comprador, o la *oferta* de y si es un vendedor.

Segundo caso. *Un consumidor y varias mercancías.*—Sean x y z las mercancías; abc ... las cantidades iniciales; p_1, p_2 ... sus precios y $F(x, y, z, \ldots)$ la función índice de ofelimidad. Tendremos

$$(a - x) + p_1(b - y) + p_2(c - z) + \ldots = 0$$

que es la ecuación de balance, y las ecuaciones

$$\frac{dF}{dx} = \frac{1}{p_1}\frac{dF}{dy} = \frac{1}{p_2} \cdot \frac{dF}{dz} = \ldots$$

que en número igual al de mercancías, *menos una*, expresan las condiciones de equilibrio. Unidas a la de balance forman un sistema de tantas ecuaciones como incógnitas, $x, y, z, \ldots$

Tercer caso. *Dos consumidores y dos mercancías.* Los datos, para cada consumidor, son los mismos que en el primer caso, salvo el precio, que ahora es una incógnita del problema. Designemos por x_1y_1 las cantidades de mercancías para el consumidor 1 y x_2y_2 para el consumidor 2, a_1b_1 y a_2b_2 las posiciones iniciales respectivas y $F_1(x_1y_1)$ y $F_2(x_2y_2)$ las correspondientes funciones índices, y se tendrá:

$$\text{Ecuaciones de balance} \left\{ \begin{array}{l} (a_1 - x_1) + p(b_1 - y_1) = 0 \\ (a_2 - x_2) + p(b_2 - y_2) = 0 \end{array} \right.$$

$$\text{Condiciones de equilibrio} \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{dF_1}{dx_1} = \dfrac{1}{p} \dfrac{dF_1}{dy_1} \\[2ex] \dfrac{dF_2}{dx_2} = \dfrac{1}{p} \dfrac{dF_2}{dy_2} \end{array} \right. ,$$

Son cuatro ecuaciones y cinco incógnitas $x_1y_1 x_2y_2 p$. Hace falta otra ecuación.

Si el mercado es cerrado, es decir, que las cantidades de mercancías son las mismas al principio que al fin de la operación, se tiene evidentemente:

$$x_1 + x_2 = a_1 + a_2 \qquad \Sigma(a - x) = 0$$
$$y_1 + y_2 = b_1 + b_2 \qquad \Sigma(b - y) = 0$$

y como de estas dos ecuaciones y de las de balance, una cualquiera de ellas se deduce de las otras tres, sobra una de ellas, y tendremos un sistema de cinco ecuaciones con cinco incógnitas.

Si eliminamos x entre la ecuación de balance y la de equilibrio para el consumidor 1 y hacemos lo propio para el consumidor 2, tendremos las correspondientes ecuaciones de oferta y demanda de la mercancía y, y el sistema de ambas ecuaciones define el punto de equilibrio. Su resolución nos dará el precio p y la cantidad comprada de y igual a la vendida, y una ecuación cualquiera de las de balance, el importe de la venta, igual al de la compra.

Cuarto caso. *Varios consumidores y dos mercancías.*—Sea N el número de consumidores. Tendremos:

N ecuaciones de balance:

$$(a - x) + p(b - y) = 0$$

y N ecuaciones de equilibrio:

$$\frac{dF}{dx} = \frac{1}{p}\frac{dF}{dy}$$

o sean $2N$ ecuaciones con $2N + 1$ incógnitas, los N valores de x, los N valores de y y el precio p. Uniendo a ellas la ecuación $\Sigma(a - x) = 0$ queda resuelto el problema.

Cada ecuación de balance con la correspondiente de equilibrio definen, eliminando x, la curva de cambio individual, o, si se quiere, la curva de demanda o de oferta individuales de la mercancía y. Las de ordenadas y iguales a las sumas de las ordenadas individuales para cada precio son las curvas de oferta y demanda colectivas.

