

Teoría del arco

II.—PARA UNA CARACTERIZACIÓN SISTEMÁTICA DE LAS ESTRUCTURAS

Después de las consideraciones del artículo anterior¹, nuestro tema tiene el siguiente contenido: estudio de la *estructura arco*. Por consiguiente, lo primero que debemos hacer es: situar ésta en la Teoría de las Estructuras.

Vamos a abordar el problema en dos direcciones: a través de la Historia—dirección tiempo—, y en el plano de su realidad actual—dirección lógica—; o sea, complementando el análisis de los hechos presentes, su razón de ser, con la síntesis obtenida en el desarrollo genético, su razón de existir².

Evolución de la Teoría de las Estructuras

La historia de la Teoría de las Estructuras se integra de los siguientes nombres y fechas:

- LEONARDO DE VINCI (1500): *Consideraciones sobre la flexión de vigas y empuje de arcos.*
 GALILEO (1638): *Resistencia de la viga en voladizo; hallazgo de la forma de igual resistencia en el caso de sección rectangular.*
 HOOKE (1673): *Ley de proporcionalidad de esfuerzos y deformaciones.*
 MARIOTTE (1680): *Estudios experimentales sobre flexión de vigas y descubrimiento de las fibras estiradas y comprimidas. Llega a una ley idéntica a la de HOOKE.*
 BERNOULLI (1700): *Determinación de la elástica; hipótesis de las secciones planas.*
 VARIGNON (1702): *Polígono de equilibrio de un hilo cargado. Investigaciones sobre la flexión de vigas, partiendo de los resultados de GALILEO y MARIOTTE.*
 EULER (1744): *Principio del mínimo en la flexión de vigas; estudios sobre el pandeo de columnas.*
 GIRARD (1793): *Primer tratado de Resistencia de Materiales.*
 COULOMB (1736-1806): *Primer análisis exacto de la flexión de vigas; estudio del esfuerzo cortante; teoría del empuje de tierras; torsión de hilos.*
 YOUNG (1807): *Módulos de Elasticidad; teoría de la deformación elástica debida al esfuerzo tangencial.*
 NAVIER (1825): *Teoría de la Elasticidad en sólidos tridimensionales; hipótesis de las secciones planas; teoría definitiva de las vigas.*
 CAUCHY (1822): *Ecuaciones fundamentales del equilibrio elástico; direcciones principales y coeficientes elásticos.*
 POISSONS (1828): *Con los dos anteriores fundador de la Teoría de la Elasticidad; aplicaciones.*
 LAMÉ (1852): *Desarrollo de la Teoría de la Elasticidad y aplicaciones a casos particulares.*
 SAINT-VENANT (1855): *Teoría de la torsión y problema de los cilindros elementales; coeficiente de dilatación transversal.*
 CLAPEYRON (1857): *Teorema de los tres momentos. Expresión de la energía interna de un cuerpo elástico.*
 RANKINE (1858): *Manual of Applied Mechanics. Distribución de los esfuerzos cortantes. Fórmula de la resistencia de columnas. Estudios sobre el empuje de tierras.*
 RITTER (1863): *Método de las secciones para el cálculo de entramados.*
 CULMANN (1864): *Polígono funicular; método gráfico de las secciones. Desarrollo de la Estática Gráfica.*

