

Colección de puentes de altura estricta¹

Justificación de los detalles estructurales

Series 1.ª y 2.ª—Como en las dos series se ha utilizado el pórtico sencillo, justificaremos simultáneamente los detalles estructurales adoptados.

Hemos partido de la luz 6 m, considerando que, hasta tanto pueden emplearse losas apoyadas, pues no conviene reducir el espesor por bajo de los 25 cm que corresponden a aquella.

Utilizamos dinteles de losa, hasta 10 m de luz inclusive, con espesores límites de 37 cm. en el centro y 50 en los extremos, partiendo otra vez de 10 m para las soluciones de vigas que llegan hasta los 18, luz en que limitamos la serie segunda, juzgando como topes los espesores de viga que le corresponden: 15 centímetros en el centro y 110 en los arranques.

En la primera serie hacemos variar la luz de metro en metro, constando, por consiguiente, de modelos para 6, 7, 8, 9 y 10; en la segunda el intervalo es 2 metros y los modelos 10, 12, 14, 16 y 18.

La adaptación de los modelos a las diferentes alturas que pueden presentarse en la práctica se hace fácilmente, variando el espesor del tabique de modo que su momento de inercia sea proporcional a la altura, consiguiendo así un aumento de sección proporcionada a los esfuerzos, e identidad de condiciones en la sustentación del dintel.

Los cálculos del pórtico se han desarrollado por el procedimiento norteamericano conocido con el nombre de *slope-deflection*, y aunque no varía sino en detalles del correspondiente a "masas elásticas" co-



Fig. 1. Deformaciones de una barra

rientemente empleado en nuestro país, vamos a exponerlo sucintamente.

Considerando una barra tipo pieza prismática, empotrada elásticamente en sus extremos y con secciones de momento de inercia constante, el par de empotramiento, que aparece en el extremo izquierdo, al imprimir una desviación angular θ_0 a esta sección, es:

$$M_0 = 4E \frac{I}{L} \theta_0 \quad [1]$$

En las mismas condiciones el par de empotramiento que aparece al imprimir la desviación θ_1 en la sección de empotramiento opuesta (es decir, la derecha) es:

$$M_1 = 2E \frac{I}{L} \theta_1 \quad [2]$$

(Comparando esta expresión con la anterior deducimos que el factor de transmisión es 0,50.)

Y el par correspondiente a una desviación lineal Δ perpendicular al eje de la barra:

$$M_0''' = 6E \frac{I}{L} \frac{\Delta}{L} \quad [3]$$

La deducción de estas expresiones no necesita aclaración especial; pueden obtenerse por cualquiera de los procedimientos elásticos: teorema de Castigliano, método de los trabajos virtuales, teorema de las áreas, etc.

Si de la pieza prismática con momento de inercia constante pasamos al caso de inercia variable, recordando las definiciones de coeficiente elástico y factor de transmisión, vemos que será preciso introducir estos dos coeficientes, afectando el primero a la masa elástica $\frac{I}{L}$ y el segundo a los términos en que intervengan desviaciones angulares en extremos opuestos.

Así las fórmulas generales, al tener en cuenta giros y desplazamientos normales de los apoyos, serán:

Extremo izquierdo:

$$M_0 = 4Ek_0 \frac{I}{L} \left[\theta_0 + \alpha_0 \theta_1 - (1 + \alpha_0) \frac{\Delta}{L} \right] + \mu_0 \quad [4]$$

Extremo derecho:

$$M_1 = 4Ek_1 \frac{I}{L} \left[\theta_1 + \alpha_1 \theta_0 - (1 + \alpha_1) \frac{\Delta}{L} \right] + \mu_1 \quad [5]$$

donde:

k_0 y k_1 son los coeficientes elásticos izquierdo y derecho.

α_0 y α_1 , los factores de transmisión ídem íd.

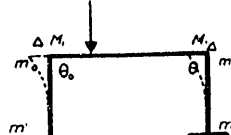
μ_0 y μ_1 , los momentos de empotramiento perfecto, originados por los esfuerzos actuantes.

El sentido positivo para los desplazamientos lineales y angulares es el de las agujas de un reloj, y también para los pares de empotramiento, debiendo advertirse que al considerar directamente a éstos es preciso tener en cuenta que los momentos flectores, en la convención corriente, coinciden en signo para el extremo izquierdo, pero tienen el contrario en el derecho.

