Añadiremos que la cabina de este funicular es capaz para 25 personas, y que la carga unitaria de rotura es de 185 kg/mm² para el cable-vía y de 180 para el cable tractor.

Con esto terminamos por hoy. En un próximo artículo seguiremos, con el favor de todos, con la descripción de la estructura general de las estaciones y su maquinaria.

José OCHOA Y BENJUMEA
Ingeniero de Caminos

La producción[1]

II

Monopolio y libre concurrencia

A.—Monopolio

35. Teoría general.—Se dice que una Empresa disfruta de un *monopolio* cuando, por privilegio especial, abastece al mercado de una mercancía determinada sin competencia posible, ya por ser única en la producción o bien porque una ley así lo dispone.

La resolución del problema, en este caso, es sencilla. Analíticamente bastará con expresar que el beneficio, que, como ya se sabe, es igual a $px - \varphi(x)$,

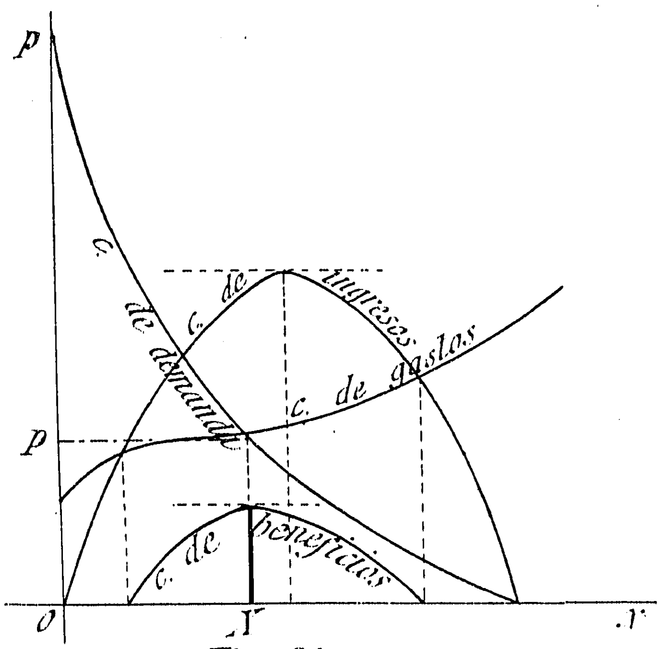

Fig. 21

ha de tener, para la cantidad x de mercancía vendida, un valor máximo, lo cual se expresará igualando a cero su derivada con respecto a x; esto es:

$$x\frac{dp}{dx} + p - \varphi'(x) = 0$$

que con la ecuación de la demanda

$$p = f(x)$$

se tiene el sistema de dos ecuaciones con las dos incógnitas p y x, que resuelve el problema.

Gráficamente puede efectuarse esta resolución siguiendo dos procedimientos:

En un sistema coordenado de ordenadas p y abscisas x, trácese la ley de variación de los ingresos px (figura 21), la cual presentará un máximo entre los puntos extremos de la curva de demanda, en los cuales el ingreso es nulo, y dibújese la curva de gastos $\varphi(x)$.

Estas dos curvas, dadas sus formas especiales, se encuentran en dos puntos en los cuales el beneficio es nulo, y, como éste es positivo, la curva de beneficios pasará una o varias veces por un valor máximo absoluto; este máximo nos dará la cantidad vendida X y el precio de venta P.

También puede resolverse el problema trazando la curva de demanda y la de gastos unitarios $\frac{\varphi(x)}{x}$. Estas dos curvas se encuentran, por lo menos, en un punto, porque, si así no fuera, esto indicaría que los gastos unitarios serían todos superiores a los precios de venta, y no habría interés en explotar el monopolio. Se construirá la curva de beneficios $(p - u)x$, cuyo máximo o máximos, si los tuviere, resolverá el problema.

Todas estas soluciones son puramente teóricas, pues en ellas interviene como elemento principal el factor psicológico, elemento imponderable reflejado en la curva de demanda. Por eso al monopolista no le es dado efectuar previamente la operación, sino que habrá de proceder por tanteos, partiendo de un precio y viendo cómo varía el consumo y fijándose, finalmente, en aquél que le procure mayor rendimiento.

La cantidad de mercancía que da el máximo de beneficio recibe el nombre de *punto de Cournot*, en honor al ilustre economista y filósofo francés de este nombre, que fué el primero que hizo aplicación de la matemática a los problemas económicos, y entre ellos, principalmente, al del monopolio.

