

# Teoría del arco<sup>1</sup>

## VIII (terminación)

### El cálculo

#### MÉTODOS USUALES

A continuación paso revista a los métodos más utilizados para el cálculo de las reacciones:

1. *Determinación directa de las deformaciones.*—Descomponiendo el sistema de fuerzas actuantes relativo a una sección en: compresión longitudinal, esfuerzo tangencial y par flector, y considerando independientemente las deformaciones relativas a cada una de estas componentes, se llega a las siguientes expresiones:

$$\Delta v_1 = \Delta v_0 + (v_1 - v_0)\Delta\alpha_0 + \int_{s_0}^{s_1} (y_1 - y) \frac{Mds}{EI} + \int_{s_0}^{s_1} \frac{Ndx}{E\bar{w}} + \int_{s_0}^{s_1} \frac{Tdy}{G\bar{w}}$$

$$\Delta y_1 = \Delta y_0 + (x_1 - x_0)\Delta\alpha_0 + \int_{s_0}^{s_1} (x_1 - x) \frac{Mds}{EI} + \int_{s_0}^{s_1} \frac{Ndy}{E\bar{w}} + \int_{s_0}^{s_1} \frac{Tdx}{G\bar{w}}$$

$$\Delta\alpha_1 = \Delta\alpha_0 + \int_{s_0}^{s_1} \frac{Mds}{EI}$$

Si se considera la sección extrema y se incluyen las reacciones entre las fuerzas, habiendo hecho isostática la estructura por el procedimiento (a) (fig. 3), habrá que anular las deformaciones incompatibles con

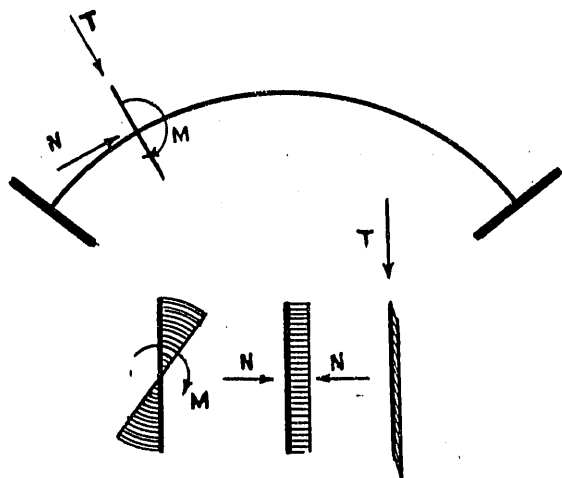


Fig. 3. Esquema del método directo de las deformaciones

la sustentación, que es el método empleado por Resal, Bresse, Pigeaud, Granda, etc. Si consideramos una sección intermedia y la estructura isostática por el procedimiento (d), habrá que igualar las deformaciones correspondientes a una y otra de las partes, como hacen Vierendel, Ratbhun, etc.

También puede emplearse este procedimiento de

un modo fragmentario; así, Föppl lo utiliza para determinar la componente horizontal, hallando la deformación del arco en esta dirección y calculando un empuje que la contrarreste, y Jacobsen en el caso de arco circular con cargas normales, calculando el esfuerzo que contrarresta el acortamiento de la directriz.

2. *Teniendo en cuenta los pesos elásticos,* las integrales que intervienen en las fórmulas de las deformaciones, que acabamos de establecer, tienen una significación concreta, resultante y momentos de los pesos elásticos; ídem de los productos de los pesos elásticos por los momentos flectores, etc., pudiendo, por consiguiente, emplearse para determinarlas los procedimientos de la Estática para composición de fuerzas, ya sean analíticos, ya sean gráficos (polígonos funiculares).

Se denomina *peso elástico* de un elemento de una estructura a un vector de magnitud:  $\frac{\Delta s}{EI}$ , siendo  $\Delta s$  la longitud e  $I$  el momento de inercia de la superficie del elemento y aplicado en el centro de gravedad del mismo.

3. *Valiéndonos de la elipse de elasticidad,* mediante las propiedades siguientes, si consideramos el arco hecho isostático por el procedimiento (c) y su-

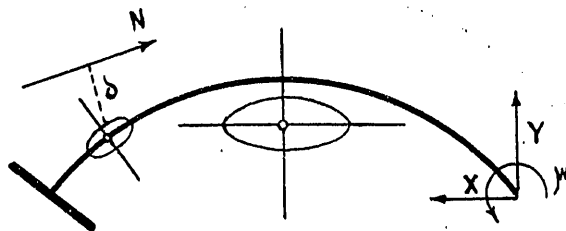


Fig. 4. Esquema del método de la elipse de elasticidad

ponemos que sólo es elástico un elemento con peso elástico  $dg$  (fig. 4), el desplazamiento correspondiente a la actuación de una fuerza  $N$ , distante  $\delta$  del centro de gravedad de aquél, será un desplazamiento angular:  $N \cdot \delta dg$  alrededor del antipolo de  $N$  con respecto a la elipse de elasticidad del elemento. Al considerar el arco integrado por la totalidad de sus elementos elásticos, el desplazamiento total será la resultante de los giros parciales, los cuales pueden considerarse como fuerzas aplicadas en los antipolos correspondientes.

