

ción más energética, en cuyo último caso se vuelve de nuevo la maneta a la posición anterior; d), *aplicación del freno automático*, para la aplicación automática de los frenos en servicio normal a todos los coches que componen un tren formado por una o más unidades; cuando el manómetro de la tubería de freno indica que se ha efectuado una reducción de presión en la misma suficiente para la aplicación de los frenos según lo requieran las condiciones de la marcha, se lleva la maneta a la posición e), *retención freno automático*, en cuya posición debe permanecer hasta que se desee aflojar los frenos o hacer una aplicación más energética, caso en el cual se vuelve la maneta a la posición d); la presión de la tubería de freno no debe reducirse por debajo de un «punto de equilibrio» para el cual se igualan la presión en el cilindro de freno y del depósito auxiliar, reducción que en condiciones normales de servicio es de $1,5 \text{ kg/cm}^2$, y cuyo rebase sólo produce un mayor gasto de aire sin aumentar el esfuerzo de frenado; f), *posición de socorro*, para casos de urgencia, en la que la tubería de freno

queda conectada a la atmósfera a través de una amplia abertura que permite el rápido escape del aire (en la aplicación corriente dicha comunicación se hace a través de pequeños orificios que originan una mayor lentitud de evacuación); a la vez se produce una rápida admisión en la tubería de freno independiente procedente de la tubería del depósito principal, admisión que da la máxima presión en el cilindro de freno del coche en que se verifica la maniobra. Por último, antes de la posición anterior, que es la extrema derecha de la maneta, existe otra, g), en la cual puede retirar-

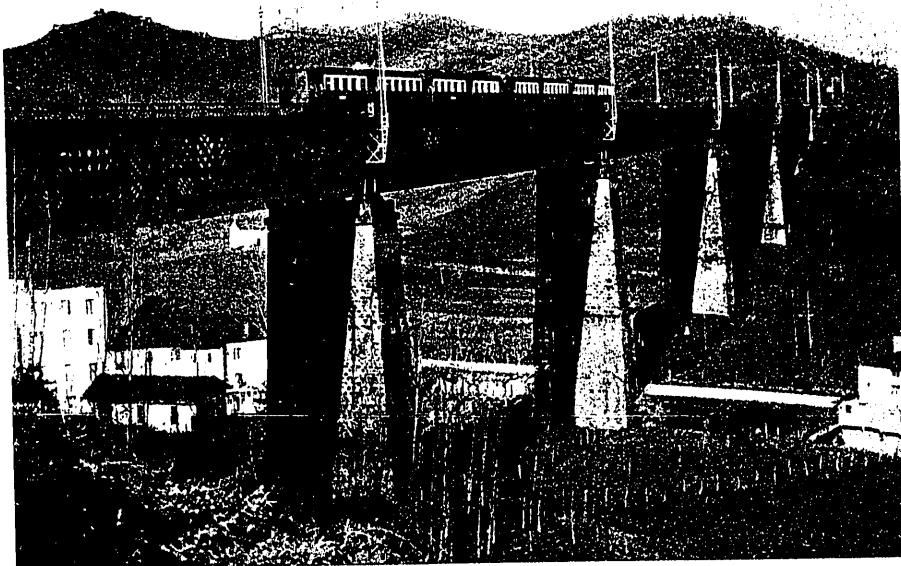


Fig. 63. Paso de un tren automotor de dos unidades sobre el viaducto de Ormáiztegui

se la maneta de su asiento sobre la válvula de mando.

15. Finalmente, y como ya se ha indicado, de la tubería de los depósitos principales de cada unidad se deriva la de alimentación de dos depósitos independientes, uno para los pantógrafos y otro para el control, provisto cada uno de ellos de una válvula de retención.

