

en el punto; se orienta el sistema de nicoles de modo que sus planos de polarización estén aproximadamente a 45° con estas direcciones (con objeto de obtener el máximo de paso de luz a través del modelo). Así existirá en el punto el color correspondiente con la máxima intensidad luminosa, procediéndose a su anulación mediante desplazamiento de las cuñas de cuarzo, lo que se obtiene por accionamiento de tambor y cremallera. Este deslizamiento se lee en una escala que va desde 3λ a 3λ (λ longitud de onda de la luz verde del mercurio), con divisiones de $1/10\lambda$ y nonius al $1/10$.

El compensador de Bravais reposa en el mismo principio y su funcionamiento es idéntico; únicamente se diferencia en que lleva además una lámina de cuarzo de espesor uniforme superpuesta a las cuñas. Permite realizar las lecturas con error menor de tres milésimas de la longitud de onda que corresponde también a la luz verde del mercurio.

En la figura 5 aparece el bastidor portamodelos (corresponde a las experiencias en presas de sección triangular), pudiendo apreciarse los dispositivos para la realización de las cargas puntuales.

Los aparatos descritos han sido realizados por la casa Jobin & Ibon, que ha industrializado el procedimiento Mesnager, habiendo fabricado últimamente las instalaciones del Instituto de Optica de París, otra en Milán y la del Laboratorio de Moscú, que es la más importante del mundo.

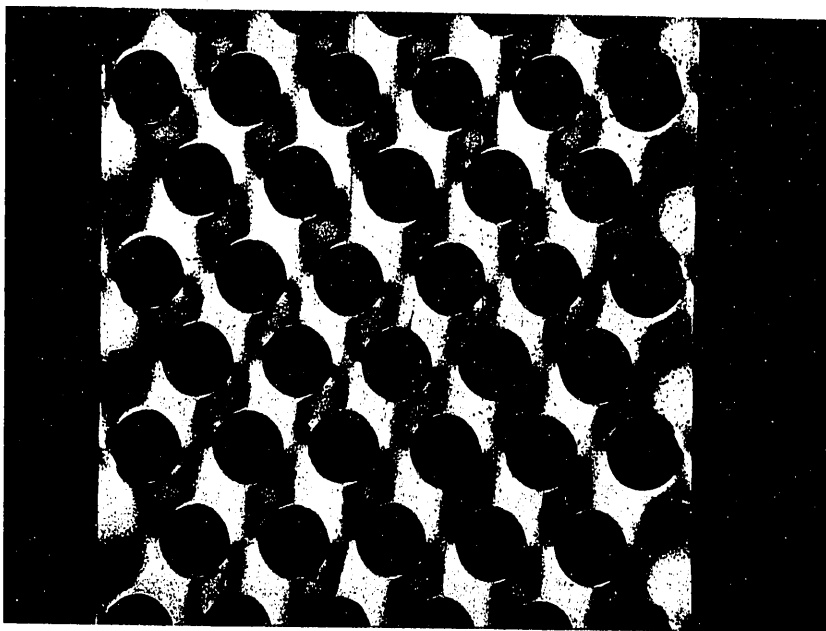
En las figuras aparecen las fotografías obtenidas y resultados deducidos en algunas de las experiencias llevadas a cabo en este Laboratorio, que claramente expresan su valor y la extraordinaria importancia de los estudios fotoelásticos en la resolución de los problemas estructurales, no sólo en cuanto a la investigación se refiere, sino en los planteados por la construcción en casos que se presentan muy a menudo, y que unas veces son inabordables directamente, y otras, a costa de hipótesis, cuyo valor no puede controlarse sino *a posteriori*, de no utilizar el método que nos ocupa, el cual, por la extraordinaria faci-

lidad y baratura en la realización de modelos, permite la experimentación en una amplísima escala de esfuerzos y en un ilimitado repertorio de formas y dimensiones.

Carlos FERNANDEZ CASADO
Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

ARTICULOS DE REVISTAS

Mesnager: "Contribution a l'étude de la déformation élastique des solides". *Annales des Ponts et Chaussées*, 1901.



Tesar: 1929. Isoclinas en un modelo de vidrio con orificios circulares.