Quinto caso. *Varios consumidores y varias mercancías.*—Sea N el número de consumidores y m el de mercancías. Se tiene para cada consumidor una ecuación de la forma

$$(a - x) + p_1(b - y) + p_2(c - z) + \ldots = 0$$

y $m - 1$ ecuaciones de la forma

$$\frac{dF}{dx} = \frac{1}{p_1}\frac{dF}{dy} = \frac{1}{p_2}\frac{dF}{dz} = \ldots$$

o sea $N + N(m - 1)$ ecuaciones. Y, además, si el mercado es cerrado

$$\Sigma(a - x) = 0 \qquad \Sigma(b - y) = 0 \qquad \Sigma(c - z) = 0 \ldots$$

que son m ecuaciones, pero que se pueden reducir a $m - 1$, teniendo en cuenta que multiplicadas cada una de ellas por el precio correspondiente y sumadas, dan el mismo resultado que todas las de balance sumadas igualmente, lo que demuestra que en el sistema total de las ecuaciones de balance y de las que definen que el mercado es cerrado, una de ellas es consecuencia de todas las demás, y puede, por lo tanto, suprimirse. Resulta, pues, que el número de ecuaciones es:

$$N + N(m - 1) + m - 1 = Nm + m - 1$$

igual al de incógnitas: Nm valores de las cantidades de mercancías y $m - 1$ precios de $m - 1$ mercancías, excluído el de la moneda, que es igual a la unidad.

26. **Condiciones de equilibrio.**—Si dividimos la ofelimidad marginal por el precio, tenemos lo que se llama *ofelimidad marginal ponderada*, y las ecuaciones que definen las condiciones de equilibrio, o sean

$$\frac{dF}{dx} = \frac{1}{p_1}\frac{dF}{dy} = \frac{1}{p_2}\frac{dF}{dz} = \ldots$$

expresan una ley que es fundamental en la ciencia económica, y que puede enunciarse así: «*En la posición de equilibrio, las ofelimidades marginales ponderadas de todas las mercancías son iguales.*»

Se puede dar una demostración elemental y gráfica de esta ley.

Supongamos la moneda x y otra mercancía cualquiera y. Tracemos dos sistemas de ejes coordenados (figura 13) ox y of para la moneda x y $o'y$ y $o'f$ para la mercancía y. Sobre el eje ox llevemos los sucesi-

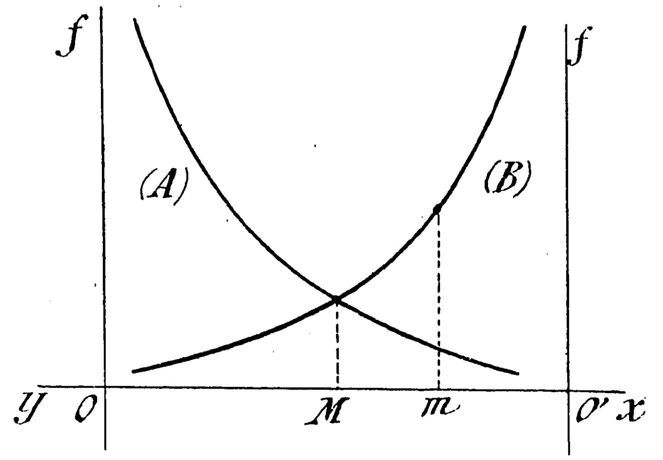


Fig. 13

vos incrementos de moneda dx, y sobre el eje $o'y$ los sucesivos incrementos del valor en moneda de la mercancía y, es decir, pdy. Sobre los ejes of y $o'f$ tomemos las correspondientes ofelimidades marginales de las dos mercancías.

La curva representativa de las ofelimidades marginales ponderadas de x será la (A), y la correspondiente a la mercancía y la (B). Para un punto cualquiera tal como el m, la ofelimidad de una cantidad $- dx$ cedida es menor que la ofelimidad de la cantidad $+ pdy$ adquirida; por lo tanto, hay interés en adquirir y, y este interés continúa en tanto la ofelimidad marginal de la mercancía sea mayor que la de la moneda. Al llegar al punto M, intersección de las dos curvas, se efectuará el cambio; porque pasado este punto, las ofelimidades marginales de la moneda cedida son mayores que las de la mercancía comprada, y no hay interés en continuar la operación.

En suma: en el momento del cambio la última dosis de la mercancía x produce el mismo placer que la última dosis de la mercancía y, de *igual valor en moneda*, y que la última dosis de la mercancía z, de *igual valor en moneda*, y así sucesivamente si hay varias mercancías.

La ecuación

$$\frac{1}{p_1} \cdot \frac{dF}{dy} = \frac{1}{p_2} \cdot \frac{dF}{dz}$$

correspondiente a dos mercancías cualesquiera, nos dice también que las ofelimidades marginales son proporcionales a los precios, y pudieran tomarse éstos como índices de las ofelimidades marginales.