José M. GARCÍA LOMAS
Ingeniero de Caminos

El cambio¹

II

Ley de variación de los precios.—La demanda

27. **Ley de la oferta y la demanda.**—Fijemos la atención en el cuarto caso del núm. 25. Sean (D) y (O) (fig. 14) las curvas de demanda y oferta colectivas respecto a una mercancía y . Dichas curvas determinan el estado del mercado en un instante y afectan aproximadamente la forma que se dibuja en la figura, como se demostrará más adelante. Consideremos un intervalo finito de tiempo durante el cual admitamos que estas curvas permanecen sensiblemente en la misma posición. El precio que rige en el mercado durante este intervalo es p_1 y el estado de equilibrio que define el punto M es un estado de equilibrio estable. En efecto: si por circunstancias especiales se hicieran operaciones al precio p_2 , mayor

que p_1 , se tendría una cantidad de mercancía ofrecida ab que no encuentra su contrapartida en la de-

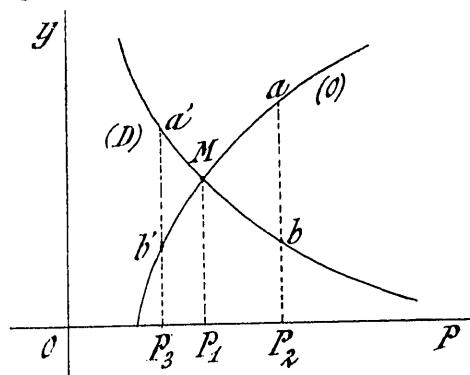


Fig. 14

manda correspondiente, y los vendedores ofrecerían a más bajo precio la mercancía hasta llegar al precio

¹ Véase el número anterior.

21. Si ocurre lo contrario, que se hicieran operaciones al precio p_3 , el exceso de demanda $a'b'$ sobre la oferta obligaría a los vendedores a elevar el precio y volvería a restablecerse el precio p_1 . Resulta, pues, que en tanto no se modifiquen las condiciones del mercado, su situación oscilará alrededor del punto M

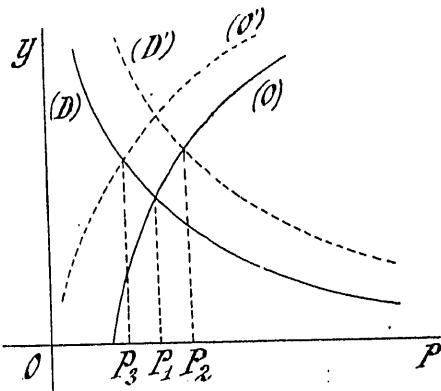


Fig. 15

de equilibrio teórico, y el precio oscilará igualmente alrededor del precio p_1 .

Se dice que hay un aumento en la demanda o en la oferta, cuando a los mismos precios las cantidades demandadas u ofrecidas son mayores; y que hay disminución en la demanda o en la oferta, cuando a los mismos precios las cantidades demandadas u ofrecidas son menores. En el primer caso, las curvas de oferta y de demanda se trasladan, situándose por encima de su posición primitiva (fig. 15); en el segundo caso se sitúan por debajo (fig. 16).

Supongamos que aumenta la demanda permaneciendo constante la oferta, el precio subirá ($p_2 > p_1$), y si disminuye, el precio bajará ($p_2' < p_1$). Si permaneciendo constante la demanda aumenta la oferta, el precio bajará ($p_3 < p_1$), y si disminuye la oferta, el precio subirá ($p_3' > p_1$). En suma: el precio de una mercancía tiende a variar en razón directa de la demanda e inversa de la oferta de dicha mercancía. Tal es el enunciado correcto de la *ley de la oferta y la demanda*.

Se ha supuesto la inmovilidad durante un período de tiempo relativamente corto de las curvas de oferta y demanda, y es claro que en este supuesto la ley citada es apta para determinar los precios. Así ocurre en las Bolsas, en donde los fenómenos que concurren en la determinación de las cotizaciones se desarrollan en un intervalo de tiempo tan corto, que es perfectamente lógico considerar como constantes las disposiciones de los operadores durante ese intervalo.

