

Como se ve, la rigidez de estos puentes es extraordinaria.

* * *

No quiero dejar pasar esta ocasión sin comunicar a los lectores de la REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS que el Gabinete Técnico de Accesos y Extrarradio de Madrid va a realizar por primera vez en España, y tal vez en Europa, experiencias sobre el comportamiento elástico y plástico del hormigón armado en puentes.

Estas experiencias serán efectuadas durante el fraguado, en las pruebas y bajo el tráfico normal, con aparatos de auscultación como los ya instalados en algunas presas de embalse. Van a llevarse a cabo en el puente sobre el Manzanares que une los trozos primero y segundo, ya en construcción, de la carretera de El Pardo a la Sierra de Guadarrama.

Del resultado de estas experiencias ofrezco hablar en la REVISTA, contando con la amabilidad de su director, ya que también estoy encargado de las obras, ya comenzadas, de ese puente.

Silverio DE LA TORRE PARRAS
Ingeniero de Caminos

Introducción a la mecánica de tierras

1.º El problema

El estudio de una cimentación tiene, como es bien sabido, dos partes: una se refiere al cimiento propiamente dicho, y la otra al terreno que absorbe las presiones transmitidas por dicho cimiento. Cuando se conoce esta ley de transmisión es ya fácil resolver la primera parte del problema utilizando los recursos de la resistencia de materiales.

Para comprobar la estabilidad de la sustentación, en el caso de cimentaciones directas, se determinan las cargas extremas sobre el terreno (figuras 1 y 2) y se comparan con un cierto coeficiente práctico, extraído casi siempre de los manuales. Además, la componente tangencial H debe ser absorbida por el rozamiento entre la base de la obra y el terreno.

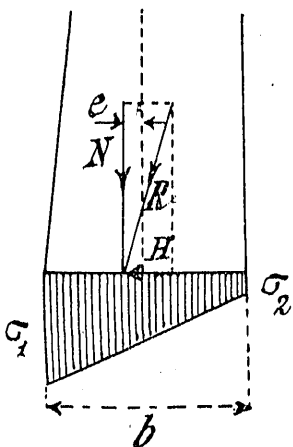
Este método supone implícitamente las siguientes hipótesis: 1.º El terreno obedece a la ley de Hooke. 2.º La acción de la carga R sólo afecta al prisma de tierras que cubre la solera del cimiento.

La primera hipótesis sólo puede admitirse en con-

proyecto a los cálculos rudimentarios que acabamos de exponer.

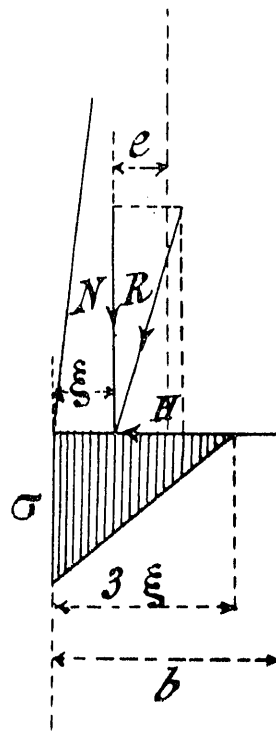
Existe hoy un cuerpo de doctrina, sistematizado por Terzaghi, para realizar el estudio de estas cimen-

Fig. 1



$$\sigma_{1,2} = \frac{N}{b} \left(1 \pm \frac{6e}{b} \right)$$

$$(e \leq \frac{b}{6})$$



$$(e > \frac{b}{6})$$

$$\sigma = \frac{2}{3} \cdot \frac{N}{\xi}$$

Fig. 2

taciones del mismo modo, si bien con principios diferentes, que se calcula una estructura elástica. Este nuevo capítulo de la técnica moderna, llamado "mecánica de tierras", se ocupa de determinar, mediante ensayos de laboratorio, las constantes físicas (rozamiento interno, cohesión, etc.) que caracterizan el comportamiento de un terreno, para calcular con ellas el régimen de tensiones moleculares y de deformaciones en un punto cualquiera de su masa sometida a un sistema conocido de fuerzas exteriores. Concretamente, por lo que se refiere al problema de una cimentación, la mecánica de tierras trata de investigar las relaciones mutuas entre los elementos siguientes: fuerzas exteriores, sus líneas o superficies de aplicación, profundidad del cimiento, asientos y duración de la carga.