Respecto a las reacciones, se obtienen las mismas propiedades considerando la elipse terminal de elasticidad.

Por este procedimiento se llega analíticamente a las mismas ecuaciones que en los otros; la ventaja se encuentra en la resolución gráfica, mediante polígonos funiculares. Fué descubierto por Culman (1875) y perfeccionado por Ritter (1906), siendo empleado por numeroso autores: Sejourné, Guidi, Bauman, Shutherland, etc., especialmente para la comprobación gráfica de arcos cuya directriz no tiene expresión analítica definida.

4. *Por el teorema de Maxwell,* que establece lo

<sup>1</sup> Véase el número anterior, página 389.

siguiente: la deformación que un esfuerzo produce en un punto según una cierta dirección, es idéntica a la que produciría en el punto de aplicación del esfuerzo el mismo aplicado en el otro punto y en aquella dirección.

Así, por ejemplo (fig. 5), para determinar la reacción horizontal, se considera la fuerza unidad actuando en el extremo del arco, hecho isostático por el procedimiento (a), y se determinan la elástica y la variación de luz  $\Delta l$ . Por reciprocidad, la fuerza vertical actuando en el punto  $M$  producirá un cambio de luz igual a  $\delta_M$ . Pero como esta deformación ha de ser anulada por la reacción  $H_M$  se tendrá:

$$0 = \delta_M - \frac{H_M}{1} \Delta l \quad \text{de donde} \quad H_M = 1 \frac{\delta_M}{\Delta l}$$

La elástica del arco puede obtenerse con facilidad gráficamente mediante un diagrama de deformación de viga curva; cuando se aplica a arcos reticulares, se utiliza el clásico diagrama de Williot. Así, en Müller Breslau, Guidi, Withney, etc.; Lindenthal lo empleó en el cálculo del puente Hell Gate.

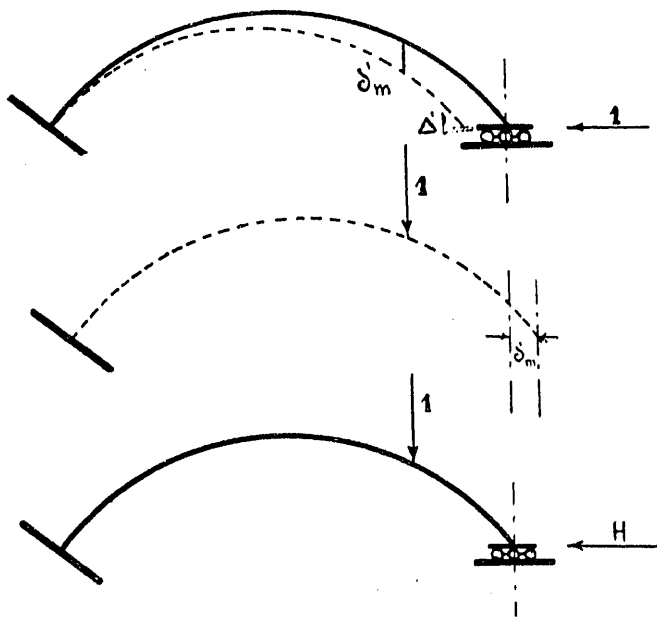


Fig. 5. Esquema de la determinación del empuje en el método de Maxwell

5. Mediante el teorema de Castigliano, que da las deformaciones correspondientes a una causa mediante derivación de la expresión del trabajo elástico con relación a dicha causa. Por consiguiente, tendremos para las distintas deformaciones:

$$\begin{aligned} \Delta x_1 &= \int_0^l \frac{N}{E'w} \frac{dN}{dX} dl + \int_0^l \frac{M}{EI} \cdot \frac{dM}{dX} dl + \int_0^l \frac{T_N}{E'w} \frac{dT}{dX} dl \\ \Delta y_1 &= \int_0^l \frac{N}{E'w} \frac{dN}{dY} dl + \int_0^l \frac{M}{EI} \cdot \frac{dM}{dY} dl + \int_0^l \frac{T_N}{E'w} \frac{dT}{dY} dl \\ \Delta \alpha_1 &= \int_0^l \frac{N}{E'w} \frac{dN}{dM} dl + \int_0^l \frac{M}{EI} dl + \int_0^l \frac{T_N}{E'w} \frac{dT}{dM} dl \end{aligned}$$

Excepto para los casos de arcos gruesos o muy rebajados, se prescinde del efecto de los esfuerzos tangenciales, y generalmente también del correspondiente a los esfuerzos longitudinales, pues unas veces es insignificante y otras se considera como una causa de acortamiento de la directriz, y se estudia

con las demás que producen este efecto: variaciones termohigrométricas y retracción de fraguado.