Pero si las curvas de oferta y demanda variaran tan rápidamente que no fuera posible alcanzar el estado de equilibrio, o si se quiere, fijar el precio correspondiente, porque antes de llegar a él ya ha cambiado la posición que lo define, la ley de la oferta y la demanda es insuficiente para precisar el precio; en rigor, no expresa más que una *tendencia*. No es ya un problema de estática el que ahora se nos ofrece, sino de dinámica, y la ciencia económica en su estado actual de adelanto no está en condiciones de resolverlo.

28. **Aplicación de la ley a los mercados ordinarios.** Las curvas de oferta y demanda existen con las mismas condiciones y reflejan igualmente las disposiciones de vendedores y compradores en los mercados prácticos que en el teórico. Como en éste, el comprador o el vendedor está dispuesto a comprar o vender distinta cantidad de mercancía, según el precio—se demanda más cuando menor es el precio y se ofrece más cuando mayor es éste—; pero las operaciones se realizan, no a un solo precio, sino a varios precios, unos mayores y otros menores que el que corresponde al mercado teórico, o sea a aquel que determina el punto de intersección de las curvas de oferta y demanda, y es fácil demostrar que el mayor de los menores tiende a elevarse y el menor de los mayores a disminuir, aproximándose ambos a dos precios teóricos. En efecto; para un precio inferior al teórico ciertos vendedores no podrán satisfacer todas las demandas de sus clientes y se verán inducidos sea a elevar sus precios, sea a desarrollar sus negocios, es decir, a aumentar la oferta, o ambas cosas a la vez, lo que dará lugar a que el precio vaya aproximándose al teórico. Con un precio superior al teórico, hay disminución en la demanda y ciertos vendedores se verán obligados a bajar el precio o a disminuir sus *stocks* de mercancías, es decir, a disminuir la oferta o ambas cosas a la vez, y el precio irá aproximándose igualmente al teórico. Se llegará, en fin, a un régimen en el cual el precio teórico estará comprendido entre los precios prácticos sin una gran diferencia, casi nula, en el comercio en grande escala, pues las comunicaciones numerosas que existen siempre en este caso entre compradores y vendedores pone a estos comercios en condiciones muy parecidas a las Bolsas, y en el comercio en detalle, si bien la discrepancia en los precios es más notable, no podrá alcanzar nunca un valor exagerado, porque el comerciante que vendiese un artículo a un precio extraordinariamente superior al fijado por otros comerciantes llegaría a perder la clientela.

29. **La demanda.**—En los diferentes casos examinados, al estudiar el equilibrio del consumidor se dijo que en el sistema de ecuaciones—las que expresan la igualdad de las oferencias marginales y las de los balances—se encerraban las leyes de la oferta y la demanda. Refiriéndonos a esta última, diremos, que como consecuencia de aquel estudio, tanto en la demanda individual como en la colectiva, influyen tres elementos: las oferencias, los precios y las cantidades inicialmente poseídas por los individuos; pero la indeterminación de las primeras hace igualmente indeterminada la forma de la curva de demanda; esto es, su ley, de la cual, sin embargo, como en el caso de

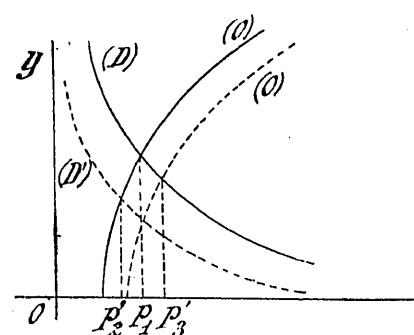


Fig. 16

la oferencia, nos son conocidas por la experiencia algunas de sus propiedades características.

Se sabe en primer lugar que la curva de demanda es generalmente descendente, porque si se consideran dos precios próximos p_1 y p_2 (fig. 17) $p_1 < p_2$, toda cantidad pedida al precio p_2 lo será igualmente al

precio p_1 , y además la cantidad pedida a p_1 , y que no puede serlo al precio p_2 . Por lo tanto, la ordenada en p_1 es por lo menos igual a la en p_2 , si no es mayor, que es lo más general.