tados casos. La segunda, nunca. Por eso, en cimentaciones de cierta importancia, sobre tierras sueltas o arcillas dotadas de mayor o menor cohesión, no es posible limitar el estudio de la parte fundamental del

Cincuenta años de experiencias realizadas en los laboratorios de las Escuelas técnicas por eminentes investigadores (Kick, Müller-Breslau, Föppl, Krey, etcétera) han cuajado en una teoría que, estando muy lejos de resolver en toda su generalidad los difíciles problemas planteados, es aplicable a los casos particulares más frecuentes en la práctica. Nuestro propósito es bosquejar las líneas preliminares de esta mecánica, cuya utilidad para el ingeniero es indiscutible.

2.º Las ecuaciones de Boussinesq

La teoría arranca de las ecuaciones de Boussinesq sobre un semiespacio no pesado, homogéneo, isótropo,

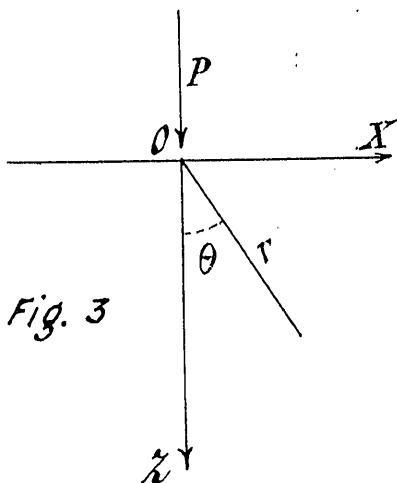


Fig. 3

siguiendo la ley de Hooke, y sin tensiones internas iniciales.

Suponiendo horizontal la superficie libre XY de dicho semiespacio y aplicando una fuerza aislada y vertical P en el origen de coordenadas, bastará estudiar el tensor elástico en los puntos de un meridiano (fig. 3).

Representando por E y m los coeficientes de elasticidad y de Poisson que caracterizan el semiespacio, y con arreglo a las notaciones de la figura 4, las ecuaciones de Boussinesq¹ en el punto de coordenadas r, theta son las siguientes:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \frac{3P}{2\pi r^2} \cos^3 \theta \\ \sigma_h &= \frac{P}{2\pi r^2} \left(3 \cos \theta \sin^2 \theta - \frac{m-2}{m} \frac{1}{1+\cos \theta} \right) \\ \sigma_t &= -\frac{m-2}{m} \frac{P}{2\pi r^2} \left(\cos \theta - \frac{1}{1+\cos \theta} \right) \\ \tau &= \frac{3P}{2\pi r^2} \cos^2 \theta \sin \theta \end{aligned} \right\} [1]$$

Las dos tensiones tangenciales restantes son nulas, de manera que sigma_t es una tensión principal, y los meridianos son planos principales. Según se deduce de la citada figura 4, los valores positivos de sigma representan compresiones, y los negativos tracciones.

Representando por sigma_r la componente normal diri-

gida según el radio vector, puede calcularse su valor expresando el equilibrio del tetraedro elemental.

Así resulta

$$\sigma_r = \frac{P}{\pi r^2} \left(\frac{2m-1}{m} \cos \theta - \frac{m-2}{2m} \right) [2]$$

y la componente tangencial correspondiente a esta sigma_r es

$$\tau_r = \frac{m-2}{m} \frac{P}{2\pi r^2} \frac{\sin \theta \cos \theta}{1+\cos \theta} [3]$$

El caso de un material cuyo coeficiente de dilatación cúbica sea cero es sumamente notable. Como es bien sabido, la condición

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 [4]$$

trae como consecuencia m=2. Se prescinde para ello de las variaciones ocasionadas por las diferencias de temperatura. Entonces se verifica tau_r = 0, de modo que sigma_r es la segunda tensión principal. Completando el triedro de tensiones principales veremos que la tercera, sigma_s, está situada en el plano del meridiano. Pues bien, calculando su valor resulta que para m=2,

$$\sigma_s = \sigma_t = 0 [5]$$

de manera que todas las ecuaciones de Boussinesq se reducen a ésta, sencillísima:

$$\sigma_r = \frac{3P}{2\pi r^2} \cos \theta [6]$$

El régimen elástico del semiespacio es axial, y las trayectorias principales constituyen una radiación de

