y, por tanto, como primera aproximación para valores muy próximos a cero:

$$P = -0{,}16 \cdot y^2 - 0{,}56 \cdot y + 23{,}83.$$
$$Q = -0{,}008 \cdot y^2 - 0{,}054 \cdot y - 2{,}121$$

y para $y = 0$:

$$\left(\frac{dP}{dy}\right)_o = -0{,}56 \qquad \left(\frac{d^2P}{dy^2}\right)_o = -0{,}32$$
$$\left(\frac{dQ}{dy}\right)_o = -0{,}054 \qquad \left(\frac{d^2Q}{dy^2}\right)_o = -0{,}016$$

Ahora bien, estos valores, como hemos dicho, no son más que aproximados, y al aplicarlos nos encontraríamos con que los que obtuviésemos de t para $x = -2$, uno por la fórmula [1] y otro por la [3], no serían iguales. Esta condición de igualdad que se debe satisfacer por corresponder al valor de t en un solo punto, nos servirá para obtener unos nuevos valores de $\left(\frac{dP}{dy}\right)_o$ y $\left(\frac{dQ}{dy}\right)_o$ partiendo de los primeramente hallados.

Apliquemos a los valores de $\left(\frac{dP}{dy}\right)_o$ y $\left(\frac{dQ}{dy}\right)_o$ así obtenidos un coeficiente $\frac{1}{R}$ al primero, y R al segundo (pues por tanteos previos se ha aprendido que varían en sentido inverso), o sea, hagamos:

$$\left(\frac{dn}{dy}\right)_o = -R \cdot 0{,}054 \cdot x - \frac{1}{R} \cdot 0{,}56$$

y vamos a determinar ese coeficiente con la condición de que la rebanada total para $y = 0$ esté en equilibrio, o lo que es lo mismo, que los valores de t obtenidos de las expresiones [1] y [3] sean iguales para $y = 0$ y $x = -2$.

Obtenemos, siendo $\pi = 2{,}3$ (peso específico $= 2{,}300$):

$$62{,}02 \cdot \frac{9}{13} + \frac{1}{1{,}5} \times \frac{0{,}9}{23{,}1}(-4\,242 - 47{,}66 + 4\,242 \times$$
$$\times 81 + 23{,}83 \times 18) - R \times 0{,}108 \times 80 + \frac{1}{R} \cdot 0{,}56 \times 16 -$$
$$-2{,}3 \times 16 = \frac{1}{1{,}5}\Big(26 \cdot \frac{2{,}7}{13} - 12{,}38 \cdot \frac{2{,}7}{13} - R \times 0{,}108 \times$$
$$\times \overline{2{,}7}^2 - 0{,}56 \times 5{,}4\,\frac{1}{R} + R \times 0{,}072 - 0{,}84 \cdot \frac{1}{R} + 2{,}3 \times 6{,}9\Big)$$

$$R^2 \times 3{,}60468 + 6{,}27135 \cdot R - 8{,}344 = 0$$

$$R = \frac{-3{,}135675 + \sqrt{\overline{3{,}135675}^2 + 3{,}60468 \times 8{,}344}}{3{,}60468} = 0{,}882672$$

y

$$\left(\frac{dn}{dy}\right)_o = -0{,}047664 \cdot x - 0{,}634437$$

Entrando con este valor y los antes hallados para $y = 0$ en las fórmulas [1], [2] y [3], obtenemos las expresiones de t en la sección base, que son las siguientes:

Entre

$$x = -18 \qquad x = -2$$
$$t = -0{,}0037 \cdot x^2 - 1{,}0466 \cdot x + 25{,}3013$$

Entre

$$x = -2 \qquad x = 0$$
$$t = \frac{0{,}004 \cdot x^3 - 0{,}1844 \cdot x^2 - 1{,}6656 \cdot x + 11{,}1278}{0{,}25 \cdot x - 1}$$

y entre

$$x = 0 \qquad x = 5{,}4$$
$$t = 0{,}0238 \cdot x - 1{,}6656 \cdot x + 11{,}1278$$

Como comprobación, obtengamos la resultante de todas las cargas tangenciales en la sección de base. Dicha resultante vale:

$$3 \times \int_{-18}^{-2}(-0{,}0037 \cdot x^2 - 1{,}0466 \cdot x + 25{,}3013) \cdot dx +$$
$$+ 6 \times \int_{-2}^{0}(0{,}004 \cdot x^3 - 0{,}1844 \cdot x^2 - 1{,}6656 \cdot x + 11{,}1278)dx +$$
$$+ 6\int_{0}^{5{,}4}(0{,}0238 \cdot x^2 - 1{,}6656 \cdot x + 11{,}1278)dx = 2076 \text{ ton}$$

que resulta igual al esfuerzo cortante en dicha sección, con un error por exceso menor del 2,5 por 100.