A un precio cero la demanda tendrá un valor finito, el que corresponde a la saciedad de todos los

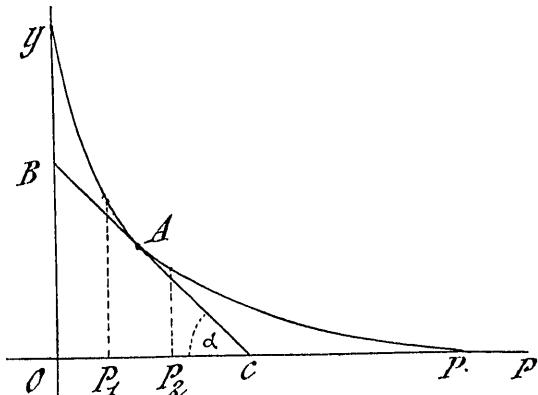


Fig. 17

individuos en el momento que se considere, y habrá un precio P al cual toda demanda cesa, por rebasar la capacidad de compra de los demandantes. La curva de demanda, por consiguiente, sea individual o colectiva, corta a los ejes coordenados en puntos perfectamente definidos.

Sea A un punto cualquiera intermedio. Se llama *elasticidad* de la demanda en dicho punto al cociente que resulta de dividir la variación por unidad de la demanda, por la variación por unidad del precio. Es decir:

$$\text{Elasticidad } E = \frac{dy}{y} : \frac{dp}{p}$$

o bien

$$\begin{aligned} E &= \frac{dy}{dp} : \frac{y}{p} = \operatorname{tag} \alpha : \frac{y}{p} = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} : \frac{y}{p} = \\ &= \frac{p}{\cos \alpha} : \frac{y}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{AB}{AC} \end{aligned}$$

De donde resulta que la elasticidad en cada punto de la curva de demanda es igual a la relación de los dos segmentos en que el punto divide al trozo de la tangente en ese mismo punto a la curva de demanda comprendido entre los ejes coordenados.

Si conociéramos la elasticidad en función del precio, podríamos determinar la ecuación de la curva de demanda, pues basta integrar la ecuación diferencial

$$\frac{dy}{y} = \frac{dp}{p} F(p)$$

representando por $F(p)$ la ley de variación de la elasticidad. Si $F(p)$ fuese tal que a grandes variaciones del precio correspondieran pequeñas variaciones de la cantidad de mercancía pedida, la curva de demanda iría descendiendo lentamente: es el caso de los artículos de primera necesidad. Si ocurre lo contrario, que a pequeñas variaciones del precio corresponden grandes variaciones de la cantidad de mercancía, la curva descendería rápidamente: es el caso de los artículos de lujo.

Para las mercancías corrientes la curva de demanda

se divide en dos ramas a partir de un cierto precio p_1 (fig. 18), variable según la naturaleza del consumo. En la rama que corresponde a los precios inferiores al p_1 , la elasticidad es grande, pues acumulados en ella el mayor número de consumidores, y entre ellos los menos pudientes, se comprende que un aumento, por pequeño que sea del precio, determinará una baja en el consumo importante y la curva tenderá a aproximarse a la vertical. En la rama de la curva que corresponde a los precios superiores a p_1 se encuentran los consumidores más pudientes, que son los menos, y para los cuales sólo variaciones muy importantes del precio les obliga a cesar en el consumo; la curva tiende en esta rama a aproximarse a la horizontal.

Sea M un punto de equilibrio. En el instante considerado la cantidad de mercancía comprada es om_1 , al precio p_1 , y la cantidad abonada en moneda es el área del rectángulo op_1Mm_1 . La cantidad comprada podemos suponerla dividida en varias partes, tales como p_1a , ab , bM , de las cuales las dos primeras habrían sido compradas a los precios p_3 y p_2 si éstos hubieran sido los precios en el mercado en el mismo instante. Los compradores que integran la demanda p_1a habrían pagado por esta mercancía una cantidad que excede a la actualmente pagada en el área del rectángulo p_1aep_3 , y los que constituyen la demanda ab habrían pagado una cantidad que excede a la actual en el área del rectángulo $abcd$. Por consiguiente, el precio p_1 ha beneficiado a todos estos consumidores en lo que representa la suma de dichas áreas, y si consideramos variaciones del consumo por ley de continuidad, el beneficio total para los consumidores está dado por el área del triángulo mixtilíneo p_1MB , que se denomina *renta del consumidor*.