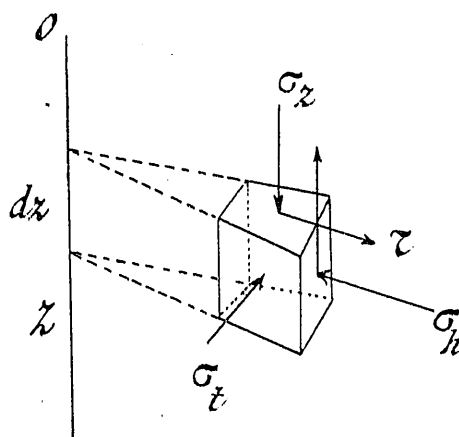


Fig. 4

semirrectas, cuyo vértice es el punto de aplicación de la fuerza P. Esta notable propiedad constituye el principio de la propagación rectilínea de las tensiones. Como sigma_r es siempre positiva (por ser 0 <= theta <= 90º), representa una compresión, de manera que dicho principio es válido, aunque el material sea incapaz de resistir tracciones.

Aunque el principio de propagación se ha deduci-

¹ Boussinesq: *Application des potentiels a l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques*. París 1885.

do para el caso $m=2$, Michell ha hecho observar que prácticamente puede ampliarse su validez al intervalo

$$2 < m \leq 4 \quad [7]$$

lo cual es una conclusión muy importante.

Calculando las funciones u y w , que expresan los desplazamientos horizontales y verticales de los puntos de un meridiano, resulta (fig. 5)

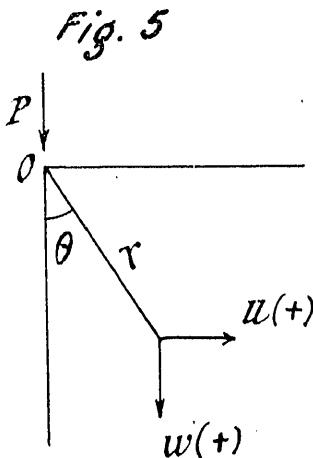
$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{P}{2\pi r'} \frac{m+1}{mE} \left(-\frac{m-2}{m} + \cos\theta + \cos^2\theta \right) \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \\ w &= \frac{P}{2\pi r'} \frac{m+1}{mE} \left(\frac{2(m-1)}{m} + \cos^2\theta \right) \end{aligned} \right\} [8]$$

la componente v es nula por razones de simetría. Conviene destacar que w es siempre positiva y representa un descenso.

Como todas las ecuaciones de Boussinesq son lineales en P , podemos aplicar el principio de superposición de efectos y calcular los valores de las tensiones en el caso de una carga continua, uniforme, cuya traza sobre el plano límite horizontal sea una recta. Se ve fácilmente que bastará estudiar el régimen elástico plano sobre una orientación perpendicular a dicha traza.

3.º Caso de un semiespacio homogéneo no isótropo

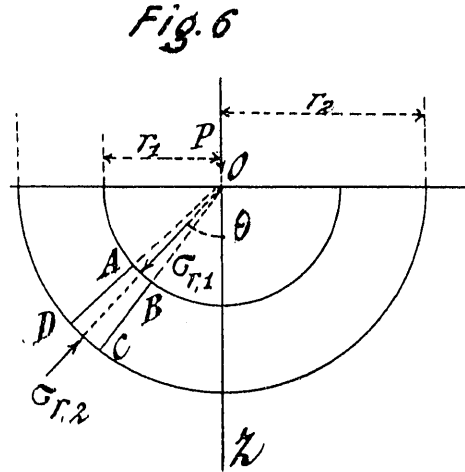
La teoría que acabamos de exponer no es aplicable a las tierras porque, aun prescindiendo de su peso propio, cuya influencia puede estimarse aparte en virtud del principio de superposición, les falta la condición de isotropía, y tampoco obedecen a la ley de Hooke. Pero recordando que el principio de propagación rectilínea, conforme hemos expuesto, se traduce en un régimen de compresiones, único posible en aquellos cuerpos incapaces de absorber esfuerzos de tracción (tierras sueltas, sin cohesión), y como, por otra parte, las experiencias de laboratorio con-



firman la validez de esta hipótesis en los casos prácticos, se acepta dicho principio de propagación para establecer sobre él la teoría del semiespacio homogéneo, no isótropo.