- MAXWELL (1864): *Principio de las deformaciones recíprocas; diagrama para la resolución de entramados.*
 MOHR (1874): *Deducción del principio de las deformaciones recíprocas por el método de los trabajos virtuales y ampliación al caso de variaciones de temperatura. Representación gráfica del estado elástico doble.*
 LEVY (1874): *Tratado clásico de Estática Gráfica.*
 CASTIGLIANO (1875): *Principio del mínimo trabajo elástico generalizando el establecido por MENABREA en 1858.*
 MÜLLER BRESLAU (1851-1925): *Sistematización de los procedimientos de cálculo de estructuras hiperestáticas.*
 FÖPPL (1854-1924): *Aplicación intensiva de la teoría de la Elasticidad en los problemas de Ingeniería.*
 BOUSSINESQ: *Estudios sobre macizos y empuje de tierras por la teoría de la Elasticidad.*
 MESNAGER: *Estudio de placas y resolución experimental de los problemas de estructuras planas mediante la aplicación del método fotoelástico en modelos reducidos.*
 BEGGS: *Resolución experimental de los problemas de estructuras planas mediante la medición directa de las deformaciones en modelos a escala reducida.*
 OSTENFELD: *Método de cálculo de estructuras hiperestáticas en función de las deformaciones angulares y lineales de sus elementos.*
 TIMOSHENKO: *Estudios sobre efectos dinámicos y equilibrio elástico de las estructuras.*

Se comprueban para las estructuras las dos ecuaciones de lo ingenieril, establecidas en el artículo anterior. Su teoría va formándose de aportaciones individuales—matemáticos, físicos, ingenieros—, para las que cabría establecer una ordenación geográfica distinguiendo escuelas nacionales. Así, la francesa con *Coulomb, Navier, Poissons, Lamé, Clapeyron, Saint-Venant*, del que son discípulos *Boussinesq, Résal, Levy, Flamant* con *Pigeaud, Mesnager, Caquot*, etcétera. Los ingleses tienen a *Rankine, Maxwell, Morley*. Los alemanes, *Ritter, Mohr, Müller Breslau, Föppl, Prandtl, Karman*. En España, *Echegaray, Zafra, Ribera, Peña*.

Lo ingenieril va definiéndose a lo largo de la evolución, apareciendo sucesivamente las facultades del ingeniero: intuición, experiencia, cálculo. Lo intuitivo³ destaca en todos los orígenes, y así, por ejemplo, siguiendo el proceso de la línea funicular, elemento abstracto de cálculo, la vemos arrancar de los estudios de *Varignon* sobre equilibrio de hilos. *Culman* la emancipa de la idea del material, convirtiéndola en polígono funicular que llega a perfeccionarse con *Maxwell* y *Cremona*. *Moseley*, discípulo de *Poncelet*, lo aplica a la línea de presión de los arcos, volviendo a adquirir un contenido intuitivo con *Mohr*, que la utiliza para la determinación de la elástica y por un camino más indirecto aún, al confundirse con la directriz en las estructuras antifuniculares.

En la elaboración de la teoría de las vigas podemos partir de los estudios de *Leonardo de Vinci*, que transforma el problema del equilibrio de la palanca en el de flexión de la viga en voladizo, continuado por *Galileo* hasta llegar a la forma de igual resistencia

¹ REVISTA del 15 de julio último, pág. 287.

² Además del valor didáctico que la exposición genética de los hechos proporciona, posee lo histórico, para el ingeniero, los siguientes valores:
 Valor teórico, proporcionándole datos para una sistematización general del conocimiento.

Valor cultural, en cuanto proporciona conocimientos de otras ramas que no son su especialidad.

Valor profesional, pues siendo la Ingeniería una actividad esencialmente dominante, el ingeniero ha de encontrarse en situación de poseer la clave de todos los problemas planteados a su alrededor.

Valor técnico, ya que al estudiar el pasado de un problema, se destaca su dirección, centrándolo en el momento presente y señalando su marcha hacia el porvenir.

³ Pareja importancia que en el desarrollo histórico tiene lo intuitivo en la evolución pedagógica del ingeniero. Así, por ejemplo, en un caso concreto de Resistencia de Materiales: correspondencia de las componentes tangenciales de las tensiones en planos perpendiculares; la aprehensión se realiza fácilmente, considerando el caso de viga sometida a flexión, e imaginándola organizada en secciones transversales y fibras longitudinales; la deformación descompuesta en incurvamiento de las fibras y aumento o disminución de su longitud, según se encuentren por debajo o encima de la fibra neutra, reclama la existencia de componentes tangenciales perpendiculares entre sí y correlativas.