Apliquemos el procedimiento gráfico últimamente explicado al caso particular en que la ley de los gastos viene expresada por una ecuación lineal:

$$G = K + ax$$

Los gastos unitarios son:

$$u = \frac{K}{x} + a$$

ecuación que representa una hipérbola equilátera que tiene por asíntotas el eje de los precios y la paralela al eje de las x a la distancia a del origen. Tracémosla, así como la curva de demanda (fig. 22).

En los puntos A y B el beneficio es nulo; en un

[1] Véase la Revista de Obras Públicas del 15 de octubre de 1931, página 421.

punto cualquiera M, al que le corresponde una cantidad de mercancía x_1, el precio de venta es op_1 y el coste unitario ou_1; por lo tanto, el beneficio viene dado por el área del rectángulo Mp_1u_1m. Midiendo para distintas producciones estas áreas podemos, por puntos, dibujar la curva de beneficios, cuyo máximo nos da la cantidad vendida y el precio de venta.

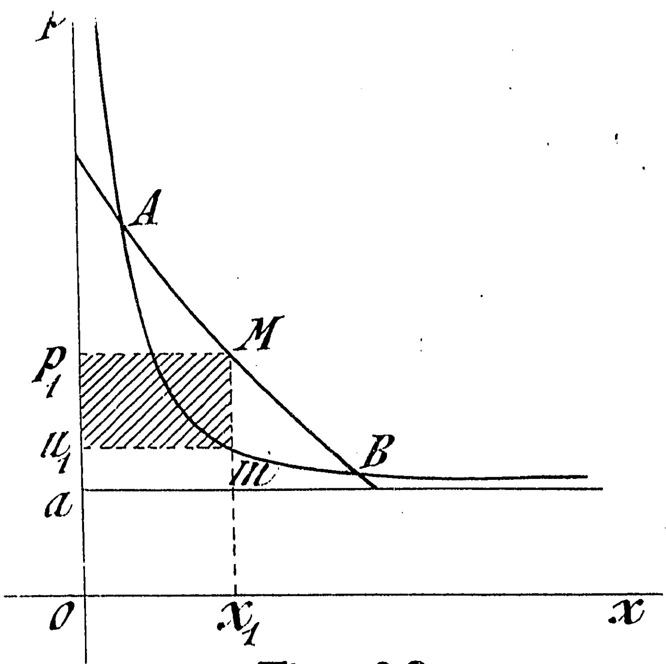

Fig. 22

Este estudio del problema, tomando como curva de gastos la ley lineal y el método seguido para la determinación del punto de Cournot, nos pone de manifiesto un hecho de importancia en las explotaciones con monopolio, que interesa conocer: aquel en el que la curva de demanda cae por debajo de la de costes unitarios. En este caso la explotación parece imposible. Sin embargo, hay circunstancias en las cuales puede anularse la pérdida y hasta obtener un beneficio. Ello se consigue por la aplicación de un principio: el principio de la tarificación.

36. Principio de la tarificación.—Al estudiar la curva de demanda se hizo constar la circunstancia de que no todos los consumidores a un precio determinado adquirirían la mercancía con igual grado de satisfacción; esto es: que estando muchos dispuestos a adquirirla a precios superiores se encontraban beneficiados al regir en el mercado un precio inferior; beneficio que, por obtenerlo sin esfuerzo alguno por su parte, constituía una verdadera renta, la que llamábamos *renta del consumidor.*

Pues bien: si el poseedor de un monopolio pudiera previamente conocer las diversas disposiciones de los consumidores, y, valiéndose de un medio práctico cualquiera, obligara a cada consumidor a pagar una suma igual o poco inferior a aquella que le hiciera renunciar al consumo, todo lo que hemos llamado renta del consumidor podía pasar a manos del productor, si no en su totalidad, en una gran parte, y de este modo compensar y hasta tener un beneficio en aquellos casos de explotación imposible o muy onerosa.

Tal es el principio de la tarificación, de capital importancia, entre otras, en las industrias de transporte.

En términos generales, y cualquiera que sea la industria, las ventajas del establecimiento de una variedad de tarifas se echan de ver desde luego.

Supongamos, en efecto, una industria cuya curva de costes unitarios sea la hipérbola anteriormente dibujada (fig. 23), y sea AB la curva de demanda. Se trata de una industria cuya explotación, en las condiciones por ambas curvas representadas, es imposible; la curva de demanda cae por debajo de la de costes unitarios; son éstos, para cualquier producción, superiores a los precios de venta en el mercado.