La figura pone de manifiesto que para un precio cualquiera p_1 el área total de la curva de demanda está dividida en tres partes: área p_1MB , que mide la *renta*; área op_1Mm_1 , que mide la cantidad pagada al vendedor, o sea el *ingreso* de éste, y área m_1MA , que es valor perdido, pues no beneficia a nadie, ni al comprador ni al vendedor: es lo que se llama *pérdida seca*.

Para el precio que anula la demanda, la *pérdida seca* está medida por el área total de la curva y tiene, por lo tanto, para ese precio su máximo valor; pero

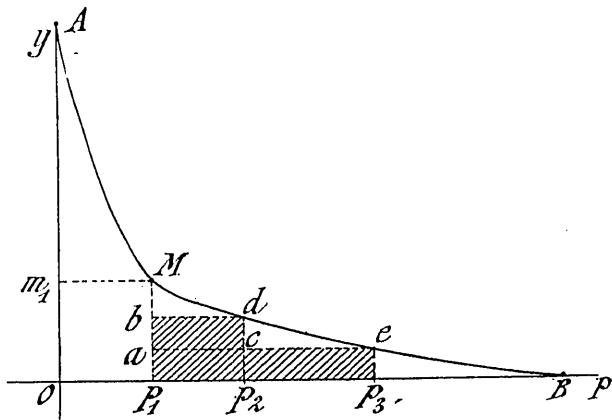


Fig. 18

a medida que disminuye el precio, disminuye la *pérdida seca* y van aumentando la *renta del consumidor* y el *ingreso del vendedor*. La *renta* alcanza su valor máximo al precio cero y está medida por el área total de la curva de demanda, y el *ingreso del vendedor* tiene su máximo valor a un precio intermedio entre

cero y el que anula la demanda, pues a ambos precios no existe ingreso.

30. **El trabajo considerado como mercancía.—Salarío.**—El trabajo del hombre es el principal agente de toda transformación. Es una riqueza, mejor dicho, un servicio, objeto, por lo tanto, de transacciones

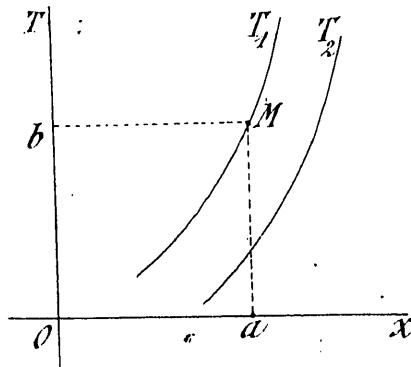


Fig. 19

como todos los servicios, y que respondiendo a la ley de la oferta y la demanda tiene en cada momento y en cada lugar su precio correspondiente: el *salario*.

La unidad de medida del trabajo, como la de todo servicio, es el *tiempo*. Designémosle con la letra T y sea $F(xT)$ una función índice de ofelimitad de las dos variables: el trabajo T y la moneda x .

En un punto M (fig. 19) de coordenadas a y b la ofelimitad tiene un valor determinado y por dicho punto pasará una curva de indiferencia cuya característica en el caso que examinamos es la de que las dos variaciones de x y T , cuando se pasa de un punto a otro, son del mismo signo, lo contrario del caso general de dos mercancías cualesquiera, pues la mercancía trabajo, cuyo aumento supone dolor, ha de ser compensado con un aumento igualmente de la mercancía moneda, que supone placer. En la curva de indiferencia ha de cumplirse, pues, que $\frac{dT}{dx}$ sea positivo, y como para esta curva

$$\frac{dF}{dx} + \frac{dF}{dT} \cdot \frac{dT}{dx} = 0$$

y

$$\frac{dF}{dx} > 0$$

resulta que

$$\frac{dF}{dT} < 0$$

Estas desigualdades expresan que a igualdad de trabajo el placer crece cuando aumenta la cantidad de moneda, y que a igualdad de moneda el placer disminuye cuando aumenta el trabajo.