Otro caso ejemplar es la evidencia necesaria del puente cantilever al comparar su silueta con la ley de variación de los máximos momentos flectores en una viga de varios tramos.

para el caso de sección rectangular. *Mariotte*, fundándose en la ley de *Hooke* y mediante la intuición de separar las fibras en estiradas y comprimidas, llega a deducir la existencia de una fibra sin deformación, que sitúa arbitrariamente en el eje de la viga. *Varignon* establece que la tensión de las fibras es proporcional a la altura a que se encuentran, y después de discutir las conclusiones de *Mariotte* y *Galileo*, sitúa la fibra neutra en la línea inferior. *Bernoulli*, aun sentando con maravillosa intuición la hipótesis de la permanencia de las secciones planas, considera que la posición de la fibra neutra es indiferente. A *Coulomb* debemos el primer análisis exacto de la flexión de las fibras; planteando el equilibrio entre las tensiones de los diferentes puntos de una sección transversal, llega a deducir la ecuación de la fibra neutra. Pero este hallazgo no se consolida inmediatamente, y *Young*, que complementa las teorías de *Coulomb* en lo referente al esfuerzo tangencial, considerando elástica su deformación, que éste suponía permanente, se encuentra a oscuras sobre el problema de la fibra neutra. Sus teorías son recogidas por *Girard* en el primer tratado de Resistencia de Materiales que se publica, y es preciso llegar hasta *Hodkingson*, que retorna a *Coulomb*, para la definitiva adquisición del hallazgo.

Claramente se observa en todo el desarrollo de la teoría de la viga la organización fibrosa del espacio mecánico (intuición reminiscente de la viga de madera), organización que se transforma en cristalina con la Teoría de la Elasticidad.

La experiencia, al principio de poca importancia, va creciendo paulatinamente hasta convertirse en directriz de la teoría. En realidad, experiencia es la obra misma, en cuanto su comportamiento comprueba las hipótesis que sirvieron de base al proyecto, y hasta en el caso límite de la catástrofe, sirve de enseñanza valiosa. Pero la característica del método ingenieril es la previsión; de aquí la importancia que, al lado de la de valor comprobativo, ha adquirido la de iniciativa para la resolución de los problemas que plantean las estructuras nuevas o el perfeccionamiento y engrandecimiento de las existentes. La última aportación en este terreno es la aplicación sistemática del método de ensayo en modelo reducido mediante fotoelasticidad o medición directa de las deformaciones.

El cálculo no tiene valor inventivo; es el resumen, la cristalización científica de todo el desarrollo intuitivo y experimental anterior; se puede ser un gran ingeniero sin poseer el cálculo, pero no sin las otras dos facultades⁴. No aporta nada nuevo, pero su gran valor está en la organización científica de la técnica, que la potencia, dando continuidad a su desarrollo y permitiendo llegar hasta el fondo de sus posibilidades implícitas⁵. En un momento determinado define la situación real de la teoría, y la única legítimamente justificable⁶; así que tiene un ex-

traordinario sentido proyectar las estructuras de modo que se ajusten al cálculo⁷.

Estado actual de la Teoría de las Estructuras

Los problemas que plantea el cálculo de una estructura son:

- I.—Determinación de los esfuerzos que actúan.
- II.—Distribución de las tensiones en el núcleo de la estructura.
- III.—Organización del material para resistir a las tensiones.

I.—*Determinación de los esfuerzos que actúan.*—Los esfuerzos que actúan son los originados por causas exteriores que se derivan de la función que ha de cumplir la estructura y los aportados por ésta, que son los debidos a su peso propio y a la restricción de las sustentaciones. Por consiguiente, tenemos: *esfuerzos exteriores, peso propio y reacciones de sustentación*.

Los *esfuerzos exteriores* pueden clasificarse, según su modo de actuar:

- con relación al espacio: fijos y móviles;
- con relación al tiempo: estáticos y dinámicos.
- con relación a su distribución: aislados y continuos;
- con relación a su permanencia: cargas y sobrecargas.