Empezaremos considerando el caso más sencillo de una fuerza vertical aislada P actuando sobre un punto O de la superficie. En virtud de la homogeneidad

del material, será suficiente estudiar el régimen de tensiones en los puntos de un meridiano. Entonces, según el principio de propagación, todo el problema



se reduce a determinar σ_r como una función de las coordenadas del punto multiplicada por la fuerza P .

$$\sigma_r = P \cdot f(r, \theta) \quad [9]$$

Para determinar esta función escribamos la ecuación de equilibrio del elemento que se forma por el giro de $ABCD$, alrededor del eje Z , de un ángulo infinitésimo $d\psi$. Representando por $d\omega$ el ángulo sólido que proyecta desde O el elemento de volumen, tendremos

$$\sigma_{r1} r_1^2 d\omega = \sigma_{r2} r_2^2 d\omega$$

de donde sale la relación

$$\sigma_{r1} : \sigma_{r2} = \frac{1}{r_1^2} : \frac{1}{r_2^2} \quad [10]$$

Esto nos indica que nos encontramos, como en el semiespacio isótropo, ante una distribución newtoniana. Podremos escribir

$$\sigma_r = \frac{P}{r^2} f(\theta)$$

Para determinar la función $f(\theta)$ observemos que σ_r es nula en la superficie ($\theta = 90^\circ$) y máxima en el eje Z ($\theta = 0^\circ$), suponiendo r constante. Esto indica una proporcionalidad con el coseno de θ o alguna de sus potencias.

No hay, pues, inconveniente en admitir la siguiente ley

$$\sigma_r = k \cdot P \frac{\cos^{v-2} \theta}{r^2} \quad [11]$$

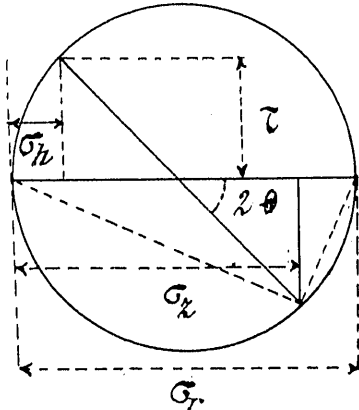
siendo v un exponente a determinar, según el comportamiento elástico del material, y k una constante isostática de proporcionalidad, cuyo valor,

$$k = \frac{v}{2\pi} \quad [12]$$

se obtiene expresando el equilibrio de una semiesfera cuyo centro es O .

El parámetro ν se llama factor de concentración. El caso de isotropía corresponde a $\nu = 3$. Tratándose de un estado elástico plano definido por σ_r y la segunda tensión principal nula, podemos aplicar la representación gráfica de Mohr para calcular las ten-

Fig. 7



siones vertical (σ_z), horizontal (σ_h) y la tangencial (τ) correspondiente a ambas.

De la figura 7 se deduce fácilmente

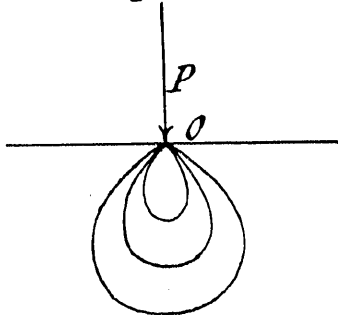
$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \sigma_r \cos^2 \theta \\ \sigma_h &= \sigma_r \sin^2 \theta \\ \tau &= \sigma_r \sin \theta \cos \theta \end{aligned} \right\} [13]$$

donde, en vez de σ_r , hay que sustituir el valor [11] con la condición [12].

Como las fórmulas [11] y [13] están expresadas mediante coordenadas polares, resulta fácil estudiar la variación de cualquier tensión a lo largo de un radio vector o de una semicircunferencia de centro O . Así se obtiene una idea clara del campo de tensiones para distintos valores del factor de concentración.

También ofrecen interés las curvas relativas a puntos de una recta horizontal o vertical. Merecen especial mención dos haces de curvas llamadas isó-

Fig. 8



baras e isócronas, respectivamente. El haz de isóbaras está definido por la ecuación

$$\sigma_z = \text{constante}$$

La forma de este haz, comprobada con experiencias hechas en Pensilvania el año 1913, recuerda la es-

tructura de una cebolla (fig. 8), y por eso se llama bulbo de compresiones.