Si, en el caso de prescindir de los esfuerzos longitudinales y tangenciales, se considera el isostatismo de la estructura por el procedimiento (c), es decir, se toman como ejes los de inercia y se trasladan las reacciones al centro elástico, se llega al método de

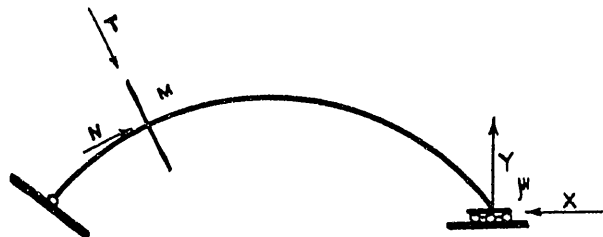


Fig. 6. Esquema del método de Castigliano

Müller Breslau, que tiene la gran ventaja de dar explícitamente las reacciones.

$$\begin{aligned} M_o &= - \frac{\int_0^l M r dl}{\int_0^l r dl} \\ X_o &= + \frac{\int_0^l M r y dl}{\int_0^l r y^2 dl} \\ Y_o &= - \frac{\int_0^l M r x dl}{\int_0^l r x^2 dl} \end{aligned}$$

donde  $r$  es la relación del momento de inercia de las secciones transversales al de una cualquiera de ellas tomado como típica.

Para tener en cuenta los efectos debidos a variaciones de temperatura o retracción de fraguado, no hay nada más que añadir al trinomio indicado otros dos términos:

$$\int_0^l \frac{\lambda_1 + \lambda}{2} \frac{dM}{dR} dl + \int_0^l \frac{\lambda_1 - \lambda}{2c} \frac{dM}{dR} dl$$

siendo  $\lambda_1$  y  $\lambda$  las dilataciones totales en las fibras del trasdós y del intradós, respectivamente. Generalmente

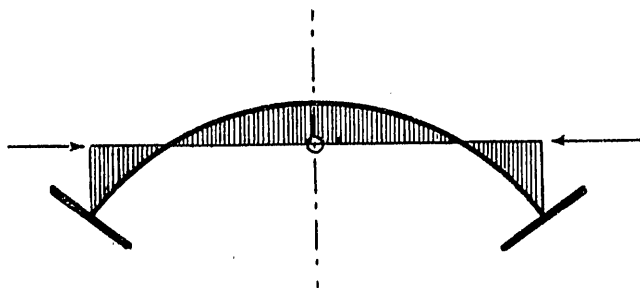


Fig. 7. Momentos flectores correspondientes a un acortamiento de la directriz

se considera  $\lambda_1 = \lambda$ , por lo que desaparece el segundo término, quedando únicamente:

$$\int_0^l \lambda \frac{dN}{dR} dl$$

pero lo más corriente es considerar estas acciones aparte, y como la reacción que corresponde a un acortamiento uniforme de la directriz (fig. 7) es un par de

fuerzas paralelas a la cuerda, pasando por el centro elástico, el problema se reduce a calcular el valor algebraico de estas fuerzas.

Este método, que en realidad deriva de Menabrea, fué el primero que se aplicó para el cálculo elástico de arcos, pues Resal publicó su estudio relativo a la aplicación de la fórmula de las deformaciones a los arcos, ocho años después que Castigliano. Es muy utilizado, pudiendo citar, entre otros autores, a Zafra, Peña, Manning, Föppl, Cain, etc. Una variante de interés es debida a Ritz, que lo utiliza en su aspecto de teorema del mínimo trabajo, expresado éste en función de una sola incógnita hiperestática, con respecto a la cual halla la derivada que iguala a cero.

6. Por el teorema de los trabajos virtuales, que establece la igualdad del trabajo de las fuerzas externas y de las internas para toda deformación virtual que se considere.

Partiendo de la igualdad:

$$\sum P \cdot \delta + \sum C \cdot \Delta c = \sum S \cdot \Delta s$$

donde

$$S = S_0 + S'X' + S''X''$$

son los esfuerzos internos en las barras;

$$C = C_0 + C'X' + C''X''$$

son las reacciones de apoyo en función de las incógnitas hiperestáticas  $X'$ ,  $X''$ , etc., y considerando los casos en que son cero todas las  $X$ , menos una que vale la unidad, llegamos a las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \sum C' \Delta c &= \sum S' \Delta s \\ \sum C'' \Delta c &= \sum S'' \Delta s \end{aligned}$$

que son tantas como incógnitas hiperestáticas, y nos resuelven el problema.

Este método es muy empleado por los autores alemanes; así, Müller Breslau, Melan, Strassner, etc. También Guidi.