Con el *peso propio* pudieran agruparse otras causas, como *variación de temperatura* y *retracción de fraguado*; pero éstas sólo ejercen acción en tanto exista restricción de las sustentaciones.

Las *reacciones de sustentación* se clasifican en *isostáticas* e *hiperestáticas*, según que puedan determinarse o no con el solo auxilio de los principios de la Estática. En el segundo caso es preciso hacer intervenir las deformaciones y resultan en función de las propiedades elásticas de la estructura (módulos de elasticidad de los materiales y momentos de inercia de las secciones).

Esta clasificación, que parece tan categórica, en realidad no lo es, pues, en primer lugar, aun en las estructuras isostáticas, las reacciones dependen en una parte de las propiedades físicas (peso propio y esfuerzos por variación de temperatura o retracción de fraguado), y en segundo lugar, no es posible realizar las sustentaciones con el grado de libertad suficiente para hacerlas isostáticas, por lo que hay que tener en cuenta términos complementarios hiperestáticos con el carácter de esfuerzos secundarios. El isostatismo tiene, generalmente, el carácter de una simplificación constructiva o de cálculo para subsanar insuficiencias de la teoría.

Determinados los esfuerzos actuantes en la estructura, se deduce la *fuerza correspondiente a una sección*, que es la resultante de todos los esfuerzos a la izquierda de la sección considerada y cuyas componentes, momento con respecto al plano de la sección, y proyecciones normal y contenida en este plano, son las funciones denominadas:

Momento flector: *M*
Esfuerzo longitudinal: *N*
Esfuerzo tangencial: *T*

Son *elementos de cálculo, artificios convencionales, entes de razón, que no tienen existencia real, pero las cosas pasan como si tales entes existieran* (ZAFRA: *Cálculo de Estructuras*, pág. 62). Así, para una estructura simple o elemento de una compuesta (*barra*),

⁷ Tales los casos del método de PIGEAUD para el cálculo de presas de gravedad y el sistema PEÑA para presas en arco.

⁴ A este respecto es interesante recordar las construcciones de la Antigüedad y Edad Media, dotadas de un poderoso sentido mecánico, y el siguiente pasaje de DIDEROT citado por OZENFANT en *Nature*:

⁵ «Sólo la técnica moderna de Europa tiene una raíz científica y de esta raíz le viene su carácter específico, la posibilidad de un ilimitado progreso.»

(ORTEGA Y GASSET: *La rebelión de las masas*, pág. 178.)

⁶ «Cuando una ley o una teoría probable resulta insostenible como consecuencia del aflujo de nuevas instancias empíricas, no concluimos que la fundamentación científica de esta teoría era necesariamente falsa. La teoría antigua era la «única justa» en la esfera de la experiencia antigua; en la esfera de la experiencia ensanchada lo es la nueva teoría que hay que fundamentar; ella es la única justificable mediante consideraciones empíricas correctas.»

(HUSSERL: *Investigaciones lógicas*, pág. 250.)

el valor de la fuerza correspondiente a una sección indica el modo de sollicitación: tracción o compresión, esfuerzo cortante, torsión y flexión, según que aquella esté dirigida según el eje (N), normal al mismo (T), sea un par contenido en la sección o en un plano normal (M).

Claro está que la caracterización de los modos de sollicitación se fundamenta en la naturaleza de las deformaciones, y así la tracción o compresión, esfuerzo cortante, torsión y flexión corresponden a deformaciones en la barra que resultan de aproximación o separación de las secciones inmediatas en dirección normal a su plano, deslizamiento de las mismas a lo largo de ésta, giro alrededor de la directriz y giro alrededor de un eje transversal.