El haz de isócronas está definido por la ecuación

$$\sigma_r = \text{constante}$$

Tiene también la forma de bulbo y recibe su nombre por ciertas propiedades fotoelásticas que no es de este caso detallar.

En la forma de todas las curvas influye, aunque no esencialmente, el factor de concentración. Si se tratara de una fuerza horizontal H (fig. 9), el principio de propagación conduce a la fórmula

$$\sigma_r = \frac{\nu H}{2\pi r^2} \text{sen}^{\nu-2} \theta \quad [14]$$

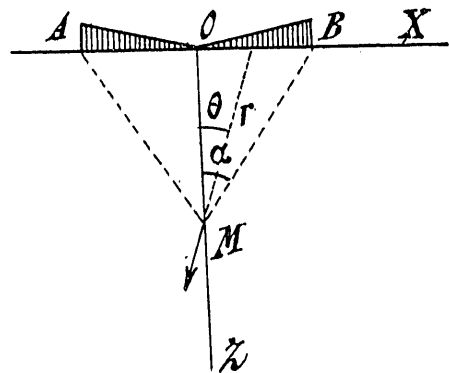
4.º Ejemplo práctico

Las fórmulas anteriores permiten calcular las tensiones que se desarrollan para distintas hipótesis de carga.

Supongamos una carga continua y uniforme q sobre una superficie circular, y se quiere calcular la tensión vertical σ_z correspondiente a un punto M del eje (fig. 9).

Considerando dos meridianos que formen un án-

Fig. 9



gulo $d\psi$ y calculando el valor $\sigma'_z d\psi$ que produce en M la parte de carga $q \cdot x d\psi$ limitada por ellos, bastará efectuar la cuadratura

$$\sigma_z = \int_0^\pi \sigma'_z d\psi$$

para obtener el valor deseado.

Para calcular σ'_z hay que considerar sobre AB una carga continua de intensidad $q \cdot x d\psi$. La ley de variación de esta carga aparece en la figura 9.

Cada dos elementos simétricos de carga superficial determinan sobre M tensiones dirigidas según los radios respectivos, y cuya intensidad, en virtud de las fórmulas [11] y [12], vale

$$\frac{\nu}{2\pi} q \cdot x d\psi d\psi \frac{\cos^{\nu-2} \theta}{r^2}$$

Ambas originan la misma tensión vertical, que, en virtud de la primera fórmula del grupo [13], vale

$$\frac{v}{2\pi} \rho v d\psi d\alpha \frac{\cos^v \theta}{r^2}$$

y su resultante valdrá el doble de la anterior expresión. Sustituyendo en ella

$$\alpha = z \operatorname{tg} \theta \quad d\alpha = z \frac{d\theta}{\cos^2 \theta} \quad r = \frac{z}{\cos \theta}$$

y simplificando, tendremos

$$\sigma'_z d\psi = 2 \int_0^{\theta} \frac{v}{2\pi} \rho \operatorname{tg} \theta \cos^v \theta \cdot d\psi \cdot d\theta$$

y, por último,

$$\sigma_z = \frac{v}{\pi} \rho \int_0^{\pi} d\psi \int_0^{\theta} \operatorname{tg} \theta \cos^v \theta d\theta$$

Para expresar esta tensión en términos finitos hay que atribuir a v el valor que corresponda a la clase del material, según veremos más adelante.

Federico ALICART
Ingeniero de Caminos

El V Congreso Nacional de Riegos de Valladolid

Con el mayor éxito se celebró en Valladolid, del 23 al 30 del pasado septiembre, el V Congreso Nacional de Riegos, cuyo temario y programa habíamos anunciado en números anteriores.

El acto inaugural, presidido por el jefe del Estado, que por primera vez ha dado realce con su presencia a estos Congresos, ofreció un interés extraordinario, no sólo por este hecho, sino también por las circunstancias de orden político que ocasionalmente le acompañaban, y que hacían esperar con impaciente curiosidad el discurso que había de pronunciar S. E. el Presidente de la República, que fué con este motivo clamorosamente ovacionado.