- "Etude complète sur un model réduit des tensions qui se produiront dans un ouvrage". *Annales des Ponts et Chaussées*, 1913.
 - "Mesure expérimentale des efforts intérieurs dans les solides et résultats". *Compte Rendu des Troisième et Quatrième Reunions de l'Institut d'Optique*, Avril, 1930.
- López Franco: REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS, 25 julio 1918, número 2235.
- Tardy: "Méthode pratique d'examen et de mesure de la birrefringence des verres d'optique". *Revue d'Optique Théorique et instrumentale*, 8-1929.
- Tesar: Representation simple et complète en grandeur et en direction des efforts intérieurs dans les problèmes d'élasticité plane". *Génie Civil*, 20 junio 1931.

Experiencias sobre la presa-bóveda de Isber

Con el título "Las presas-bóvedas" publicamos, en el número de 1.º de mayo de 1927 de esta REVISTA, un artículo en el que describíamos la manera de resolver el problema de las presas-bóvedas desde un punto de vista sencillísimo en el cálculo y la construcción, que, además, permitía disminuir espesores hasta un límite extraordinario.

Aunque sobre esta misma interesante cuestión hemos insistido posteriormente en las publicaciones presentadas al Congreso de Lieja de 1930 y en el tratado de *Mecánica Elástica* (segunda edición) del mismo

año, resumiremos en dos palabras el concepto que sirvió de base a este sistema.

La insuperable dificultad de estudiar una presa-bóveda como sistema elástico triple, por la gran complicación de las ecuaciones y, sobre todo, de los límites, ha sido la causa de que se estudie el sólido elástico por métodos de cálculo simplificados que se basan en hipótesis más o menos realizables. Como la dificultad consiste en enlazar la deformación en el sentido vertical con la horizontal, o, dicho de otro modo, en apreciar lo que resiste el macizo considerado como

arco y como pieza empotrada en el fondo, ya que este problema (aun considerando la presa como hoja delgada) es también irresoluble hasta ahora, se ha simplificado al estimar como deformaciones las que resultan al igualar la flecha de una fibra vertical con otra horizontal, ambas de ancho unidad, e independientes.

Esta hipótesis, aun siendo la más razonable de todas las que se utilizan para proyectar presas-bóvedas, siempre nos pareció bastante fuera de la realidad, por la razón de que cada fibra horizontal arqueada, y cada vertical recta, están enlazadas con las contiguas por su continuidad de masa, y no se sabe lo que ocurrirá al suprimir esas fuerzas interiores.

Hace pocos años, cuando, al ser honrado por una Sociedad con el encargo de proyectar una presa-bóveda, estudiamos con atención este problema, al ver,