\* \* \*

En realidad, cualquiera que sea el método empleado, se llega a fórmulas finales idénticas; únicamente varía el procedimiento operatorio, que puede ser analítico o gráfico; en el primer caso, o por integración directa de las ecuaciones, cuando la directriz tiene expresión analítica exacta, o reduciendo las integrales a sumas cuando esto no se cumpla; en los procedimientos gráficos pueden emplearse o medición de áreas de las funciones, o integración gráfica, que puede ser sencilla (factoriales de las deformaciones) o doble (polígonos funiculares).

Como las cargas y sobrecargas, en el caso más general, pueden representarse por una fuerza aislada, que recorre todo el tramo, el modo más completo de obtención de las reacciones es el que nos proporcione sus valores para una posición cualquiera de la fuerza unidad. Esto se consigue de dos modos: o por las *líneas de influencia* expresión del valor de la reacción en función de la abscisa que define la fuerza móvil, o mediante *las curvas de las intersecciones y las envolventes*, que, como sus nombres indican, son los lugares geométricos de los puntos de intersección de cada par de reacciones y la envolvente de todas ellas.

*Defectos del método.*—El defecto de este método está en su limitación a las piezas de pequeña curva-

tura, pues en cuanto ésta es de alguna consideración, resultan incompatibles los dos supuestos en que se asienta: conservación de las secciones planas y distribución lineal de las tensiones.

El decidirse por uno u otro varía según los autores; la mayor parte aceptan la hipótesis de Bernouilli como un axioma y consideran variable el coeficiente de relación tensión-deformación, llegando a fórmulas de tipo exponencial, como la de Bach y Schulé; por otro lado, algunos, como Föppl, se inclinan hacia la hipótesis de distribución lineal de tensiones, que parece comprobada en experiencias recientes con ganchos de vagones. Los resultados son muy distintos cuando se trata de curvaturas fuertes, pudiendo obtenerse divergencias del orden de 30 por 100.

*Teoría de la elasticidad en toda su amplitud.*—La aplicación de la teoría de la elasticidad en toda

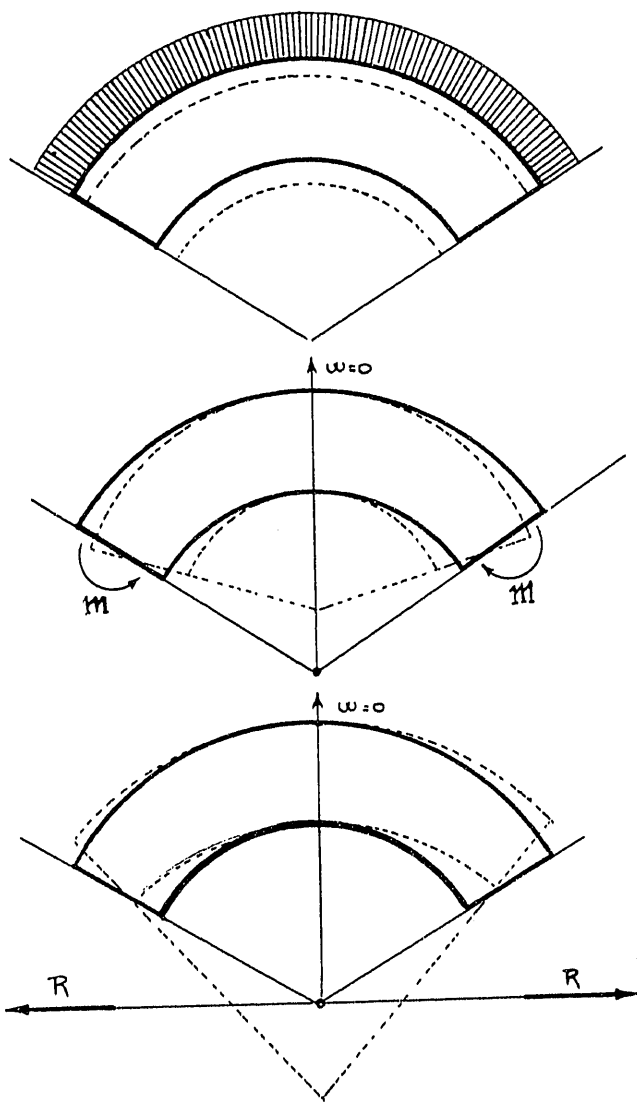


Fig. 8. Esquema de la aplicación de la teoría de la elasticidad a un arco grueso

su amplitud al problema de los arcos gruesos ha sido intentada por Pigeaud, Mesnager, Haegelen, Cacquot y Chambaud, siendo los estudios más completos los de este último. Establece las ecuaciones diferenciales correspondientes al estado elástico en un punto del arco y las integra por superposición de soluciones que cumplan las condiciones en los límites: con-

tornos interior y exterior y secciones extremas. Las soluciones que considera (fig. 8) son: solución de Lamé, normal, y la correspondiente a actuación de un par, solución tipo Ribiére, para actuación de una fuerza paralela a la cuerda, pasando por el centro geométrico, y una aproximación de tipo Saint Venant, para conseguir la permanencia plana de las secciones extremas, deformadas por el esfuerzo cortante correspondiente a las otras soluciones.