Las deformaciones, que en último término son la única realidad física tangible, constituyen las características del comportamiento de una estructura (y, por consiguiente, de la estructura), y así la clasificación de los esfuerzos, o mejor aún, de las causas actuantes, atendiendo a su categoría estructural en *principales* y *secundarios*, se regula por la importancia relativa de las deformaciones, aunque debiera establecerse atendiendo a su esencia, teniendo en cuenta la siguiente interdependencia causa-efecto (esfuerzo-deformación): Las causas principales actuantes dan lugar a deformaciones; estas deformaciones hacen entrar en juego las acciones secundarias que naturalmente dependen de ellas. Como estas nuevas acciones producen a su vez deformaciones, se verificará el consiguiente incremento de sí mismas, y este proceso de acción refleja continuará en teoría indefinidamente, pero prácticamente en la mayoría de los casos la reacción converge muy rápidamente hacia cero.

Las causas principales son independientes entre sí, mientras que las secundarias dependen de ellas, y así sus deformaciones nacen, crecen y desaparecen con las de las principales. Este es el criterio que debiera servir para distinguirlos; por ejemplo: los asientos de los apoyos pueden pertenecer a uno u otro grupo, según que la deformación correspondiente sea reversible o no con las causas principales. Generalmente, no se utiliza esta norma de clasificación en toda su pureza, sino combinada con la que regula la importancia relativa de las deformaciones, y por eso no están todos los autores de acuerdo, habiendo ocurrido, además, que causas como la variación de temperatura, consideradas antes como secundarias, han pasado a la categoría de principales al tener en cuenta su importancia relativa en las estructuras actuales.

Para la determinación numérica de los esfuerzos y elementos de cálculo pueden utilizarse procedimientos analíticos, gráficos o experimentales, que resumimos en el cuadro a continuación:

Analíticos...	En función de las deformaciones...	Método de <i>Bresse</i> , • <i>Ostenfeld</i> , • <i>Ritter</i> , • slope-deflection.	En función del trabajo elástico....	Trabajos virtuales. { <i>Mohr</i> , <i>Müller Breslau</i> , <i>Beggs</i> .
				Mínimo trabajo... { <i>Castigliano</i> , <i>Ritz</i> .
Gráficos....	Métodos derivados de la Estática Gráfica. Método de las líneas de influencia y curvas envolventes.			
Experimentales.....	Ensayos mecánicos directos... ..	En estructuras reducidas equivalentes. En modelos a escala reducida.		
		Ensayos fotoelásticos. Interpretación experimental del método de <i>Beggs</i> .		

II. *Distribución de las tensiones en el núcleo de la estructura*.—El equilibrio de los esfuerzos actuantes se verifica a través de la estructura; ésta los encadena, quedando transida por ellos en una modalidad especial, que la caracteriza como tal.

La distribución, que pudiéramos llamar macroscópica, de los esfuerzos exteriores, se desmenuza en el equilibrio microscópico de las tensiones internas. El problema que se presenta al querer estudiar esta atomización del equilibrio consiste en organizar el espacio mecánico, es decir, en dar una dimensión mecánica al espacio geométrico ocupado por la estructura.

Se empieza por definir la tensión molecular unitaria, para lo cual hay que partir la estructura, con objeto de traer a la superficie una zona interior y convertir las tensiones interiores en esfuerzos externos. (En esta hipótesis del seccionamiento está latente la idea de rotura, que constituye el más hondo y dramático acontecimiento de la Resistencia de Materiales.)

A través de los métodos de cálculo podemos seguir las sucesivas etapas de la organización del espacio mecánico. En un principio era la organización fibrosa, con tensiones exclusivamente de compresión y tracción en las fibras, hasta que *Coulomb* empieza a tener en cuenta las tensiones tangenciales y considera el cuerpo dividido por un plano, con respecto al cual estudia la reacción molecular correspondiente, que considera descompuesta en sus dos componentes normal y situada en él, las cuales se denominan tensión normal y tangencial, adquiriendo arbitrariamente una existencia independiente. Este análisis subsiste en la teoría de las piezas prismáticas, pero ha quedado anulado en la organización que pudiéramos llamar cristalina, debida a la teoría de la Elasticidad. En ésta se realiza un análisis más profundo, subdividiendo el cuerpo en elementos paralelepípedicos infinitamente pequeños; las componentes de las tensiones se sustituyen por las tensiones principales que son normales y tangenciales, y en lugar de considerar la distribución con arreglo a directrices geométricas (eje y planos normales de las piezas prismáticas), se consideran normas puramente mecánicas y el cuerpo queda atravesado por series de curvas: *isostáticas*, *de igual compresión*, *de deslizamiento mínimo*, etc. ⁸.