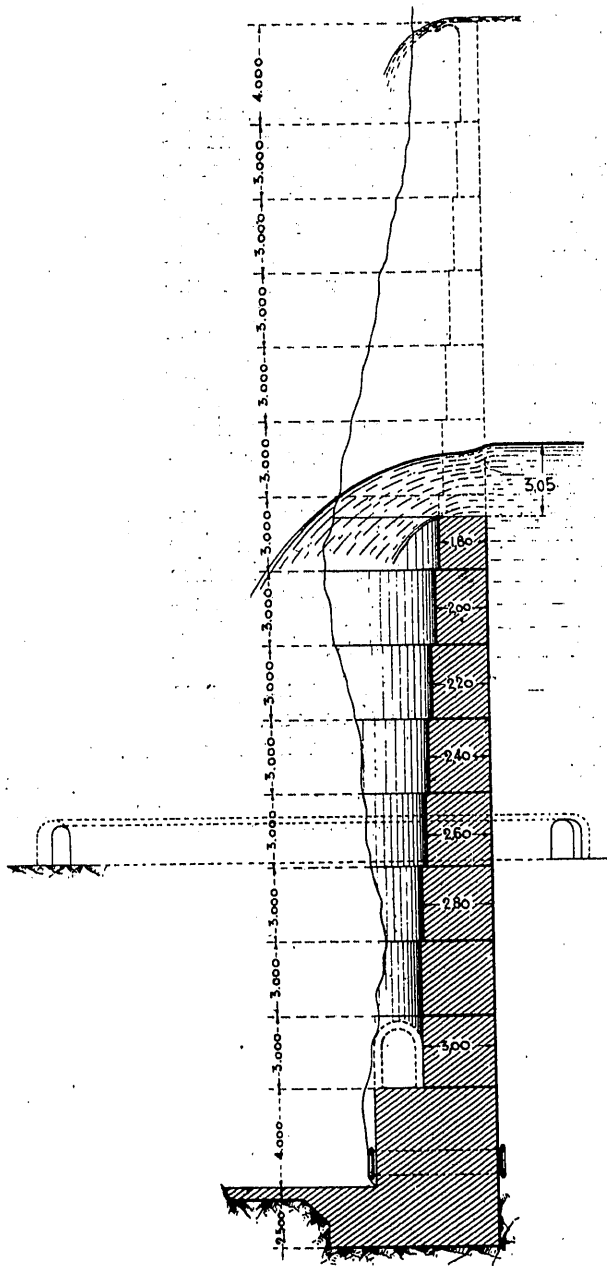


más que la dificultad de cálculo, la de la adaptación del análisis a la realidad, preferimos quitar de un golpe toda la complicación, ideando un sistema constructivo que no tuviera indeterminación elástica. La solución consiste en hacer la presa por anillos horizontales, independientes unos de otros por separación material, y a los que, por esta circunstancia, pueda aplicarse el cálculo de los arcos con todo el rigor deseable. Para la realización práctica de esta solución proyectamos hacer arcos de altura relativamente pequeña (2 ó 3 metros), descansando unos sobre otros por intermedio de una chapa de asfalto, bien dosificado, para que no se aplaste por la presión, y que al mismo tiempo sea lo suficientemente plástico para no coartar las relativas deformaciones.

Es indudable que este modo de enfocar el problema es más seguro, desde el punto de vista de realidad física, que cualquier otro, en el que se hagan hipóte-

sis a sabiendas de que no se cumplen; pero lo más interesante es que, proyectando la presa con tal simplificación de construcción, el espesor que resulta en cada anillo de la zona inferior es *menos de la cuarta parte del que se precisa con los cálculos hipotéticos, haciendo la masa de la presa continua.*

Con este estudio resultaba el proyecto de una presa-bóveda de 50 metros de altura, bastando un espesor de 3,50 m en el anillo inferior y decreciendo hasta 1 m en la coronación.



No llegó a construirse dicho proyecto, por la inquietud que sintió aquella Sociedad al examinar esta solución, que le parecía atrevida, y optó por un perfil inspirado en otras teorías.

Pero nosotros no sentíamos ese temor, sino que, por el contrario, nos parecía más seguro y tranquilizador que el otro método, y estábamos decididos a construir una presa de ensayo en cualquier ocasión.

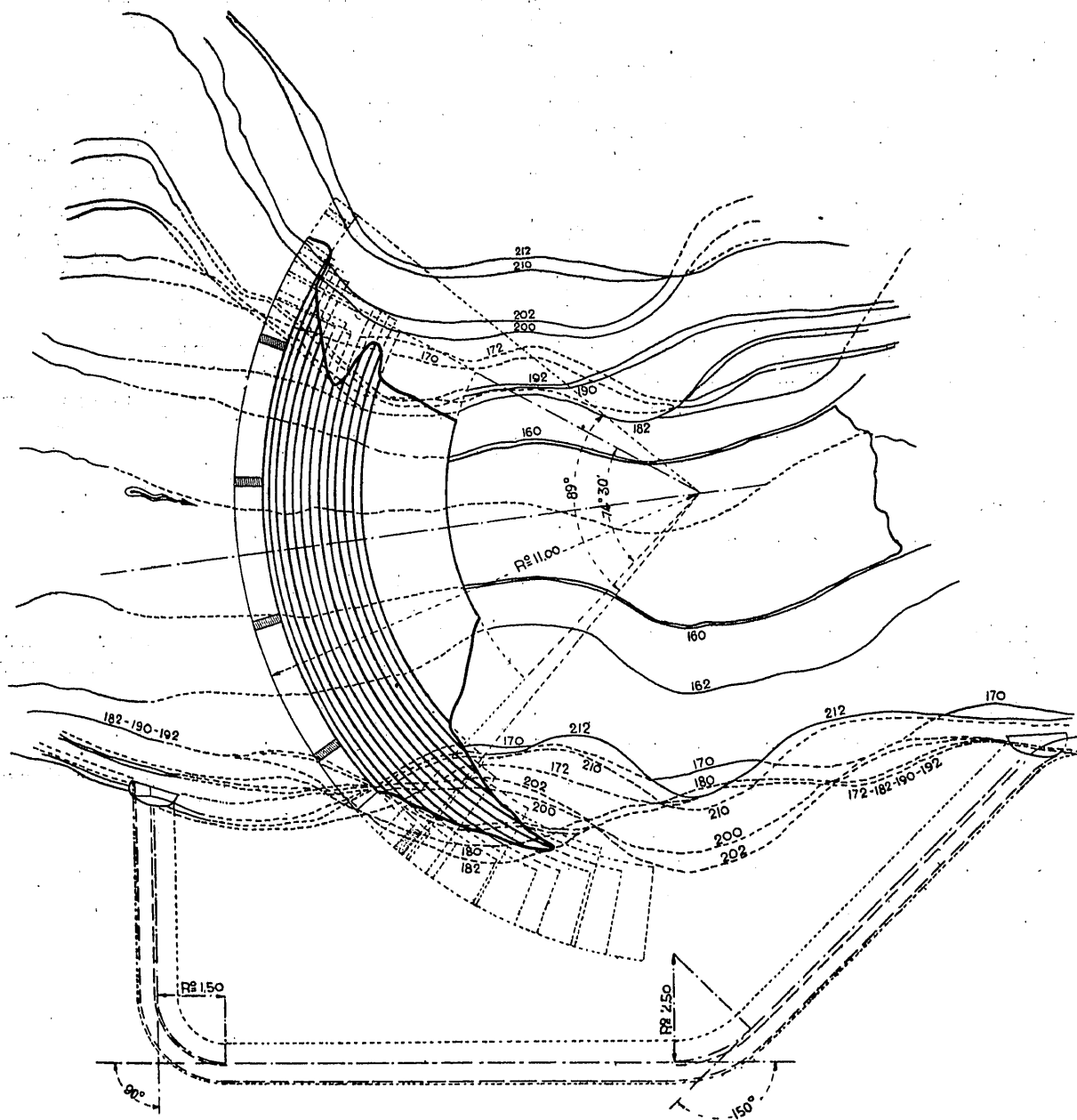
La confianza —que nunca agradeceremos bastante— de tres amigos relacionados con una concesión