La aplicación del procedimiento a una estructura es de sobra conocida: se llega a un sistema de ecuaciones lineales en el que figuran dos ecuaciones por barra, análogas a las [4] y [5], y una ecuación por nudo, que denota la indeformabilidad del enlace, expresando la anulación mutua de todos los pares de empotramiento. Con estas ecuaciones tenemos bastante para resolver el problema cuando podemos prescindir de las deformaciones lineales en los nudos, o éstas son debidas a causas exteriores (variación termohigrométrica o asiento accidental de los apoyos); pero en el caso contrario¹, dentro del cual queda el

¹ Véase el número anterior, página 41.

Cuadro núm. 1. Cálculos para actuación de una fuerza



$$\begin{cases} \text{Ecuaciones de nudo} \\ M_1' + m_0 = 0 \\ M_1 + m_1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Ecuaciones de barra} \\ M_1' = 4Ek_v \alpha (2\theta_0 \cdot \theta_1) + \mu \\ M_1 = 4Ek_v \alpha (2\theta_1 + \theta_0) + \mu' \\ m_0 = 2Ek_p (2\theta_0 - 3 \frac{\Delta}{h}) \\ m_0' = 2Ek_p (\theta_0 - 3 \frac{\Delta}{h}) \\ m_1 = 2Ek_p (2\theta_1 - 3 \frac{\Delta}{h}) \\ m_1' = 2Ek_p (\theta_1 - 3 \frac{\Delta}{h}) \end{cases}$$

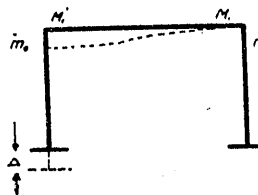
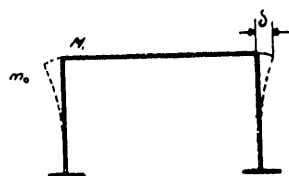
$$\begin{cases} \text{Ecuación de equilibrio} \\ m_1 + m_2 + m_1' + m_2' = 0 \end{cases}$$

		Fuerza ca.:			M ₁	M ₁ '	m ₀	m ₁
$q = 0.20$ $\frac{L}{L_0} = 2$ $\frac{k_p}{k_v} =$	4	0.2L	0.4L	0.5L	0.098	0.054	0.016	0.016
		0.127	0.104	0.046	0.069			
	8	0.122	0.122	0.061	0.061			
		0.1367	0.1046	0.0569	0.0845			
	4	0.125	0.125	0.0735	0.0735			
		0.0685	0.0325	0.0072	0.0435			
$q = 0.25$ $\frac{L}{L_0} = 2$ $\frac{k_p}{k_v} =$	4	0.127	0.0664	0.0193	0.0748			
		0.125	0.125	0.062	0.062			
	8	0.0785	0.0275	0.0092	0.0506			
		0.1337	0.0590	0.0242	0.0914			
	0.1275	0.1275	0.075	0.075				
	$q = 0.20$ $\frac{L}{L_0} = 3$ $\frac{k_p}{k_v} = 4$	4	0.103	0.053	0.014	0.064		
0.132			0.107	0.047	0.073			
8		0.126	0.126	0.063	0.063			
		0.0785	0.0275	0.0092	0.0506			
0.1337		0.0590	0.0242	0.0914				
0.1275		0.1275	0.075	0.075				

Cuadro núm. 2. Variación de temperatura y asiento

Variación de temperatura

Desnivelación de los apoyos.



$$\begin{cases} \text{Ecuaciones} \\ M_1 + m_0 = 0 \\ M_1' = 4Ek_v \alpha \theta \\ m_0 = 2Ek_p (2\theta - 3 \frac{\delta}{h}) \\ m_0' = 2Ek_p (\theta - 3 \frac{\delta}{h}) \\ \delta = 0.00001 \times 0.50L \epsilon \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Ecuaciones} \\ M_1' + m_0 = 0 \\ M_1' = 4Ek_v \alpha (3\theta - 6 \frac{\Delta}{L}) \\ m_0 = 4Ek_p \theta \\ m_0' = 2Ek_p \theta \end{cases}$$