Para una producción ox_1 el coste está representado por el rectángulo ox_1Mu_1; el ingreso por venta es el rectángulo ox_1Np_1; hay una pérdida medida por el rectángulo p_1NMu_1.

Supongamos que dividimos la producción total en un cierto número de partes, las que prácticamente sean posibles, y a cada una de ellas apliquémosle una mayor tarifa o precio de venta, aquel que le corresponde en la curva de demanda. Si dichas producciones parciales fueran rindiéndose sucesiva y separadamente al mercado, o se ofrecieran en condiciones tales que sólo pudieran ser adquiridas por los que están dispuestos a abonar ese mayor precio, el productor podría absorber parte de la renta del consumidor; teóricamente, lo que representa el área del triángulo p_1NB; y si esta área es igual a la del rectángulo p_1NMu_1, no habría pérdida en la explotación, y hasta pudiera haber beneficio, si fuera mayor.

Sabido es el caso del comerciante que, dueño de un artículo de los llamados de novedad, sólo lanza al mercado un pequeño *stock*, que ofrece a un precio suficientemente elevado para que solamente puedan comprarlo determinadas personas. A medida que el consumo disminuye, va vendiendo partidas a menor precio hasta consumir todas las existencias.

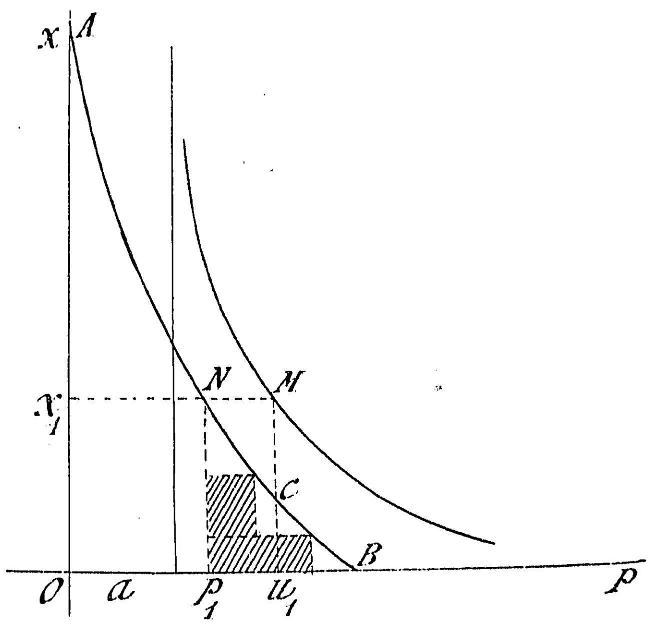

Fig. 23

Las Empresas de ferrocarriles establecen distintas tarifas para los viajeros y las mercancías. En estas

Empresas el servicio es el mismo: transportar; pero las comodidades y rapidez del transporte son distintos. Las tarifas se establecen con arreglo a esas mejores condiciones del servicio.

B.—LIBRE CONCURRENCIA

37. Teoría general.— En el estudio que acabamos de hacer del monopolio, el equilibrio del productor ha sido fácilmente conocido y, por consecuencia, perfectamente determinados el precio de venta y la cantidad vendida que dan el máximo beneficio al productor. En el caso de la libre concurrencia el problema no es tan fácil, porque la cantidad que debe rendir al mercado un productor cualquiera, cuando hay concurrencia, depende del precio existente en el mercado, y este precio depende, a su vez, de aquella cantidad y de la rendida al mercado por los demás productores.

Para plantear el problema analíticamente observaremos que una de las ecuaciones es desde luego la ecuación de la demanda, pues ésta, que refleja las condiciones del mercado en cada momento, es la misma, ya se trate de un monopolio o de una libre concurrencia. La cuestión estriba en el conocimiento de una segunda ecuación. Veamos cómo esto se consigue.

Es un hecho de experiencia, constantemente confirmado, que en la libre concurrencia, siempre que queden cubiertos los gastos de producción de las sucesivas unidades producidas, la producción se extiende y tiende hacia un máximo compatible con aquella condición. Es decir, que todo productor lleva su producción hasta una cifra para la cual el precio de venta es, por lo menos, igual a su coste virtual.

En efecto, en las industrias de productividad creciente el coste virtual es el unitario: $v = u$; por consiguiente, si p fuese menor que u, $px < \varphi(x)$, y siendo el ingreso menor que el gasto, no se produciría; y en las industrias de productividad decreciente, en las que el coste virtual es el marginal $v = \varphi'(x)$, si p fuese menor que $\varphi'(x)$, $pdx < \varphi'(x)dx$, y nadie rebasaría en una partícula más la producción correspondiente al coste marginal.