de riegos antigua, nos unió para hacer una presa de embalse, de este tipo, aportando entre los cuatro los gastos materiales, un poco desproporcionados con nuestra modestia.

Emplazada la presa en el lugar en que estaba proyectada otra primitiva —en el valle de Laguart, que desagua en Denia—, se empezó la construcción con arreglo al proyecto que redactamos al efecto, sin hacer más excavación en el fondo que la indispensable para igualar el asiento del anillo inferior, pues ya se

es el indispensable para la instalación de esos cierres.

El asiento de todos los anillos se hizo con chapá intermedia de asfalto, y la dosificación de éste fué encargada, así como su extendido, a la Compañía Peninsular de Asfaltos, que estudió muy atentamente la cuestión, proporcionando un material, mezcla de asfalto y betún, que reunía la condición de no aplastarse sensiblemente con la presión de 11 kg/cm^2 , que había de soportar en las capas inferiores, y, sin embargo, conserva la plasticidad y movilidad para car-



comprende que con este sistema nada importa, para la estabilidad, la posibilidad de las subpresiones.

En el proyecto adoptamos una altura de 47 metros, con una ley de gruesos de anillos que varía desde 3 m en el anillo inferior a 0,75 m en el superior, siendo los anillos de forma circular con arcos de radio variable (figuras 1 y 2).

Los anillos tienen 3 metros de altura, excepto el inferior, que tiene 4, para poder alojar las válvulas del desagüe de fondo, y con ese motivo este anillo tiene un recrecimiento en el grueso, pero este aumento

gas tangenciales de $0,5 \text{ kg/cm}^2$, en espesor de 3 cm.

Desde luego, con arreglo al proyecto, se colocaron chapas de plomo, como cubrejuntas, a 20 cm del paramento agua arriba, por medio de hojas de 30 cm de ancho, que anclaban 13 cm en cada anillo.

El hormigón empleado fué el corriente, compuesto de 860 litros de grava (de 2 a 5 cm), 400 litros de arena (de 1 a 3 mm), 300 kilogramos de cemento portland y 160 litros de agua, sin hacer cribado especial de gravas y arenas, para ponernos así en las condiciones más corrientes de la práctica.

Pensábamos seguir la construcción hasta llegar a los 47 metros proyectados; pero, atendiendo al consejo que nos fué hecho por el ingeniero inspector del Estado, nuestro querido amigo D. Arturo Monfort, que más bien ha sido para la construcción el más eficaz y entusiasta colaborador, preferimos llegar hasta 27 metros de altura, dejando llenar el embalse y probar la presa con esa carga.

Ninguna precaución adoptamos al efecto, y, para las obras, al llegar los últimos días del pasado mes de diciembre sobrevino una riada tan violenta, que el día 25 se llenó el embalse, almacenando 4 millones de metros cúbicos, y el 26 empezó a verter, sobre el último anillo hecho, llegando a tener ¡3 metros de lámina vertiente, en 20 metros de ancho, durante varias horas! Siguió todavía el día 27 el desagüe sobre el anillo superior durante casi todo el día.