En cuanto a las segundas derivadas, se tiene que

$$\frac{d^2F}{dx^2} < 0$$

y

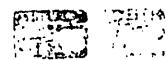
$$\frac{d^2F}{dT^2} > 0$$

porque a igualdad de trabajo los crecimientos del placer al aumentar la moneda van siendo cada vez menores, mientras que a igualdad de moneda las dis-

minuciones de placer son cada vez mayores al aumentar el trabajo.

Se tiene también

$$\frac{d^2F}{dxdT} < 0$$



porque es evidente que el placer que se siente por un aumento de moneda disminuye si al propio tiempo crece el trabajo.

Las anteriores consideraciones demuestran que en las ecuaciones de equilibrio del consumidor ya conocidas la única modificación que habrá de introducirse en ellas, cuando en el mercado se opere con la mercancía trabajo, es escribir la ofelimitad marginal ponderada de éste del modo siguiente:

$$-\frac{1}{S} \cdot \frac{dF}{dT}$$

representando por S el salario.

Y la condición de equilibrio en el caso de las dos mercancías trabajo y moneda será:

$$\frac{dF}{dx} = -\frac{1}{S} \frac{dF}{dT}$$

31. **El capital como mercancía.—El interés.**—Si consideramos la riqueza transformándose durante un cierto período de tiempo, cabe apreciar su valor en cada instante, así como la cantidad transformada durante ese período.

El valor de la riqueza en un instante es lo que en economía matemática se llama *capital*, y a la cantidad de riqueza transformada y valorada durante un cierto período de tiempo se la denomina *rébito*.

El capital es, pues, un fondo de riqueza, y el rébito es una corriente de servicios.

Sea C el capital en el instante t y dR el rébito durante un período de tiempo dt .

Al cociente $\frac{dR}{C}$ se le llama *interés* producido en el intervalo dt y *tasa de interés* i al cociente

$$\frac{dR}{Cdt} = i$$

Si al final de cada intervalo dt se adiciona al capital el valor del rébito correspondiente a dicho intervalo, la variación del capital en cada instante será dR y la fórmula anterior podrá escribirse así:

$$\frac{dC}{C} = idt$$

que integrada entre o y t nos da:

$$C = C_0 e^{\int_0^t idt}$$

fórmula que expresa la *ley de capitalización* a interés continuo.

Todo individuo poseedor de un cierto capital en un instante, puede destinarlo por entero o sólo una fracción al consumo. El individuo, en este último caso, es un *capitalista*, y la diferencia entre la cantidad de capital de que es poseedor y la que destina al consumo recibe el nombre de *ahorro*.

En el caso general del hombre medio, el ahorro no

permanece inactivo; el capitalista vende a consumidores y productores el uso de su capital, vende un servicio. Veamos cuál es el precio de esta operación.

Se trata de un cambio *incompleto*, es decir, de un cambio en el que uno de los contratantes aplaza para una fecha determinada la entrega de su correspondiente mercancía, que en el caso que examinamos es el mismo capital que recibió en el momento del contrato. Pero un bien futuro se reduce a un bien presente dividiendo su precio en la fecha en que ha de hacerse efectivo por $(1+i)^t$, según la fórmula de capitalización a interés compuesto cuando i es cons-

tante y t se cuenta por intervalos finitos; por consiguiente, si se trata de un valor capital, que es una cierta cantidad de moneda cuyo precio es igual a la unidad, al cabo de un año, por ejemplo, el precio en el instante presente será: $\frac{1}{1+i}$.

Al establecer, por lo tanto, las ecuaciones del equilibrio en el cambio, tomaremos como precio de la mercancía capital considerada disponible al cabo de un año, dicha fracción y será incógnita unida a todas las demás la tasa de interés i .