Resulta, pues, que, en la libre concurrencia de productores, puede admitirse como ley la de que el *precio de venta tiende a igualarse con el coste virtual.* Estudiaremos a continuación la forma de dar una expresión matemática a esta ley, a fin de que el problema quede resuelto en las tres clases de industrias a que nos venimos refiriendo en este estudio.

38. Concurrencia en las industrias de productividad decreciente. — Si el precio p tiende, cuando hay concurrencia, a igualarse con el coste virtual, lo que hemos llamado *provecho* en una industria cualquiera tiende hacia cero; pero no así la *renta*, cuando la industria es de productividad decreciente, por lo tanto, en estas industrias siempre existe *beneficio;* este beneficio es la renta.

Consideremos una industria cualquiera de esta clase, cuyo objeto es, como ya se sabe, la explotación directa de un agente natural.

Sea OA (fig. 24) la curva de gastos, que prácticamente, dada la poca importancia de las cargas permanentes en esta clase de industrias, supondremos que arranca del origen O. Supongamos también que conocemos el precio de venta, el cual, como veremos más adelante, está determinado por la libre concurrencia.

Si trazamos a la curva OA una tangente, cuya inclinación, tag α, es igual al precio de venta, la abscisa Ox, correspondiente al punto de tangencia B, mide la cantidad de producto fabricado que da la máxima renta, pues ésta es, para cualquier producción x, $Cx - Bx = CB$, y el segmento CB, en el caso dibujado, es el máximo entre los dos iguales

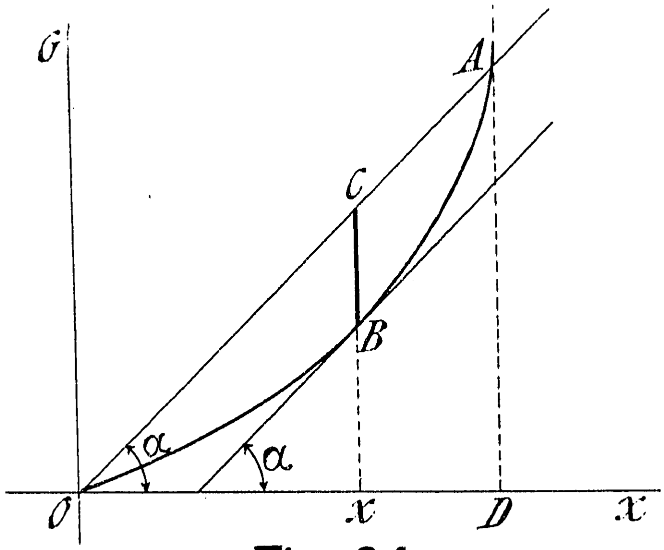

Fig. 24

a cero, que corresponden a una producción nula y a una producción igual a oD.

Resulta, de aquí, que el productor en estas industrias no tiene interés en producir y rendir, por lo tanto, al mercado mayor cantidad que ox, que es aquella cantidad, precisamente, cuyo coste virtual (el marginal, en este caso) es igual al precio de venta.

La igualdad que da el valor BC de la renta es $px - \varphi(x)$, y como p es igual al coste marginal, se tendrá:

$$\text{Renta} = \varphi'(x)x - \varphi(x)$$

que es el numerador de la fracción que expresa la derivada del coste unitario, según se vió anteriormente; es decir:

$$u' = \frac{\varphi'(x)x - \varphi(x)}{x^2}$$

Luego

$$R = u'x^2$$

ecuación que nos permite trazar la curva de rentas. Partiendo, en efecto, de la curva de gastos, podemos dibujar la curva de costes unitarios; de ésta pasamos a su derivada, y multiplicando las ordenadas de esta última por x^2 se tiene la curva de rentas.

Se ha dicho que el productor tiene limitada por propio interés la cantidad de mercancía que debe producir y vender en el mercado, porque hemos supuesto que le es conocido el precio de venta, en lo que puede haber un error, pues este precio, como ya se ha dicho, depende de la cantidad de mercancía ofrecida, tanto por él como por los demás productores que acuden al mercado.

No parece riguroso, por lo tanto, razonar sobre la base del conocimiento del precio de venta, que pudiera ser muy bien otro distinto del que se admitió para hacer el cálculo; sin embargo, el error no es apreciable, pues la práctica confirma que la cantidad ofrecida por cada productor no influye en el precio existente en el mercado, cuando los productores, en presencia, son muy numerosos.