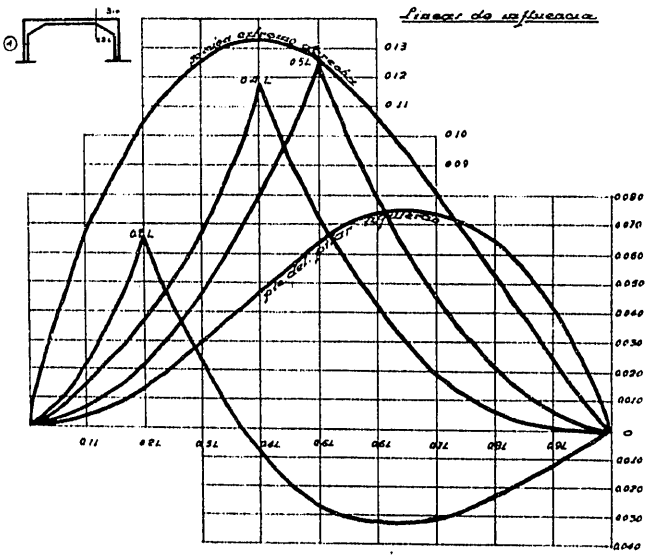
		M	m'
$\frac{R_p}{R_v}$	4	+15 $6 \times 10^{-4} \frac{L}{h}$	$2.6 \times 10^{-4} \frac{L}{h}$
		-25 $10 \times 10^{-4} \frac{L}{h}$	$4.3 \times 10^{-4} \frac{L}{h}$
	8	+15 $6.3 \times 10^{-4} \frac{L}{h}$	$3.0 \times 10^{-4} \frac{L}{h}$
		-25 $10.6 \times 10^{-4} \frac{L}{h}$	$5.0 \times 10^{-4} \frac{L}{h}$

I_v en cm⁴
h en mm.

		M	m'
$\frac{R_p}{R_v}$	4	0.01 $0.14 \frac{L}{h}$	$0.07 \frac{L}{h}$
		0.05 $0.10 \frac{L}{h}$	$0.35 \frac{L}{h}$
	8	0.01 $0.10 \frac{L}{h}$	$0.08 \frac{L}{h}$
		0.05 $0.80 \frac{L}{h}$	$0.40 \frac{L}{h}$

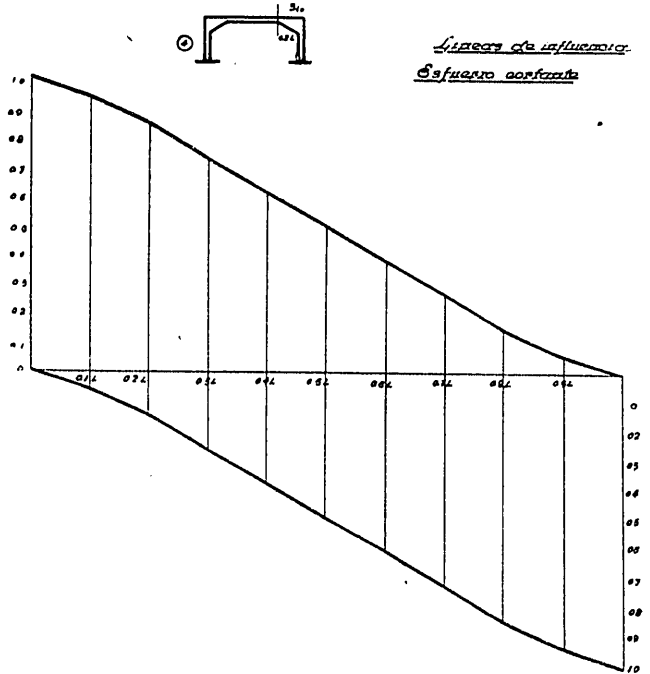
L_v en cm⁴
L en mm.