A la fracción $\frac{1}{1+i}$ se la llama *factor de descuento*.

Carlos de ORDUÑA

B i b l i o g r a f í a

La limpieza pública y sus problemas, por D. JOSÉ PAZ MAROTO, ingeniero de Caminos, abogado e ingeniero director jefe del Servicio de Limpiezas del Excmo. Ayuntamiento de Madrid.—Un vol. de 17 x 25 cm; 259 páginas y 220 figuras.—Madrid, 1931. Imprenta Municipal.

El distinguido ingeniero de Caminos D. José Paz Maroto, muy conocido, entre otras de sus varias actividades, por su especialización en cuestiones de Ingeniería sanitaria, acaba de publicar el tratado cuyo título encabeza estas líneas.

Con la autoridad que le da por un lado su cargo de jefe del Servicio de Limpiezas del Ayuntamiento de Madrid, y por otro sus recientes estudios sobre el asunto en el extranjero, no es de extrañar que la obra sea extraordinariamente interesante y de gran utilidad para los ingenieros municipales e higienistas en general.

Después de una interesante reseña histórica sobre el problema trata de lo que se entiende por basuras públicas y estudia después la técnica de la limpieza y de la recogida de las basuras. El tratamiento de las basuras desde los procedimientos antiguos de vertido directo, o utilización agrícola sin preparación alguna, hasta los modernos de trituración, fermentación e incineración son estudiados con el detalle que su importancia higiénica merece, acompañando la descripción de modernas instalaciones de cada tipo. Completan la obra capítulos destinados a describir los parques de limpieza, la organización y control de un servicio de limpiezas y a estudiar el problema de las basuras desde los puntos de vista administrativo y financiero.

Repetimos que se trata de obra interesante y recomendable.

J. I. U.

Curso de Aritmética y Álgebra, por GABRIEL GALÁN, catedrático de la Facultad de Ciencias de Zaragoza.—Un volumen de 17 x 25 cm; 248 páginas, 45 figuras y 6 tablas.—Librería Gasca, Zaragoza, 1931.—Precio, 10 pesetas.

Este nuevo libro que el catedrático Sr. Galán añade a la lista de los varios que tiene ya publicados, entre ellos una Memoria sobre las Probabilidades, publicada por la Real Academia de Ciencias, y unas Lecciones de Astronomía y Geodesia, está escrito para los estudiantes de Aritmética y Álgebra del Bachillerato universitario.

Los diversos capítulos de la obra tratan de las siguientes materias: Números naturales, racionales y reales; Cantidades proporcionales; Progresiones y logaritmos; expresiones algebraicas; ecuaciones algebraicas; funciones exponencial y logarítmica. En unos apéndices se añaden diversas nociones complementarias sobre operaciones en general, sistemas de numeración, congruencias, probabilidades y unas nociones de cálculos diferencial e integral. Una colección de problemas y tablas termina la obra.

Este libro está escrito con la claridad necesaria para el objeto a que se destina, y dentro de este objeto cumple perfectamente las condiciones necesarias y es una obra recomendable, como era de esperar, dado el nombre de su autor.

P. F. Q.

C r ó n i c a

Reunión de los síndicos de la Confederación del Ebro

Se han reunido en Zaragoza todos los síndicos de la Confederación del Ebro, habiendo acordado lo siguiente:

Primero. Pedir la derogación del decreto que reforma las Confederaciones en cuanto significa merma de su autonomía y reducción de la representación del país.—Mantenimiento del nombre de Confederación.

Segundo. Adhesión completa al director técnico, don Manuel Lorenzo Pardo, lamentando la formación de

expediente por su campaña en la Prensa, protestando de que se le impida seguir en la defensa de la Confederación y de su gestión.

Tercero. Afirmación rotunda de no haber visto nunca despilfarro alguno ni motivo de deplorable administración en la Confederación; y

Cuarto. Que los síndicos elegidos para constituir la Asamblea promuevan, en sus respectivas zonas, las manifestaciones de los anhelos sentidos en pro del mantenimiento de la Confederación.