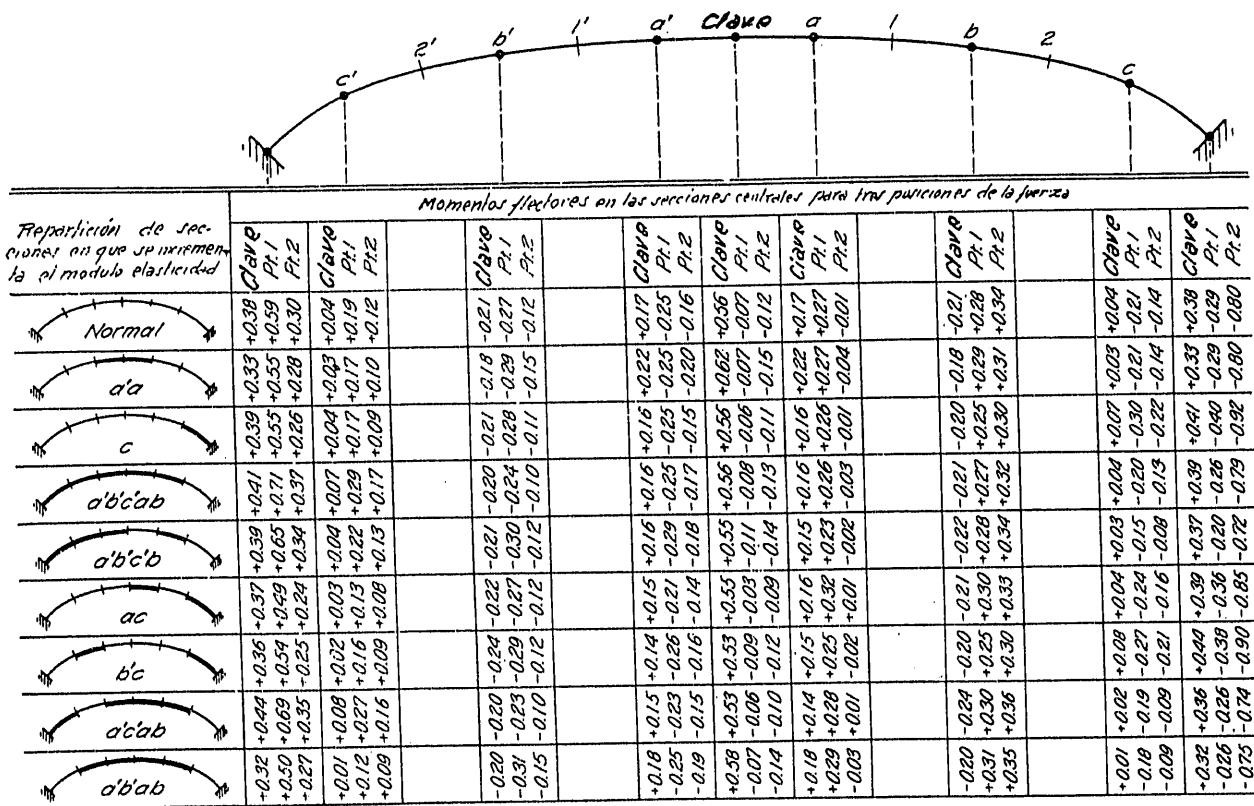
*Defectos del método general.* — Residen especialmente en su aplicación a las estructuras de hormigón y hormigón armado, por los dos motivos principales:

1. Indeterminación en el valor del coeficiente elástico a tener en cuenta en los cálculos.
2. Influencia de la plasticidad en la distribución de las tensiones.

llegando a la conclusión de que, como aquél no excedía del 5 por 100, no hay motivo para modificar los métodos de cálculo por esta causa. En el cuadro adjunto se reúnen los resultados obtenidos en siete secciones del arco para tres posiciones de una fuerza móvil, cuando se suponen incrementadas en un 20 por 100 las secciones engrosadas al margen.

En cuanto al segundo punto, influencia de la plasticidad, cada día se le da más importancia.