Cuadro núm. 3



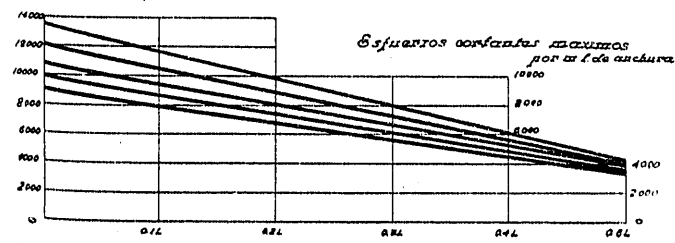
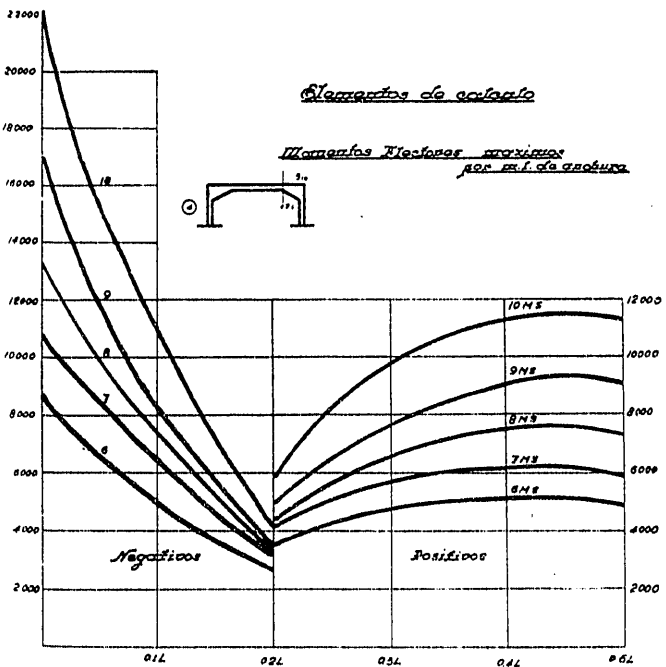
Sección	Momentos en:								
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0	0.0650	0.1032	0.1250	0.1325	0.1260	0.1069	0.0810	0.0533	0.0250
0.2	0.0220	0.0068	0.0240	0.0074	0.0260	0.0320	0.0315	0.0233	0.0120
0.4	0.0150	0.0368	0.0670	0.1177	0.0740	0.0428	0.0195	0.0067	0.0016
0.5	0.0070	0.0217	0.0460	0.0803	0.1240	0.0803	0.0460	0.0217	0.0070
m	0.0035	0.0135	0.0290	0.046	0.063	0.073	0.073	0.064	0.043

Cuadro núm. 4



	Momentos en:										
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Resistencia	100	0.90	0.80	0.70	0.60	0.50	0.40	0.30	0.20	0.10	0
Esfuerzos	0	0.04	0.05	0.03	0.02	0	0.02	0.03	0.05	0.04	0
Taludes	100	0.94	0.85	0.75	0.62	0.50	0.38	0.27	0.16	0.05	0