En el próximo número explicaremos la determinación de las expresiones n_1, cargas de trabajo normales en las secciones verticales.

Juan ROMERA
Ingeniero de Caminos

La producción[1]

I

Consideraciones generales

32. **Los tres factores de la producción.**—Es clásica la clasificación de los factores de la producción en *Naturaleza, trabajo* y *capital.*

La Naturaleza contribuye a la producción, ofreciendo el espacio, la materia y la energía de sus agentes; pero ninguno de estos elementos reúne las condiciones que requiere su utilización de un modo directo; todos han de sufrir necesariamente una modificación más o menos importante, y es el hombre el que con su trabajo y su capital realiza esta modificación.

La observación confirma la existencia de una ley fundamental en la utilización del factor Naturaleza: la de que ésta exige mayores sacrificios de capital y trabajo por unidad de producto obtenido a medida que la producción se extiende o intensifica; lo que se expresa diciendo que el rendimiento de la Naturaleza es decreciente: la explicación es sencilla. Tomemos como un primer ejemplo la *tierra.*

Supongamos el instante en que una metrópoli

[1] Véase la REVISTA de 1.° de agosto último, pág. 317.

funda una colonia. Se han elegido para ello las tierras más fértiles, y su cultivo proporciona frutos suficientes para el sostenimiento del reducido número de habitantes en la colonia instalados inicialmente. Al aumentar la colonia hay que aumentar igualmente la producción. ¿Cómo efectuarlo? De varios modos: poniendo en explotación tierras igualmente fértiles, pero más alejadas del centro de consumo, con lo cual los productos vendrán gravados con el coste del transporte; o cultivando tierras menos fértiles, lo que exigirá mayor trabajo para obtener iguales productos; o bien, finalmente, intensificando la producción con labores más profundas y el empleo de mayor cantidad de abonos, riegos, etc. Cualquiera que sea la forma adoptada para atender a la mayor demanda de productos, la ley del rendimiento decreciente se cumple: el coste por unidad producida va siendo cada vez mayor.

Lo mismo acontece en el caso de las industrias extractivas, como la minería, por ejemplo, en las que para aumentar la producción hay que poner en explotación minas de más difícil laboreo o más alejadas de los centros de consumo, o intensificar las más ricas buscando filones más profundos. Operaciones análogas habrán de hacerse también en las industrias eléctricas a base de utilización de saltos de agua, en las edilicias, etc.; en suma, en todas aquéllas en las que es factor primordial en la producción la Naturaleza, por lo que se las distingue en Economía con la denominación de industrias de *productividad decreciente.*

Un hecho completamente contrario tiene lugar en las industrias cuyo factor predominante es el capital, tales como las fabriles, las de transporte y comerciales, etc. En todas estas industrias, al aumentar la cuantía del capital empleado, aumenta el producto en mayor proporción, o bien el coste por unidad producida va siendo cada vez menor. Se conocen estas industrias con el nombre de industrias de *productividad creciente.*

Por último, cuando predomina el trabajo, el coste unitario es sensiblemente el mismo, cualquiera que sea la cantidad producida, y a las industrias correspondientes se las llama de *productividad constante.*

En el régimen actual económico, tanto el trabajo como el capital, como los agentes naturales, son mercancías que se demandan y se ofrecen, y sus precios se rigen, por lo tanto, por la ley de la oferta y la demanda. Ello es así, porque exigiendo la producción la cooperación de todos sus factores, y de cada factor una cantidad distinta, según la naturaleza de la industria, el centro económico que carezca de alguno o algunos de ellos, o no los posea en cantidad suficiente, y este es el caso general, no le queda otro medio, si ha de intervenir en la producción, que comprar lo que le falta o vender lo que tiene. Y por eso, el trabajador manual o intelectual, que no cuenta más que con la fuerza de sus brazos o la de su entendimiento; el capitalista, que no puede aportar otra cosa que su dinero, y el propietario, que sólo es dueño de sus fincas, ofrecen en el mercado aquello de que son únicamente poseedores y que es pedido por la industria en cada momento. No hay para qué decir que esta clasificación de los centros productores en trabajadores, capitalistas y propietarios es puramente abstracta; cada centro puede pertenecer a dos o a las tres clases enunciadas.