El hecho en sí, aparición de una deformación gradual y permanente cuando actúan cargas persistentes, se observó desde las primeras estructuras, pero no se llevaron a cabo investigaciones sistemáticas hasta los últimos tiempos. Entre otras, citaremos las de Bach, Magnell, Smith (1916), Fuller y More (1916), Faber (1917), Freyssinet, Hollister, Glanville, etc. Al querer formular un método de cálculo



En los cálculos es preciso considerar un valor único del coeficiente de elasticidad a lo largo de todo el arco; pero en la práctica éste puede variar de unas secciones a otras, en primer término, por defectos de fabricación, y, además, porque depende de la tensión de trabajo. Para concretar la influencia de esta variación del módulo elástico, estudió Cross un arco empujado de directriz parabólica, con proyección vertical constante del momento de inercia, en el que consideró seis dovelas, cuyos coeficientes elásticos podían incrementarse hasta un 50 por 100 y decrecer hasta un 33 1/3 por 100 de su valor normal. Determinó la distribución de momentos flectores debidos a peso propio, fuerzas aisladas, variaciones de temperatura y giro de los apoyos, comparando los valores obtenidos con los correspondientes al arco de coeficiente elástico normal. De este modo calculó el error medio probable para estas supuestas irregularidades del módulo de elasticidad, que son muy exageradas con respecto a las que pueden presentarse en la práctica,

lo se tropieza con enormes dificultades, por no ser aplicables los procedimientos corrientes fundados en la ley de Hooke, y no valer: el principio de la superposición de los efectos de las fuerzas, método de las líneas de influencia, teorema de Maxwell, etcétera; además, la tensión correspondiente a la plasticidad depende de la tensión elástica, y es preciso considerar ambas en bloque.

Corrientemente se confunde el efecto de plasticidad con la retracción de fraguado, y esto da lugar a interpretaciones erróneas de los resultados obtenidos por medición directa en la estructura, como, por ejemplo, la deformación en clave; también hace difícil la aplicación a las estructuras de los resultados obtenidos en pequeñas probetas de ensayo.

Intento de establecer una teoría que tuviera en cuenta las propiedades plásticas del hormigón y una relación tensión-deformación de tipo exponencial es el trabajo de Straub "Plastic Flow in Concrete Arches".

*Distribución de las tensiones en el interior de la estructura*

En la aplicación restringida de la teoría de la elasticidad hemos llegado a la determinación de las reacciones de sustentación para cualquier posición de las fuerzas exteriores; inmediatamente podemos calcular los valores de los elementos de cálculo para cualquier sección (líneas de influencia de los momentos flectores, esfuerzos cortantes y compresiones longitudinales), y el problema de cálculo de las tensiones es el de pieza prismática a flexión, con esfuerzo longitudinal y tangencial. Por consiguiente, en el plano de una sección principal tendremos una componente normal de la tensión:

$$t_n = \frac{N}{w} \pm \frac{Mv}{I}$$

y una componente tangencial:

$$t_t = \frac{G}{EI} \int \gamma dw$$

Generalmente, la componente tangencial se tiene en cuenta aparte, o se prescinde de ella, pues coincide su máximo con la anulación de la normal.

Mediante la consideración de las líneas de influencia de los elementos de cálculo o de las líneas envolventes y de las intersecciones, se deduce la distribución de fuerzas que dan el resultado más desfavorable. También puede considerarse la línea de influencia de las tensiones y obtener directamente las máximas positivas y negativas.

Cuando se aplica la teoría de la elasticidad en toda su amplitud, obtenemos directamente las tensiones principales en todos los puntos del arco, o sea conocemos perfectamente el régimen de distribución de las mismas.

Un caso peculiar que se presenta en los arcos de hormigón en masa es cuando en el cálculo aparecen tracciones, las cuales, suponiendo no pueden ser resistidas por el material, dan lugar a que se disminuya la acción útil del arco, siendo preciso buscar la sección estricta del mismo capaz de resistir a compresión pura. Este problema, característico de las presas arco, se ha resuelto mediante la aplicación del principio del mínimo trabajo, habiendo llegado a soluciones concretas Resal, Mensch y Jacobsen.

En los arcos de hormigón armado se presenta el problema de la repartición de tensiones entre el hierro y el hormigón, es decir, de la fijación del valor de la relación de los módulos elásticos:  $m$ . Esto supone dos cuestiones diferentes, a las que Campus denomina de *elasticidad interior*, o sea en lo que respecta propiamente a la distribución de tensiones, y de *elasticidad exterior*, en lo que se refiere a la determinación de los esfuerzos hiperestáticos en las estructuras de esta clase, y así, por ejemplo, el Reglamento alemán establece dos valores de  $m$ : 15 y 10, según se refiera a una u otra cuestión.

La influencia de la plasticidad en esta repartición de tensiones entre el hierro y el hormigón es muy importante, sobre todo en las estructuras que trabajan a compresión, y aunque la seguridad final con respecto a la rotura no se altera, las situaciones intermedias son muy distintas de las que suponen los cálculos corrientes. Según la teoría de Faber, comprobada por sus experiencias, la manera de comportarse el complejo hierro-hormigón es la siguiente: al

aplicarse una carga de compresión, el hierro y el hormigón se la reparten con arreglo a sus coeficientes de elasticidad; pero si la carga sigue actuando, a consecuencia de la contracción gradual del hormigón, la porción correspondiente a la armadura va aumentando progresivamente hasta llegar al límite elástico del acero; a partir de aquí, la tensión en éste permanece constante, aunque se incremente la carga, correspondiendo entonces al hormigón hacer frente a los aumentos, obteniéndose, en último término, la rotura cuando el hormigón llegue a su tensión límite. La influencia de la plasticidad se traduce en un aumento del valor de  $m$ , que puede llegar a duplicarse al cabo de un año de actuación de la carga.