Ya se dijo en la teoría general del equilibrio económico que la función índice de la ofelimidad tenía en la función índice de fuerzas su semejante en la Mecánica; ambas eran funciones algébricas de las variables elegidas para definir los estados económico y de posición, respectivamente, y tenían un solo y único valor para cada estado. La semejanza es aún mayor con lo que acabamos de exponer, pues así como en la función índice de fuerzas las derivadas parciales son las acciones a las cuales se deben las variaciones de cada variable, también las derivadas parciales de la función índice de ofelimidad, las ofelimidades marginales, o los precios, a los cuales sean proporcionales, pueden considerarse como las acciones determinantes de los movimientos económicos.

Carlos de ORDUÑA

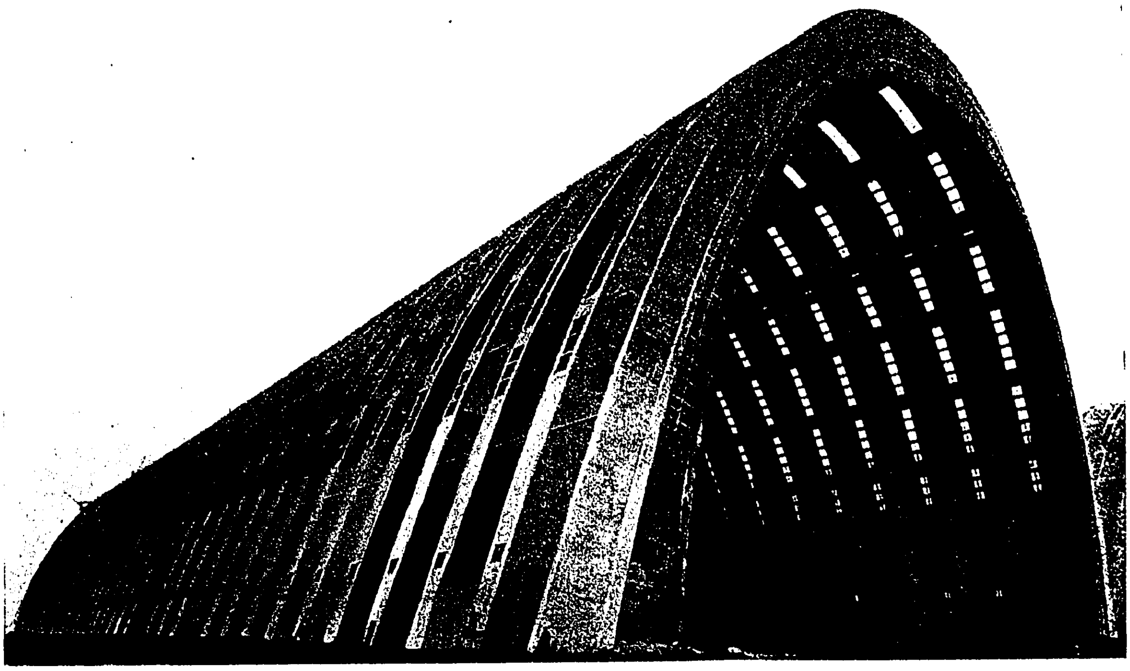
Teoría del arco

I.—La arquitectura del ingeniero

LO ARQUITECTÓNICO

Analizando el arco como elemento arquitectónico, encontramos las tres partes siguientes: *lo decorativo*, *lo funcional* y *lo estructural*. La primera lo hace artístico; las otras dos constituyen lo que pudiera denominarse contenido anestético del arco.

La ordenación anterior, desde un punto de vista antropológico, se invierte al considerarla desde el fondo de lo necesario físicamente. Lo funcional es inherente a lo arquitectónico; de no existir, caeríamos en lo escultórico; pero en sentido estricto sólo es necesario lo estructural, pues pudiera concebirse un arco que no cumpliera función alguna, pero jamás un arco en el que no apareciera materia pesando y resistiendo.



Freyssinet: Hangares de Orly
Solución al problema de limitar un espacio que los arquitectos góticos consiguieron a costa de la complicación de nave, arbotantes, contrafuertes y botareles. Aquí la sencillez de una curva cuya fórmula se conoce

Cualquiera que sea la categoría representativa del arco, cualquiera que sea la función para la que ha sido creado, siempre existirá una ordenación de esfuerzos y reacciones mediante la cual se consigue el equilibrio en una modalidad particular que caracteriza al arco como tal.