En definitiva, en el caso especial que examinamos, el equilibrio del productor está definido partiendo del precio de venta fijado por la libre concurrencia y la cantidad de mercancía que se debe producir para obtener el máximo beneficio, perfectamente determinada.

Es caso singular, en estas industrias, que los concurrentes no se disputan el mercado; la concurrencia no empuja a los productores a aumentar su producción para quitarse la clientela, como ocurre en las demás industrias.

Todo esto supone valores suficientemente constantes, tanto del coste de las primeras materias cuanto de la mano de obra, y en un estado conocido de la técnica, pues es evidente que si ciertos productores se encuentran en condiciones favorables para producir más y mejor que otros, podrán reducir el precio

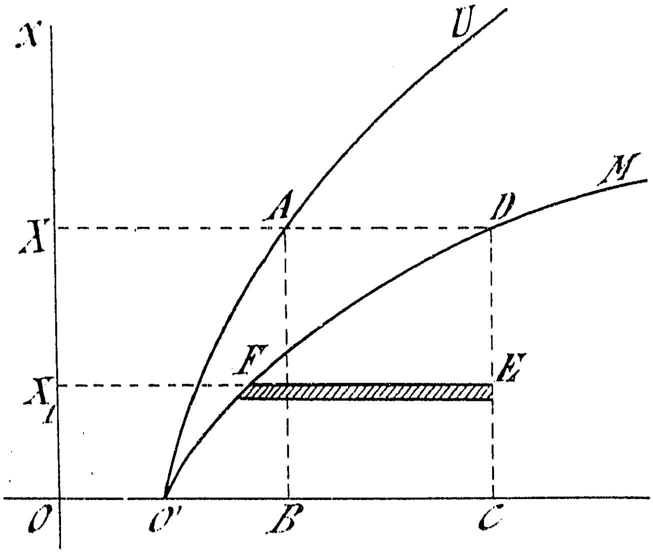

Fig. 25

de venta y conquistar un más privilegiado lugar en el mercado.

Tratemos ahora de examinar el mecanismo por el cual se fija el precio en el mercado, considerando el caso, más general, de que concurran a la producción diversos agentes naturales, que no están en las mismas condiciones de explotación.

Consideremos, primero, el caso de un solo agente natural.

La curva de oferta es una curva cuyas ordenadas definen las cantidades de mercancías que se llevan al mercado, y las abscisas los precios a que pueden venderse. En el caso de la explotación de un agente natural, el precio de venta para una cantidad de mercancía determinada es el precio marginal, como ya se ha dicho; por lo tanto, la curva de oferta será, en este caso, la curva de costes marginales, que se construirá partiendo de la ley de gastos.

Sea $O'U$ la curva de costes unitarios y $O'M$ la de los costes marginales (fig. 25).

Para una producción OX, el coste marginal es OC y el unitario OB; por consiguiente, la renta del productor será $OX(OC - OB)$, o sea, el área del rectángulo $ABCD$.

Por otra parte, sabemos que

$$dR = \big(p - \varphi'(x)\big)dx$$

en donde p es el precio de venta y $\varphi'(x)$ el marginal.

Se tiene entonces que para un elemento dx, a partir de una producción cualquiera, tal como la OX, la renta será:

$$dR = (X_1E - X_1F)dx$$

o sea el área del elemento superficial rayado en la figura, y la renta *total* será, por lo tanto, el área

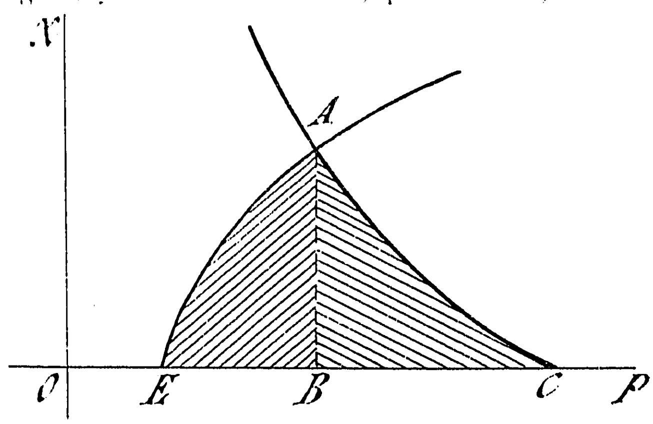

Fig. 26

$O'DC$, cuyo contorno curvilíneo es la ley de costes marginales.