Se ha avanzado desde la discontinuidad que suponía la comprobación de la junta material de las estructuras de fábrica, hasta la continuidad de suponer el cuerpo virtualmente desintegrado en familias de curvas. Pareja evolución han tenido los métodos experimentales para llegar al grado de introspección que permiten los modernos ensayos mediante fotoelasticidad. Y esto se refleja en las estructuras; análisis más profundos dan lugar a síntesis más amplias; nuevos materiales permiten realizarlas, y se camina hacia la solidaridad elástica de todos los elementos integrantes.

Al estudiar la organización microscópica de las tensiones nos encontramos con que los únicos modos de sollicitación de la materia son tracción, compresión o tensión tangencial con diferente distribución

⁸ Muy recientemente, y coincidiendo con orientaciones modernas de la Física, aparecen teorías de constitución discontinua e irregular de la materia, organizándose el espacio mecánico de este mismo modo, y aplicando la teoría de las probabilidades para la valoración de las tensiones internas.

según los modos de sollicitación macroscópica del cuerpo correspondiente, que, como vimos, eran: tracción, compresión, esfuerzo cortante, flexión, torsión y combinaciones de los mismos.

El problema a que se reduce en la práctica el estudio de la distribución de las tensiones consiste en determinar para cada punto los valores en posición y magnitud de las tensiones principales. Para esto pueden emplearse procedimientos analíticos, gráficos y experimentales. El procedimiento analítico actualmente auténtico es la aplicación de la Teoría de la Elasticidad; pero ésta conduce a ecuaciones diferenciales que unas veces no se pueden integrar y otras a fórmulas muy complicadas, por lo que en muchos casos es preciso recurrir a hipótesis particulares que resuelvan el problema o lo simplifiquen (ejemplos de ello son, respectivamente, los métodos de cálculo de las presas en arco y los de cálculo de piezas prismáticas). A continuación resumimos los procedimientos más corrientemente utilizados.

Analíticos	} Teoría de la Elasticidad.	} Piezas prismáticas, presas en arco, etc.	
			Teorías particulares..
Gráficos	} Métodos derivados de la Estática Gráfica.	} Medición de las tensiones, deformaciones.	
			Método de Mohr.
Experimentales..	} Mecánicos	} Método de Terghazi, Analogía soap-film para torsión. Prandtl.	
			Potocelásticos.
			Hidrodinámicos

las moléculas en todas direcciones), teniendo necesariamente que desintegrarse por separación de las mismas, que puede verificarse mediante desplazamiento normal, venciendo la atracción molecular, o por desplazamiento tangencial con deformación plástica. El que sea uno u otro, depende del material y del modo de aplicación de los esfuerzos; así, para los metálicos en tracción, la rotura puede producirse por deslizamiento con un esfuerzo reducido y un gran trabajo (sollicitación estática), o por desgarramiento con un esfuerzo considerable y un trabajo más reducido (sollicitación por choque).

El problema práctico que tenemos que considerar reside en determinar el valor de las tensiones máximas admisibles para que el material no pierda sus propiedades esenciales. Esto sólo puede estudiarse experimentalmente sometiendo muestras del material a tensiones efectivas conocidas y observando su comportamiento mediante propiedades aparentes, como la deformación longitudinal, la elasticidad de las deformaciones, aparición de grietas, etc. De estos experimentos se obtienen curvas que relacionan las tensiones internas con el estado del material, y considerando la cuestión en sentido inverso, podemos deducir la tensión admisible, teniendo en cuenta el estado del material del cual no conviene pasar. Esto depende del modo de sollicitación, siendo distinto según se trate de esfuerzos estáticos, dinámicos, alternativos, vibratorios, etc. Además, hay que tener en cuenta, por un lado, la posible inferioridad local del material de la estructura con respecto al que sirvió en las experiencias, y por otro lado el margen de error en el cálculo de las tensiones internas, debido a insuficiencias de la teoría; por todo lo cual es preciso afectar la tensión deducida en los experimentos de un coeficiente de reducción, deduciéndose en definitiva los límites prácticos de las tensiones admisibles.