33. **Organización de la producción. — La Empresa.**—Adquiridos los tres factores de la producción, hay que regular su acción, combinarlos y dosificarlos convenientemente con arreglo a una técnica determinada y al fin económico que se persigue, y que no es otro que el que sea mínimo el coste de producción. Tal es el objeto de las *Empresas,* entidades constituídas con sujeción a normas y preceptos que se definen en los Códigos de Comercio, y principalmente integradas en su iniciación por elementos capitalistas, los únicos que pueden adquirir desde el primer momento la fuerza de trabajo y la propiedad de los agentes naturales, hacer empréstitos y salvar los riesgos y peligros del negocio con la potencia defensiva que les proporciona el propio capital.

Constituye el *pasivo* de una Empresa industrial cualquiera el importe total de los gastos de producción, y el *activo* el importe de la venta de las mercancías producidas.

Los gastos de producción pueden dividirse en dos categorías: gastos que permanecen constantes, cualquiera que sea la cantidad de mercancía producida, y gastos que varían con esta cantidad.

Se incluyen en los primeros, llamados *gastos* o *cargas permanentes,* el interés y amortización de los capitales tomados a préstamo, el seguro de las instalaciones, la amortización, conservación y reparación de máquinas, edificios, herramientas, etc.; y, finalmente, lo que bajo la denominación de *gastos generales* hay que efectuar para cubrir las necesidades de la explotación, que son sensiblemente independientes de la actividad de ésta: el alumbrado y la calefacción, la organización de las oficinas, la remuneración del personal permanente, la publicidad, etc.

Pertenecen a la segunda categoría la mano de obra, las primeras materias y demás sustancias de consumo o transformación.

Si se divide el pasivo por el activo se tiene un coeficiente, llamado *coeficiente de explotación,* y el fin económico de toda producción es organizar los trabajos en forma que dicho coeficiente sea mínimo. Tal es el problema de la producción, cuyo planteamiento puede hacerse del modo siguiente:

«Conocidas la *curva de demanda,* que indica qué cantidad de mercancía será comprada según el precio, y la *curva de gastos* que todo productor podrá determinar, dada la índole y condiciones de su industria y los precios que tienen en el mercado los distintos elementos que integran la producción, determinar el *precio de venta* y la *cantidad vendida,* de modo que el coeficiente de explotación sea mínimo.»

Son dos las incógnitas, y para resolver el problema se necesitan dos ecuaciones. Una de ellas es, desde luego, la ecuación de la curva de demanda; la otra la obtendremos valiéndonos de la curva de gastos y teniendo en cuenta el fin económico antes enunciado.

34. **Curva de gastos.**—De un modo general podemos representar la ley de los gastos en una empresa cualquiera, de este modo:

$$G = \varphi(x)$$

G es el gasto y x la cantidad de mercancía producida.

Si se divide $\varphi(x)$ por x se tiene el *coste unitario* u

$$u = \frac{\varphi(x)}{x}$$

El gasto crece siempre con la cantidad producida, pero corresponderá, a una industria de productividad *decreciente*, *constante* o *creciente*, según que la derivada de u sea *positiva*, *nula* o *negativa*.

Derivemos y se tendrá:

$$u' = \frac{1}{x}\left(\varphi'(x) - \frac{\varphi(x)}{x}\right)$$

A $\varphi'(x)$, que es el coste unitario correspondiente a un incremento dx de la producción, se le llama *coste marginal*. Designémosle con la letra m, y escribiremos:

$$u' = \frac{1}{x}(m - u)$$

Esta expresión nos dice que en las industrias de productividad decreciente el coste marginal es mayor que el unitario $m > u$; en las de productividad constante, que ambos costes son iguales $m = u$, y que en las de productividad creciente el unitario es mayor que el marginal $m < u$.

Se da el nombre de *coste virtual* v al mayor de los dos; por consiguiente, en las industrias de productividad decreciente $v = m$, y en las de productividad creciente, $v = u$.

Si designamos por p el precio de venta en el mercado, px es el activo y ux el pasivo; el *beneficio* es $(p - u)x$.