Llévese ahora sobre un mismo diagrama las leyes de oferta y demanda (fig. 26), y se tendrá que AB es la mercancía vendida, OB el precio de venta, el área ABC representa la renta de los consumidores y ABE la renta de los productores.

Si las necesidades del mercado crecen, será preci-

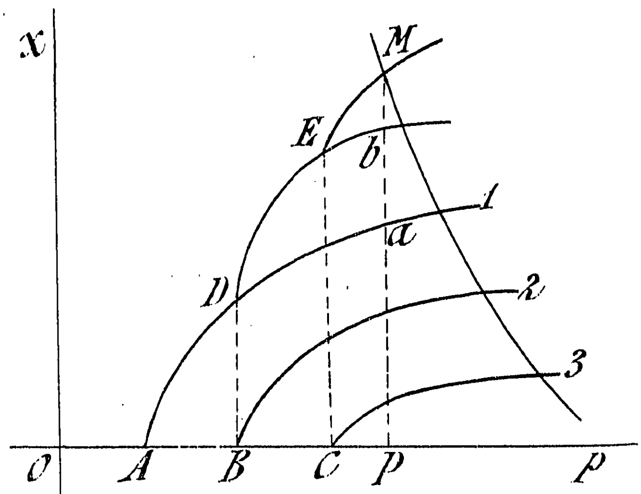

Fig. 27

so poner en explotación nuevos agentes de menor rendimiento, y éste es el caso general a que antes aludíamos.

Es evidente que la ley de oferta en este caso se tiene sumando para cada precio marginal las cantidades de mercancía que puede producir cada agente. Sean (fig. 27) *A1*, *B2*, *C3*, ..., las líneas de oferta de los agentes 1, 2, 3, ... En el intervalo *AB* la oferta es sólo del agente 1; entre *B* y *C* hay que sumar las ordenadas de los agentes 1 y 2; a partir de *C* ya interviene el agente 3, y así sucesivamente.

Si *M* es el punto de intersección de las dos curvas de oferta y demanda, resulta que *MP* es la cantidad de mercancía total vendida y *OP* el precio de venta.

De la figura se deduce que *Pa* es la cantidad vendida del primer agente, *ab* la vendida del segundo y *bM* la del tercero. Las áreas *AaP*, *Dba* y *EMb* miden, respectivamente, las rentas correspondientes a cada agente.

Si se produce una variación en el mercado manifestada por un aumento en la demanda, ninguno de los que explotan los agentes naturales tiene interés en forzar su producción, dado el carácter especial de estas industrias, más costosas cuanto más se produce, y se limitan a esperar a que alguien se decida a poner en explotación un nuevo agente menos productivo. De este modo, sin aumentar el esfuerzo, ven crecer su renta gratuitamente; es la *plusvalía*, fenómeno debido exclusivamente en este caso a la colectividad.

En resumen, en las industrias de productividad decreciente siempre existe beneficio; la competencia se desarrolla en un régimen de perfecta cordialidad, la industria tiende a *fraccionarse* y la renta se distribuye desigualmente entre todas las Empresas. Cuanto más se extiende la producción más numeroso es el fraccionamiento de las Empresas y mayor el beneficio de los productores que producen a costes reducidos.

39. Concurrencia en las industrias de productividad creciente. — La ley del coste de producción que hemos formulado diciendo que el precio de venta en toda industria tiende a igualarse con el coste virtual, cuando hay concurrencia nos conduce en las industrias de productividad creciente a la siguiente

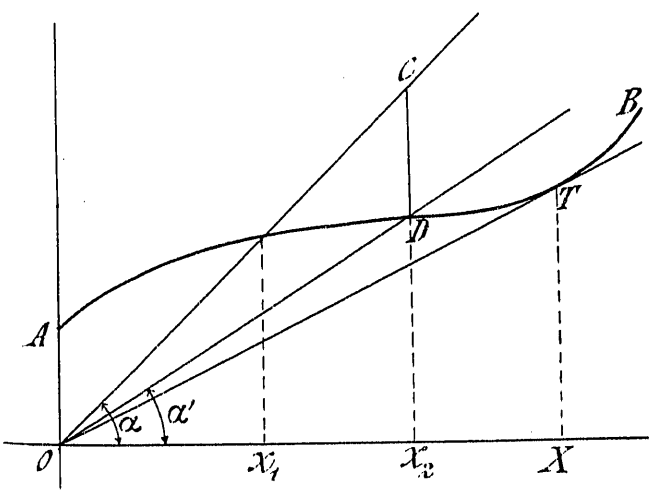

Fig. 28

proposición: cuando el coste unitario disminuye al aumentar la producción, el beneficio tiende hacia cero. En efecto; en estas industrias el coste unitario es el virtual; por consiguiente no existe renta y el beneficio es igual al provecho, el cual tiende hacia cero, pues es la diferencia entre el ingreso y el gasto, según el coste virtual.