III. Organización del material para resistir a las tensiones.—Obtenida la distribución de las tensiones en el espacio ocupado por la estructura, es preciso materializar este espacio, distribuyendo el material de modo que en todos los puntos pueda cumplir su papel transmisor. En realidad, se trata de una redistribución, puesto que para determinar los esfuerzos y obtener las tensiones es preciso partir de una cierta estructura cuyas dimensiones se fijarán *a priori* por comparación con los anteriores ejemplares, en la evolución del tipo a que pertenece. Claro está que esta organización no se refiere sólo a la distribución geométrica, sino también a la específica de los materiales, teniéndose actualmente una gran flexibilidad en este sentido mediante, por ejemplo, la proporción del cemento en el hormigón en masa y la distribución de hierros en el hormigón armado.

El comportamiento del material está definido por su relación más o menos remota con el último de sus momentos de actuación: la rotura. Para el estudio teórico de este fenómeno se han emitido las siguientes hipótesis:

Hipótesis de Rankine o de la máxima tensión normal.

Idem de Saint-Venant o de la máxima dilatación transversal.

Idem de Coulomb-Navier o del frotamiento interno.

Idem de Guest o de la máxima tensión tangencial.

Modernamente, teniendo en cuenta las experiencias de Considère, Mesnager y Karman y los estudios de Cacquot sobre las curvas intrínsecas de los materiales, se considera que un cuerpo no puede romperse por compresión hidrostática (aproximación de

Clasificación de las estructuras

Pudiera hacerse una clasificación de las estructuras teniendo en cuenta la función que realizan; así, por ejemplo, subdividiéndolas en terrestres y marinas, en superestructuras e infraestructuras, etc., o bien, más especialmente, en estructuras para edificios, puentes, presas, etc. Pero esta clasificación no sería adecuada, pues aunque la función a realizar determina los esfuerzos actuantes y éstos influyen en el tipo de estructura, no se llega a la esencia de lo estructural.

Atendiendo a las propiedades de la estructura, pudiéramos tomar las geométricas, las físicas (naturaleza del material), las mecánicas (isostatismo e hiperestatismo); pero la clasificación válida ha de venir determinada por la naturaleza de la misma cosa a clasificar, es decir, en las estructuras, por lo estructurado, por la manera como cumplen la condición de resistir a los esfuerzos.

Vimos que la estructura al materializarse se convierte en fuerza actuante, pudiendo resultar que ésta sea favorable o no, en cuyo caso es preciso equilibrarla en pura pérdida. La estructura necesita de materia para resistir y ésta pesa, pudiendo coincidir o no estos dos modos de actuación. En este segundo caso, la evolución de la estructura tiende hacia la anulación de la materia, que se concentra según una

línea o una superficie. Tenemos entonces las estructuras con línea directriz o superficie directora; en el otro caso, los macizos.

Dentro de estos tres grupos generales pueden establecerse subdivisiones, para lo cual no es ya preciso atender rigurosamente a lo estructural, pues no hay que perder nunca de vista el carácter eminentemente práctico de lo ingenieril.

Carlos FERNÁNDEZ CASADO
Ingeniero de Caminos

Artículos de Revistas

- H. M. WESTERGAARD: *One Hundred and Fifty Years Advance in Structural Engineering.*—*Proceeding Am. S. C. E.* Abril 1928.
 CACQUOT: *Idées actuelles sur la résistance des matériaux.*—*Génie Civil*, noviembre 1930.
 H. LOSSIER: *Les progrès des théories de la résistance des matériaux et leur application à la construction des ponts de 1880 à nos jours.*—*Génie Civil*, noviembre 1930.
 M. EUSSLIN: *Die Grundlagen der Theoretischen Festigkeitslehre.*—*Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, 10 noviembre 1928.