Cuadro núm. 5



Cuadro núm. 6

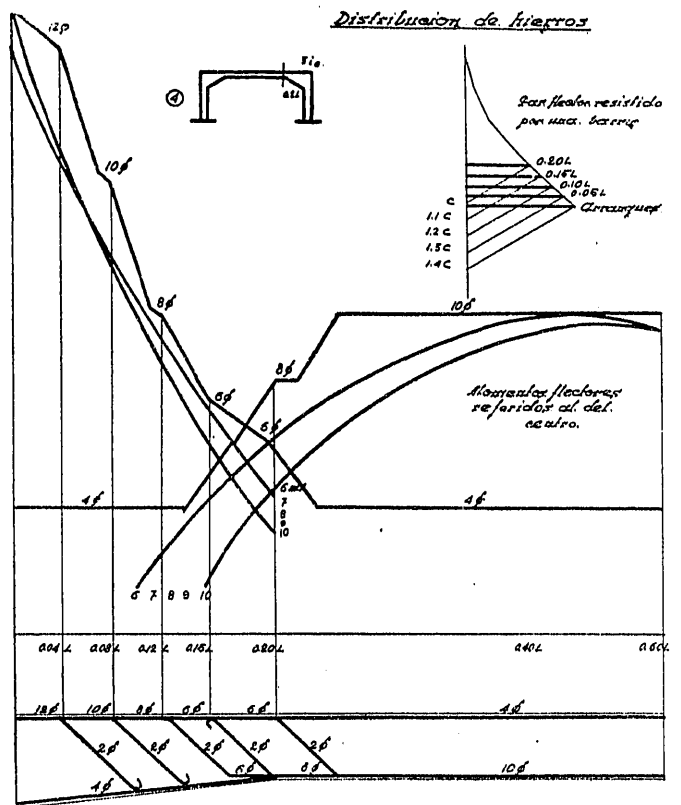


Tabla núm. 1. Resumen de los momentos flectores y cálculo de los dinteles

	Luz 0.75f				Luz 0.875f				Luz 0.9375f				Luz 1.000f											
	M	M ₂ +	M _{0.2}	M _{0.4}	M	M ₂ +	M _{0.2}	M _{0.4}	M	M ₂ +	M _{0.2}	M _{0.4}	M	M ₂ +	M _{0.2}	M _{0.4}	M _{0.5}							
Peso propio	5510	0	2630	2950	8250	0	3655	4150	12000	0	6280	6000	11500	0	7400	8450	25100	10900/2400						
Abrazaca/2900	6270	3080	11200	11700	16000	1300	3780	13100	20150	8350	4230	15350	24500	9370	4700	17400	18400	10500	5360	20100	21000			
Temperatura	80	80	130	130	100	100	170	170	150	130	220	220	210	210	350	350	320	530	530	530	530			
Desviación	7600	4550	1520	0	8000	4800	4800	1600	1400	4450	4450	1480	9100	5460	1820	0	11200	6700	6700	2240	0			
Total	26090	10980	1160	15980	32350	12200	8750	18525	39680	2930	8900	2230	51310	15040	10510	26970	27200	66420	17520	12590	33770	33930		
Por m.l.	8100	3630	2580	5160	4930	10180	4010	2920	13230	4310	2930	7440	17100	5010	3500	8990	9070	22140	5840	4200	11260	11310		
Centro	c = 22(25)	w = 23.8	(10ϕ18)	c = 24.5(27)	w = 26.3	(10ϕ19)	c = 27(30)	w = 29.2	(10ϕ20)	c = 30(33)	w = 32.4	(10ϕ21)	c = 33(37)	w = 36.4	(10ϕ22)	c = 36(39)	w = 39.0	(12ϕ20)	c = 41(44)	w = 44.3	(12ϕ21)	c = 43(47)	w = 47.4	(12ϕ22)
	c = 29.5(32)	w = 31.8	(2ϕ18)	c = 33(35)	w = 36.6	(2ϕ19)	c = 36(39)	w = 39.0	(12ϕ20)	c = 41(44)	w = 44.3	(12ϕ21)	c = 43(47)	w = 47.4	(12ϕ22)	c = 45(50)	w = 50.7	(12ϕ22)						

Tabla núm. 2. Comprobación al esfuerzo cortante

	Luz 0.75f			Luz 0.875f			Luz 0.9375f			Luz 1.000f													
	0.2L	0.5L	Pilar	0.2L	0.5L	Pilar	0.2L	0.5L	Pilar	0.2L	0.5L	Pilar											
Peso propio	5640	3600	0	2060	2060	2060	1070	4530	0	3080	9000	5750	0	4500	4500	4500	15000	0	0	15000	0	0	9400
Abrazaca	19200	14300	1800	4850	20500	20500	15400	7800	6000	6000	21800	16500	7900	3600	22800	17200	8200	26600	18000	26600	2240	2240	11200
Desviación	2530	2530	2800	2800	2290	2290	2290	2290	3000	1850	1850	1850	2800	2800	2020	2020	2020	3400	2240	2240	2240	2240	4200
Total	27370	20430	10330	9710	19360	22220	10090	12080	32650	24100	9750	14900	36340	26620	10220	19150	40840	29240	10820	10820	24800	24800	24800
Por m.l.	9120	6310	3440	3230	9950	7410	3360	4030	10380	8030	3250	3970	12110	8870	3410	6380	13610	9740	3610	3610	3610	3610	8260
Tensión max del hormigón													4.30 kg/cm ²			4.20 kg/cm ²			4.10 kg/cm ²				
Tensión considerada													4.30 kg/cm ²			4.20 kg/cm ²			4.10 kg/cm ²				

pórtico sencillo, es preciso considerar las nuevas incógnitas Δ y obtener nuevas ecuaciones, expresando relaciones totalitarias entre los elementos que componen la estructura. Así, por ejemplo, en el pórtico sencillo se obtiene esta relación cortando los pilares en la coronación y en la base, y expresando que la suma de todos los pares que pasan a ser exteriores es nula.

Como en todos los procedimientos corrientemente utilizados, en éste se prescinde de la influencia de las compresiones longitudinales y esfuerzos transversales, cuyos efectos son de muy poca importancia.

La elección del tipo de pórtico más conveniente se ha llevado a cabo considerando diversos dinteles de los estudiados en viga doblemente empotrada y tabiques con distinta rigidez elástica establecida en relación con la de aquéllos. En cada uno de los casos hemos determinado los momentos flectores correspondientes a todos los esfuerzos actuantes, para luces comprendidas entre 6 y 18 metros y alturas entre 2 y 8, comparando los máximos momentos flectores en cada sección con el momento de inercia correspondiente. Así hemos llegado a seleccionar los dinteles, que en ambas series triplican el momento de inercia central, mediante acartelamientos hasta el quinto de la luz en la primera y el cuarto en la segunda, más amplios estos últimos teniendo en cuenta que, además del aumento de espesor, suponen la presencia de un forjado inferior, y, por consiguiente, la eficacia de la viga en T para los momentos negativos.