Consideremos, como una industria cualquiera de las de productividad creciente, y sea *AB* la curva de gastos. Esta curva partirá de un punto *A* (fig. 28) sobre el eje de los gastos, cuya ordenada *OA* mide las cargas permanentes de gran importancia en estas industrias, en las que el factor *capital* es el predominante.

Tracemos por el origen la recta *OC*, cuya inclinación tag α sobre el eje Ox mide el precio de venta en el mercado. Toda producción inferior a Ox_1 produce pérdida, y para una producción igual a Ox_1 los gastos se cubren con los ingresos. Para obtener, pues, beneficios hay que producir por encima de Ox, por ejemplo, Ox_2, y para esta producción se tendrá un beneficio igual a *Dc*, pues

$$DC = Cx_2 - Dx_2 = (p - u)ox_2$$

A medida que aumenta la producción, el beneficio aumenta, pues los costes unitarios u, medidos por las tangentes de los ángulos α' van disminuyendo, hasta un límite definido por el punto *T* de contacto de la curva de gastos con la tangente trazada desde el origen, al que corresponde una producción *X*, que es la máxima a la cual puede llegarse, dada la importancia de la instalación o capital invertido.

Forzar la producción es penetrar en la rama de la curva donde la industria es decreciente, y no habrá en ello inconveniente si las circunstancias especiales del mercado dieran lugar a una elevación de precios que compensen las desventajas de someter la instalación a un régimen de producción para el que no ha sido calculada. Pero esto, caso de hacerse, debe ser con carácter temporal; lo racional y económico es mantenerse en el régimen normal de producción, y si se quiere aumentar los beneficios no cabe otra solución que aumentar las instalaciones, alejando todo lo más posible el punto *T*, lo cual requiere la inversión de nuevos capitales.

Dedúcese de aquí que en estas industrias todo productor que produzca menos de ox_1 está en pérdida y se verá obligado a abandonar el mercado, a no ser que, modificando su curva de gastos, sobre todo en lo que se refiere a las cargas permanentes, logre disminuir los gastos de producción. De este modo el punto x se aproxima al origen, y el productor podrá salirse de la región de las pérdidas.

Por el contrario, todo productor que produzca más de ox obtiene beneficios, y tanto más cuanto más produzca.

Opuestamente a lo que ocurre en las industrias de productividad decreciente, en las que estamos analizando, el productor no tiene limitada la producción para obtener mayor beneficio; su interés está en producir lo más posible. Pero la demanda es limitada, y si ha de colocar toda su producción no tiene otro medio de conseguirlo que bajar el precio de venta, lo cual le es factible, puesto que los costes de producción van siendo menores a medida que aumenta la producción.

Al bajar el precio en el mercado, todos aquellos productores que producen a un coste más elevado que dicho precio abandonan el mercado; los que producen a un coste igual al precio se encuentran en una posición límite, que al ser rebasada abandonan el mercado igualmente, y no cubierta la mayor demanda en vista de la baja del precio, por el abandono de todos estos productores, es absorbida por los productores a bajo coste casi en su totalidad.

La competencia es aquí completa y absoluta; el fraccionamiento en las industrias, característico de las de productividad decreciente, es sustituído por un hecho completamente contrario: la *concentración* en pocas manos, y hasta en las de un solo y único productor, que se encuentra así poseedor de un *casi monopolio.*

Claro es que para llegar a esta posición de privilegio han tenido necesidad los productores de llevar el precio de venta a un límite muy bajo, próximo, ya que no igual, al coste de producción, y en él habrán de mantenerse si no quieren ver de nuevo aparecer en el mercado a aquellos productores que no se consideran eliminados definitivamente, y que están en espera de una posible elevación de los precios.