Esta influencia es decisiva en la repartición de tensiones originadas por deformaciones del hormigón. Así, por ejemplo, en la retracción de fraguado, que además tiene lugar en la primera edad del hormigón, o sea cuando éste es más plástico, equivaliendo, según estudios de Whitney, a reducción de 75 a 80 por 100, que se traspa al hierro, por lo que puede conceptuarse como un descenso de 8 G. C. para el hormigón y 25 G. C. para el hierro. Para las variaciones de temperatura, el efecto consiste en centrar la correspondiente a tensión nula para el hormigón en la media anual. También tiene importancia en la reducción de las tensiones iniciales localizadas en secciones determinadas, y por esta razón, Whitney considera ineficaz el método de Freyssinet y todos los que introducen deformaciones sistemáticas al descimbrar.

*Organización del material para resistir las tensiones*

Insistiremos nuevamente en que se trata de una redistribución, y que en el caso particular del arco, como es una realización de compresión, se debe tender a evitar las tracciones longitudinales.

Dos elementos definen la estructura: forma de la directriz y repartición del material en las secciones transversales, elementos geométrico el uno y mecánico el otro; pero, en último término, reducible también a geometría (con las limitaciones antes citadas) por la consideración del módulo de elasticidad.

Respecto al primero —directriz—, la condición arriba citada de anulación de las tracciones longitudinales lleva a la curva antifunicular de los esfuerzos aplicados, y por esto aparecen las formas parabólica, catenaria y circular, que corresponden, respectivamente, a cargas uniformemente repartidas por unidad: de luz, de longitud perpendicularmente a la cuerda y radialmente. En el caso general de actuación de sobrecargas, como los esfuerzos aplicados no están definidos fijamente, se suele tomar el antifunicular de las cargas, o de éstas, más la mitad de la sobrecarga uniformemente repartida equivalente.

En cuanto a la distribución del material en las secciones transversales, es preciso considerar área y momento de inercia (se comprende que tratándose de trabajo principal a compresión será más importante aquélla que éste). El problema de la forma tiene una importancia capital en puentes, pues el área puede repartirse en todo el ancho de la sección, o bien concentrarse en anillos (la elección se presenta únicamente en los de fábrica, pues en los metálicos, la elevada resistencia específica del material impone la segunda solución), y en este caso, con distintas sec-

ciones de rectángulo, que pueden oscilar entre un tipo de gran base y poca altura, hasta otro, a la inversa, de poca base y gran altura, que tendrá mejores cualidades —mayor momento de inercia— para la resistencia a flexión. Pero esta ventaja, mirada desde el punto de los esfuerzos por variaciones termohigrométricas, resulta inconveniente, pues las tensiones a que éstos dan lugar crecen proporcionalmente al momento de inercia, anulando, y aun sobrepasando, la mejora obtenida por reducción de las tensiones correspondientes a la flexión. Por este motivo el American Concrete Institute preconiza el empleo de anillos anchos y de poco canto, del orden  $\frac{1}{80}$  a  $\frac{1}{100}$  de la luz, mientras que los corrientemente utilizados hasta ahora son del  $\frac{1}{50}$ . Los arcos anchos tienen, además, ventaja en cuanto a su estabilidad a la acción de esfuerzos transversales y a seguridad durante su ejecución. En arcos de luz extraordinaria es preciso dar rigidez al área, y entonces se adopta la sección alveolar.

La organización del material a lo largo de la directriz se define por la relación de los momentos de inercia de las secciones transversales con respecto a la de clave. Al principio se adoptó una relación tal que la proyección del momento de inercia sobre el plano de la sección de clave era constante, o sea  $\frac{I}{I_0} = \frac{1}{\cos \alpha}$ , lo que simplifica extraordinariamente los cálculos, pero da muy poco crecimiento a las secciones; actualmente se llega a relaciones entre los momentos de inercia en arranques y clave del orden de 9, para lo que se adoptan leyes de variación en las que se hace intervenir la abscisa en primero o segundo grado.

En sucesivos artículos estudiaremos detenidamente los tipos de arco de más interesante aplicación para puentes y presas, en los que la directriz y variación del momento de inercia son:

Directriz	Variación de la inercia $\frac{I}{I_0}$
Parábola de segundo grado ...	$\cos \alpha$
Idem de tercer grado... ..	$(1 - \beta x) \cos \alpha$
Idem de cuarto grado... ..	$(1 - \beta x^2) \cos \alpha$
Catenaria ... ..	$(1 - \gamma x^3) \cos \alpha$
Circunferencia ... ..	constante
Antifunicular de los esfuerzos.	ley cualquiera

Carlos FERNANDEZ CASADO  
Ingeniero de C., C. y P.