La figura 2 indica la parte construida, la proyectada y la caída de agua.

Ya se comprende que esta catarata, cayendo de los 27 metros de altura, se llevó el andamiaje, máquinas y hasta unos macizos de hormigón que se hicieron, agua abajo, para colocar los aparatos taquimétricos de medida de las deformaciones.

Fácilmente se comprende la violencia de la prueba, pues el arrastre de aire en la caída como vertedero

vertical habrá producido vibraciones enormes en toda la obra.

Pues, a pesar de todo, no solamente se conserva la presa perfectamente, sino que no se ha acusado ni la menor fisura, ni siquiera ligero escape de agua a través de ella.

El asfalto de las juntas no ha tenido la menor alteración y conserva su relativa plasticidad, apreciable en los frentes.

El cálculo de espesores se hizo adoptando una carga máxima de trabajo de 24 kg/cm^2 para los anillos inferiores, y aunque esta cifra está prevista para la altura de 47 metros, y, por tanto, no debía haber pasado de 16 kg/cm^2 en la prueba, es evidente que, por razón de las vibraciones de la caída de agua, habrá pasado, con mucho, de esta cifra.

Pero lo más curioso es que, si la presa-bóveda la hubiéramos estudiado por los métodos corrientes, antes explicados, hubiera sido preciso darle *13 metros de grueso en la base, adoptando cargas de trabajo de 45 kg/cm^2* , y, de ser cierta esa teoría y haber aumentado mucho la carga por efecto de la caída de agua, hubiera resultado una imprudencia dar ese grueso de 13 metros... y una seguridad el de 3, que se ha adoptado (!).

Alfonso PEÑA BÉLUF
Profesor de la Escuela de Ingenieros
de C., C. y P.

Consideraciones sobre la fórmula de Castigliano

En el número de la REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS correspondiente al 1.º de enero de este año, el señor López Rodríguez, nuestro distinguido compañero, publicó un artículo en el que trataba de demostrar la inexactitud de la conocida expresión del trabajo elástico almacenado en un sólido, y calificaba de superabundantes los términos relativos a las dilataciones. Para ello resolvía y comentaba el conocido problema elemental: "Hallar el esfuerzo normal que se produce en una barra de acero, con extremos fijos, sometida a la acción única de un cambio de temperatura".

Este ejemplo está muy bien escogido, a nuestro juicio, pues tiene la innegable ventaja de poder resolverse fácilmente por consideraciones ajenas a la teoría del trabajo elástico.

Basta leer con alguna atención el artículo para convencerse de que el autor conoce a fondo estas cuestiones; pero, por otra parte, parece poco probable que autores tan eminentes como Castigliano, Müller-Breslau, Mörch, Zafra y Peña, entre otros, hayan todos admitido y *demonstrado* una fórmula *inexacta*. La impresión que me produjo, en una primera lectura, la crítica demoledora del autor del artículo fué parecida a la de esas demostraciones que allá, en nuestros tiempos de escolares, nos hacían dudar de que cuatro era igual a cinco, y de que un ángulo recto es igual a un ángulo obtuso. Al correr de la vida se enteró uno —aunque a medias— de las geometrías no euclídeas, de la teoría de la relatividad, de la aritmética transfinita, etc., y acaba uno por no creer con seguridad ni en el axioma $A=A$. ¿No

ocurrirá en el presente caso que, por una compensación numérica, aparezcan resultados exactos a pesar de su errónea deducción?

* * *

Repetiremos brevemente la resolución elemental del problema enunciado:

Si la barra estuviese libre, llamando λ a la deformación unitaria (claro es que $\lambda = \varepsilon \cdot t$, siendo ε el coeficiente de dilatación y t la oscilación de temperatura), la deformación total $\delta = \lambda \cdot l$.

Por otra parte, el esfuerzo normal N capaz de provocar la deformación δ es $N = \frac{ES\delta}{l}$, y sustituyendo δ por su valor

$$N = ES\lambda \quad (1)$$

El trabajo elástico almacenado en la barra vale $\frac{1}{2} N\delta$, o sea

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} ES\lambda^2 l \quad (2)$$

* * *

Vamos, ahora, a resolver el mismo problema por la teoría del trabajo elástico.

Como en el presente caso suponemos que no hay régimen de flexiones y despreciamos el efecto del esfuerzo cortante, la energía almacenada es

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \int \frac{N^2}{ES} dl + \int N\lambda dl \quad (3)$$