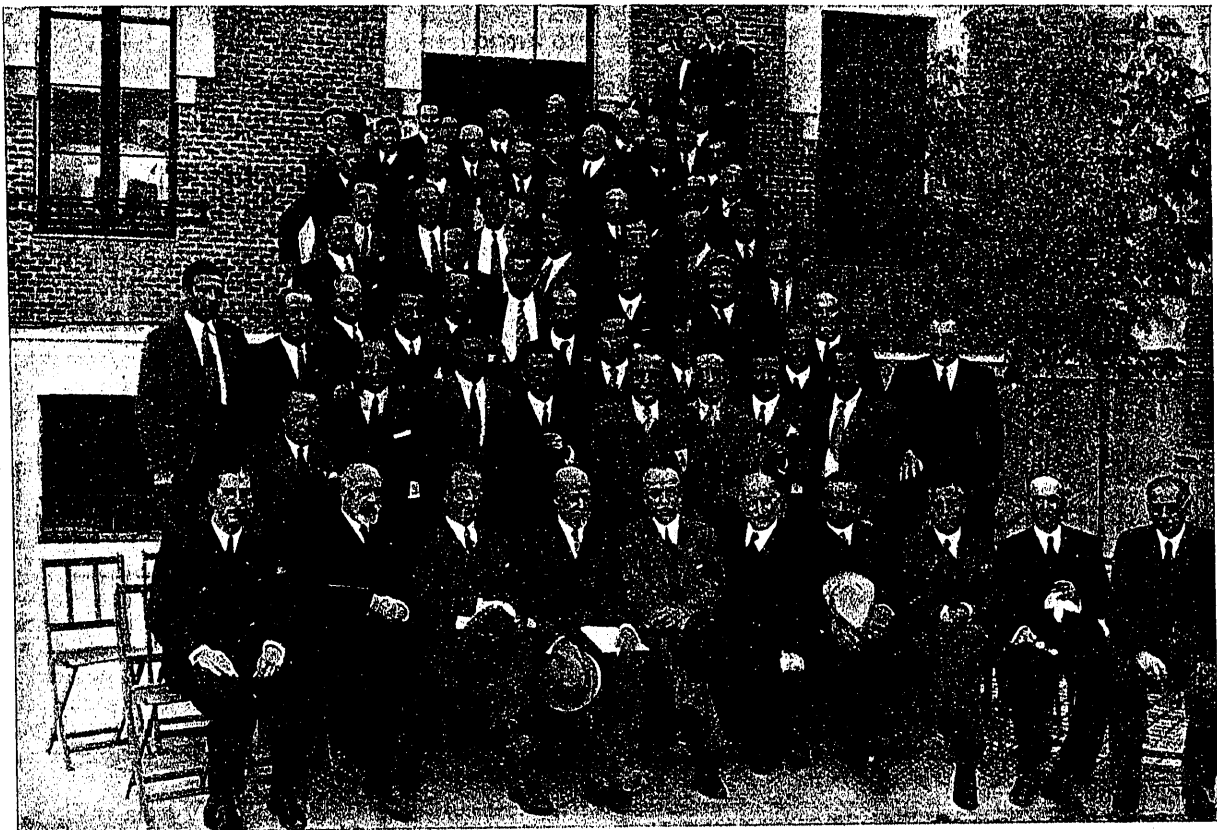
El interés se mantuvo vivo durante todas las sesiones del Congreso, cuyas discusiones se desarrollaron constantemente en un ambiente de cordialidad y mutuo respeto, a pesar de lo apasionante de algunos de los temas

y de las diferencias de fondo que separaban a muchos de los opinantes, llegándose con frecuencia a razonadas y sinceras transacciones, que los lectores podrán ver en otro lugar de este número, donde publicamos íntegras las conclusiones aprobadas. Hermosa demostración de la cultura y sensatez de los congresistas que llenaban el amplio salón y saludable ejemplo, que sería de desear fuera imitado en otras esferas de la actividad española, para bien del país, necesitado hoy como nunca de un mínimo de mutuas concesiones que hagan posible una civil convivencia.

Las sesiones fueron presididas para los distintos temas por los señores siguientes:

Tema I: señor vizconde de Eza.

Tema II: señor director general de Agricultura, y vicepresidente, Sr. Villanueva, delegado de la Confederación del Duero.



Grupo de Ingenieros de Caminos asistentes al V Congreso Nacional de Riegos, de Valladolid