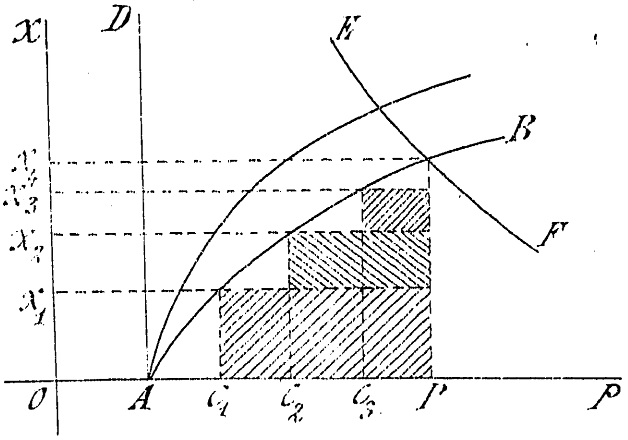

Fig. 29

Sólo en el caso de un seguro abandono por éstos podrá decirse que ha sido destruída la libre concurrencia y sustituída por un verdadero monopolio.

En estas industrias la línea de oferta colectiva *AB* (figura 29) afecta la forma que se dibuja en la figura, en la cual las cantidades ox_1, x_1x_2, x_2x_3, ..., sucesivamente decrecientes, se corresponden con costes c_1, c_2, ..., sucesivamente crecientes, y si P es el precio en el mercado, dada la ley de demanda EF, se ve que los beneficios representados por las áreas rayadas van disminuyendo a medida que va disminuyendo la producción.

Si en el mercado aparece un productor dispuesto a vender a menor precio que P, el productor en la posición límite $c = P$ abandonará el mercado, y la línea de oferta toma la forma de la AC, a la que corresponde un menor precio de venta. A medida que va disminuyendo el precio de venta y van desapareciendo, por lo tanto, productores, la curva de oferta se va deformando, el número de productores que abastece el mercado es cada vez menor, y una posición y forma límite de aquella curva es la recta *AD*, paralela al eje de las x, y a la cual corresponde un precio de venta igual al de menor coste de producción. El beneficio en esta posición límite es evidentemente cero.

40. Concurrencia en las industrias de productividad constante.—Es el caso más sencillo. La línea de gastos es una recta que pasa por el origen (figura 30). Sea *OA* esta recta y *OB* la que define por su inclinación el precio de venta. Cualquier producción ox tiene beneficio y la competencia se manifiesta produciendo mejor y más barato. Es el caso de los pequeños talleres, en los que no se necesitan condiciones especiales para la instalación ni se carece de primeras materias. Para conseguir beneficio, el industrial procura colocar toda su producción, llevando el precio de venta al de coste, ya que en este último incluye el industrial, que es un obrero más, su salario y el interés del pequeño capital que ha necesitado para establecerse.

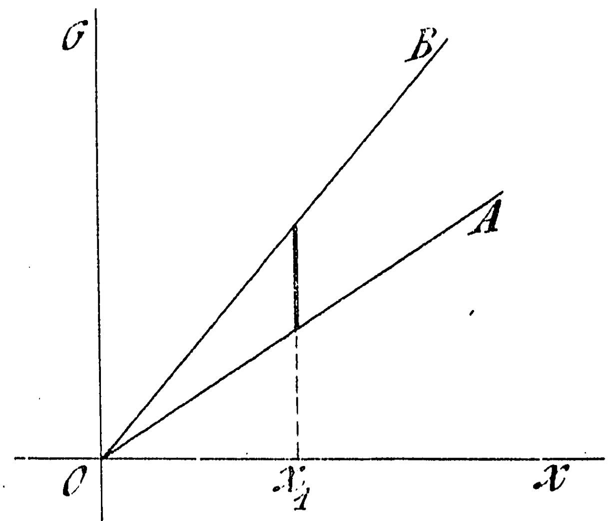

Fig. 30

Una buena administración y una mayor habilidad y aptitud del industrial son las causas principales de aumento de la clientela, y del beneficio, por tanto.

La curva de oferta es una recta paralela al eje de las mercancías y a una distancia igual al coste único de producción.

Carlos DE ORDUÑA
Ingeniero de Caminos

Construcción del embalse de Dixence

Durante una excursión que este verano he realizado por Suiza he tenido ocasión de visitar las interesantísimas obras de la construcción del embalse de la Dixence, y aunque sea en forma parecida a como un turista, profano a nuestra profesión, pudiera describirla, deseo que mediante estas notas llegue a conocimiento de nuestros compañeros obra tan interesante, que se encuentra en período de construcción, digna de visitarse.

Se trata de la construcción de un gran embalse, uno de los más importantes de Suiza y también de Europa, especialmente por su característica de ser embalse de altura, pues el pie de la presa se encuentra a 2 180 m sobre el nivel del mar.