Determinación del momento de inercia de una sección circular maciza de hormigón armado¹

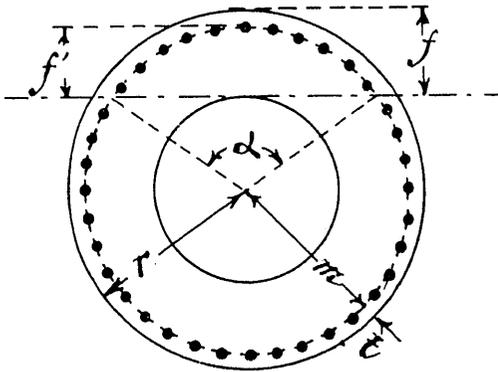
II

En nuestro primer artículo llegábamos por dos procedimientos a la determinación de la siguiente expresión de la fibra neutra:

$$\left[\frac{2}{3} (2r - f)f + (r - f)^2 \right] \sqrt{(2r - f)f} - (r - f)r^2 \text{ áng } \cos \frac{r - f}{r} = \beta(r - f)\omega \quad [1]$$

en la que β representa la relación de los coeficientes de elasticidad del metal y del hormigón, igual a 15 para el hormigón corriente de 300 kg de cemento portland por metro cúbico.

Para cada par de valores del radio r de la circunferencia y de la profundidad f de la fibra neutra se



obtiene fácilmente el valor correspondiente de la sección de metal ω . Los valores de ω dados por la expresión [1] son algo mayores que los verdaderos, porque al deducir el momento estático del hormigón comprimido no se ha hecho el descuento del lugar ocupado por el metal.

Haciendo el descuento, en el hormigón comprimido, del lugar ocupado por el metal, se obtiene como sigue la verdadera expresión de la fibra neutra. Para ello, el momento total del metal lo descomponemos en los momentos estáticos correspondientes a las zonas de compresión y de tracción.

¹ Véase el número de 1.º de agosto del año actual, página 275.

Si designamos por m el radio de la circunferencia lugar geométrico de los centros de las barras que integran la sección total ω , y por f' la flecha correspondiente respecto a la fibra neutra, se tiene

$$r - m = t \quad m = r - t \quad f' = f - t$$

La longitud de la circunferencia de radio m correspondiente a la zona comprimida es

$$l_1 = 2(r - t) \text{ áng } \cos \frac{r - f}{r - t}$$

La longitud de la circunferencia de radio m correspondiente a la zona tracción es

$$l_2 = 2(r - t) \left(\pi - \text{áng } \cos \frac{r - f}{r - t} \right)$$

La sección de metal ω_1 situada en la zona de compresión está dada por la expresión

$$\omega_1 = \frac{l_1}{2\pi m} \omega = \frac{\text{áng } \cos \frac{r - f}{r - t}}{\pi} \omega$$

La sección de metal situada en la zona de tracción está dada por la expresión

$$\omega_2 = \omega - \frac{\text{áng } \cos \frac{r - f}{r - t}}{\pi} \omega = \frac{\pi - \text{áng } \cos \frac{r - f}{r - t}}{\pi} \omega$$

La distancia del centro de gravedad del arco, correspondiente a la sección de metal ω_1 , al centro del mismo es

$$z_1 = \frac{m \cdot c}{l_1} = \frac{\sqrt{(2r - (f + t))(f - t)}}{\text{áng } \cos \frac{r - f}{r - t}}$$

La distancia del centro de gravedad del arco, correspondiente a la sección de metal ω_2 , al centro del mismo

$$z_2 = \frac{m \cdot c}{l_2} = \frac{\sqrt{(2r - (f + t))(f - t)}}{\pi - \text{áng } \cos \frac{r - f}{r - t}}$$