Como esfuerzos actuantes hemos considerado:

- 1) Peso propio y del pavimento;
- 2) Sobrecarga móvil;
- 3) Variación de temperatura $+15$ a -25° C;
- 4) Desnivelación de los apoyos en 4 cm;
- 5) Empuje de las tierras en uno (a) o en ambos lados (b).

Para los dinteles establecemos la hipótesis de actuación de los 1), 2), 3) y 4), pues el considerar, además, el 5 a) sería demasiado desfavorable y con el 5 b) no puede contarse en todos los casos. En cambio, para los tabiques suponemos además, la actuación del 5 a) independiente o sumado a los anteriores.

Para la hipótesis más desfavorable de concentración de cargas hemos supuesto el ancho de una vía con la sobrecarga correspondiente, considerando que en las losas interviene todo el ancho de 3 metros, y que en las vigas se lo reparten las dos incluídas de un modo desigual, cargando una de ellas con el 60 por 100 del total. Así nos queda libre a cada lado una zona de 30 centímetros en las losas (con espesor reforzado por el sobrealto de acera) y media viga en las otras soluciones, que, además de constituir un refuerzo lateral, forman elemento para sustentación de los paseos.

El resumen de los cálculos efectuados es el siguiente:

A) Determinación de los momentos de empotramiento en dintel y tabiques, para varias posiciones de la fuerza unidad (cuadro núm. 1).

B) Determinación de los momentos de empotramiento para variaciones de temperatura y retracción de fraguado, y desnivelación de los apoyos (cuadro núm. 2).

C) Determinación de los momentos de empotramiento correspondientes al empuje de tierras en uno o en los dos tabiques.

D) Deducción de las líneas de influencia de los momentos flectores y esfuerzos cortantes en las secciones más interesantes. (Ejemplo: cuadros números 3 y 4.)

E) Obtención de los momentos flectores y esfuerzos cortantes máximos en las secciones más interesantes de cada una de las luces consideradas (cuadro núm. 5).

F) Cálculo de espesores y armaduras en las secciones central y extremas de los dinteles (tabla número 1).

G) Distribución de los hierros de la armadura principal en las secciones intermedias de los dinteles (cuadro núm. 6).

H) Cálculo de la armadura secundaria de los dinteles cuando sea precisa, o comprobación de la resistencia del hormigón a los esfuerzos correspondientes (tabla núm. 2).

I) Obtención de los esfuerzos más desfavorables para el tabique en las dos hipótesis siguientes: 1), máximo momento flector, y 2), máxima compresión longitudinal.

J) Comprobación de la armadura de los tabiques.

En los modelos de la primera serie disponemos únicamente armaduras longitudinal y transversal de repartición, no siendo preciso armadura secundaria, pues la componente tangencial máxima de la tensión en los puntos más cargados no pasa de 4,5 kilogramos por centímetro cuadrado, considerando únicamente el hormigón; hipótesis muy alejada de la realidad, pues con la distribución de hierros adoptada los levantados absorben íntegramente las tensiones tangenciales en las zonas extremas, que son las más cargadas.

En la armadura principal hemos procurado emplear hierros de poco diámetro, para lo cual los hemos distribuido a razón de 10 por metro lineal en el centro, correspondiendo 12 del mismo calibre en los extremos, obteniendo así las separaciones mínimas compatibles con el buen hormigonado.

También hemos procurado conseguir una trabazón perfecta a lo largo de toda la estructura, para lo cual en los dinteles permanecen cuatro barras por metro lineal, tanto en la zona superior como en la inferior, y otras cuatro pasan de ésta, en la zona central, a aquélla, en las zonas extremas; a los tabiques pasan cuatro de las barras continuas del dintel, y otras cuatro suplementarias de los extremos, que aseguran una perfecta solidaridad. La unión de los tabiques con el cimiento se establece mediante anclaje de las barras verticales y adición de los hierros a escuadra, que justificamos en el artículo anterior.

El verdadero problema de armado en un pórtico está en el enlace de tabique y dintel, y lo trataremos con todo detalle en el artículo próximo, a la luz de las experiencias de toda clase que se han llevado a cabo en este elemento estructural.

¹ Siempre que exista una disimetría en la estructura, o en las cargas, es preciso considerar estas deformaciones lineales; son producidas por los esfuerzos longitudinales no equilibrados directamente. Así los norteamericanos las denominan «side-sway».