BIBLIOGRAFIA

Mendizábal.—"Estudio de una nueva Instrucción para el cálculo de tramos metálicos".

"Hilfstaffeln zum Berechnen von Strassenbrücken". Din 1072. Berlín, 1931.  
*Berechnungsgrundlagen für massive Brücken*, Berlín, 1930.  
 Miozzi.—"Calcoli per grandi ponti ad arco". Milán, 1932.  
 Melan-Geteschl.—"Bogenbrücken-Handbuch für Eisenbetonbau". Berlín, 1932.  
 Strassner.—"Neuere Methoden. Der Bogen und der Brückengewölbe". Berlín, 1927.  
 Santarella & Miozzi.—"Ponti italiani in cemento armato". Milán, 1932.  
 Kögler.—"Cálculo de los arcos". Madrid, 1933.  
 Ritter.—"Beiträge zur Theorie und Berechnung der wölbwändigen Bogenträger".  
 Zafra.—"Cálculo de estructuras", tomo II. Madrid, 1915.  
 Peña.—"Mecánica elástica". Madrid, 1930.  
 Granda.—"Mecánica aplicada a las construcciones". Madrid, año 1909.  
 Guidi.—"Scienza delle costruzioni". Turín, 1921.  
 Pigcaud.—"Résistance des Matériaux et Elasticité". París, 1929.  
 Timoshenko.—"Strenght of materials". New-York, 1930.  
 Föppl.—"Résistance des matériaux". París, 1930.  
 Müller Breslau.—"La Scienza delle costruzioni". Milán, 1927.  
 Taylor Thomson and Smulsky.—"Concrete Plain and Reinforced". New-York, 1931.  
 Vicendel.—"Cours de Stabilité des Constructions". París, 1927.  
 Magnel.—"Pratique du calcul du Béton Armé". Gante, 1930.  
 Whitney.—"Design of Simmetrical Concrete Arches". *Transactions Am. S. C. E.*, 1931.  
 Manning.—"A Method of Arch Design".  
 Stucky.—"Les Barrages Arqués". *Bulletin Technique de la Suisse Romande*, 1922.  
 Cain.—"Circular Arches under Normal Loads", Paper, número 1501 de la *Am. S. C. E.*  
 Jacobsen.—"Stresses in Thick Arches of Dams", Paper, número 1603 de la *Am. S. C. E.*  
 S. Gray.—"The Effect of Temperature on Flat Arches constructed of Reinforced Concrete". Primer Congreso del Hormigón y Hormigón Armado. Lieja, 1930.  
 Nichols & Cullough.—"Determination of Internal Temperature Range in Concrete Arch Bridges". Boletín núm. 30 del Iowa State College of Agriculture and Mechanics Arts.  
 Royen.—"Report on Swedish investigation and experience concerning shrinkage and temperature in Concrete". Primer Congreso del Hormigón y Hormigón Armado. Lieja, 1930.  
 Schürch.—"Wärmeeinfluss und Warmebeobachtungen bei Betongewölben".  
 H. Cross.—"Temperature Deformations in Concrete Arches". *Engineering News-Records*, 4 febrero 1926.  
 Wilson.—"The Effect of Climatic Changes upon a Multiple-Span Reinforced Concrete Arch Bridge". Boletín núm. 174 de la Universidad de Illinois.  
 Haegelen.—"Sur les applications de la théorie de l'élasticité au calcul des voûtes circulaires non pesantes".  
 Whitney.—"Plain and Reinforced Concrete Arches". *Proceedings of American Concrete Institute*, 1932.  
 Chambaud.—"Théorie des voûtes circulaires épaisses y des cylindres anulaires". *Génie Civil*, marzo-agosto 1926.  
 Pigcaud.—"Flexión de piezas de gran curvatura". *Annales des Ponts et Chaussées*, agosto 1926.  
 Straub.—"Plastic Flow in Concrete Arches". *Transactions American S. C. E.*, 1931.  
 Cross.—"Dependability of the Theorie of Concrete Arches". Boletín 203 de la Universidad de Illinois.  
 Campus.—"Influence des propriétés physiques des matériaux sur la statique du Béton Armé". Primer Congreso de la Asociación Internacional de Puentes y Estructuras. París, 1932.  
 Faber.—"Elasticity, Plasticity and Shrinkage". Primer Congreso de la Asociación Internacional de Puentes y Estructuras. París, 1932.

## El problema ferroviario

En artículo de reciente fecha relativo a este tema anuncia el Sr. Velao el propósito de dar por terminada la controversia conmigo entablada sobre el particular.

Lamento tan inopinada decisión, tanto por el in-

terés que ofrece el problema en sí, muy superior al correspondiente a la mayor o menor necesidad de rectificar ciertos conceptos vertidos por la Asociación de Transportes por Vía férrea en las conclusiones de su última Asamblea, como por la autoridad