A la diferencia entre el activo px y el pasivo, teniendo en cuenta el coste virtual vx, o sea $(p - v)x$, se la llama *provecho*, y a la diferencia $(v - u)x$ se la denomina *renta*. El beneficio es, por lo tanto, la suma del provecho y la renta:

$$(p - u)x = (p - v)x + (v - u)x$$

En las industrias de productividad decreciente siempre existe renta, pues $v = m > u$; y en las de productividad creciente no existe renta, $v = u$.

Consideremos una curva de gastos como la representada en la figura 20, en la que las ordenadas son los gastos y las abscisas las cantidades producidas. Dicha curva corresponde al caso de mayor generalidad. Arranca de un punto A situado en el eje de los gastos, cuya ordenada oA es igual a las cargas permanentes de la industria. Esta ordenada es muy pequeña en las industrias de productividad decreciente, como las agrícolas de reducido capital inicial; pero adquiere singular importancia en los grandes cultivos, así como en las explotaciones mineras y en las hidroeléctricas, por la cuantía de los gastos de primera instalación. Desde luego es importante en las industrias de productividad creciente.

Si desde el origen o trazamos una tangente a la curva oT, el punto de tangencia T divide la curva en dos trozos, a lo largo de los cuales la industria se desarrolla en condiciones distintas. Se observa, en efecto, que para un punto m cualquiera al que corresponde una producción ox, el coste unitario u, que viene medido para cada producción x por la tangente del ángulo α que forma la recta om con el eje de las x, va disminuyendo a medida que nos vamos acercando al punto T, y por el contrario, va aumentando cuando de él nos alejamos; es decir, que en el trozo AT la industria es de productividad creciente, y en el trozo TB de productividad decreciente.

En las industrias esencialmente crecientes, en las que el factor capital es por consiguiente el más importante, la rama AT predomina, el punto T que corresponde a la producción x_1, para la cual ha sido calculada la instalación, se aleja, y tanto más cuanto mayor es el capital invertido; en las industrias esencialmente decrecientes, en las que la Naturaleza es el factor primordial, la rama TB constituye principalmente la curva de gastos, el punto T se aproxima al origen y tanto más cuanto más reducido es el capital empleado.

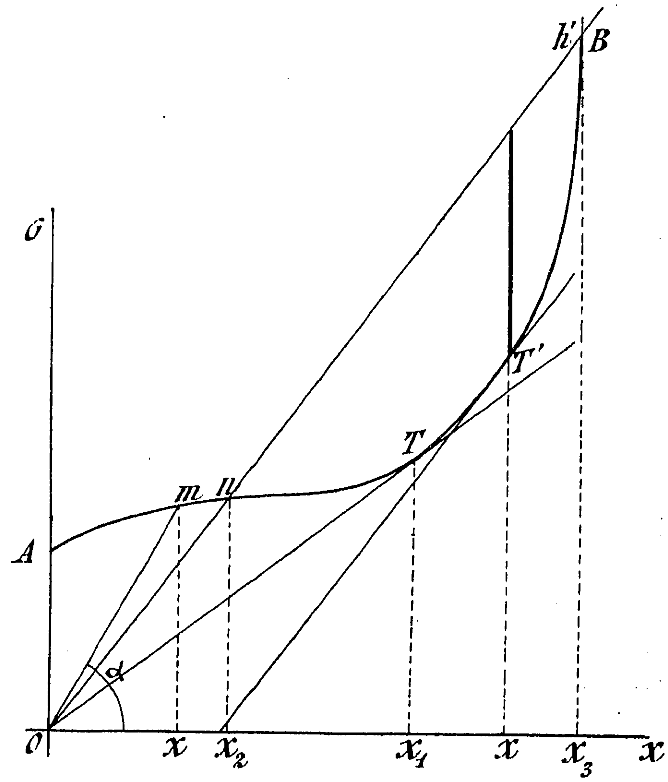

Fig. 20

Supongamos que la recta onn' forma un ángulo con el eje de las x, cuya tangente mide el precio p de venta en el mercado. Toda producción menor que ox_2 producirá pérdida, y será preciso para obtener el mayor beneficio posible, si la industria es creciente, aumentar la producción acercándose al punto T. Si la industria es decreciente, hay pérdida para las producciones inferiores a ox_2 y pérdida también para producciones superiores a ox_3; habrá, pues, una producción intermedia para la cual se obtendrá el máximo beneficio. Se determinará trazando a la curva una tangente paralela a la recta onn': la abscisa oX correspondiente al punto de tangencia T' mide dicha producción.

Carlos DE ORDUÑA