

Todo esto nos lleva a situar los elementos del aeropuerto en la forma que se observa en la figura 4.<sup>a</sup>, saliéndonos en parte del cercado actual. La distribución de estos elementos resulta así, después de una serie de tanteos, y su disposición particular se explica más adelante.

*Aeropuerto marítimo.* — Se ha hecho un croquis (figura 5.<sup>a</sup>), de un estanque mínimo para hidros, con 3 000 metros en la dirección de los vientos dominan-

tes, y 2 000 metros en la de los menos frecuentes. Se observa así la gran superficie de terreno que se ocupa, lo que unido a la tendencia actual a construir los grandes aparatos del tipo anfibio, nos ha decidido a prescindir del aeropuerto marítimo artificial.

En el número próximo terminaremos la descripción de los diversos elementos del aeropuerto.

Antonio MARTINEZ CATTANEO,  
ingeniero de Caminos.

## Cálculo de barras gemelas de acero sometidas a compresión simple

Desde que se inició, a principios del anterior decenio, una estrecha colaboración entre los fabricantes de aceros y los ingenieros proyectistas y constructores, se han logrado eficaces progresos en la técnica de las construcciones metálicas. Consecuencia de todo ello ha sido la necesidad de revisar los reglamentos oficiales. Durante este período, Alemania ha modificado dos veces su Instrucción, lo cual tiene más importancia aun, al observar que la antigua Instrucción fué aprobada en 1919. Entre las más recientes, figuran la Instrucción soviética (1930), la finlandesa (1932) y la alemana, de 1934 (DIN 1 050), que no afecta a las estructuras metálicas sometidas a fuertes vibraciones, como, por ejemplo, los puentes de ferrocarril. Para estos casos hay reglamentos especiales.

Una característica de la DIN 1 050 es el modo de precisar y detallar los cálculos de las barras comprimidas, que recuerda la minuciosidad de las Instrucciones para el cálculo de puentes metálicos para ferrocarriles, con sus tablas de momentos flectores y esfuerzos cortantes.

Esta escrupulosa tarea de la Comisión alemana culmina al advertir que el cálculo, a compresión simple, de las barras gemelas sería publicado más adelante.

El tema tiene gran interés, porque las normas antiguas eran bastante rudimentarias.

Por ejemplo, en la Instrucción alemana para el cálculo de puentes metálicos de ferrocarril se dice:

"En las barras compuestas de varias piezas sometidas a la compresión, el grado de esbeltez\* de cada una de las piezas no debe ser mayor que el de toda la barra ni tampoco mayor que 30."

En otras Instrucciones, como la española, no se alude a esta cuestión.

La Instrucción alemana de 1925 ya admite esbelteces mayores que 30, pero sólo por motivos muy excepcionales e inevitables, debiéndose comprobar, en estos casos, la estabilidad de la barra por cualquiera de los métodos clásicos de Engesser, Krohn o Müller-Breslau. Finalmente, añade que el momento de inercia de la sección respecto al eje libre debe ser siempre mayor que el momento relativo al eje material.

Estas normas, que en 1925 representaban un progreso considerable, fueron rechazadas por la Comisión en 1934. El motivo de ello fué que, aun cuando

ofrezcan garantías suficientes con los grados de esbeltez y las formas de las secciones usuales en los tramos metálicos, no acontece lo mismo con las esbelteces y secciones usuales en otros tipos de estructuras.

En vista de ello, se publicó la Instrucción sin exponer el cálculo de las barras gemelas comprimidas, y continuando los trabajos para obviar esta deficiencia.

Durante un año de estudios, la laboriosidad alemana ha sabido encontrar el siguiente método de cálculo y ejecución de dichas piezas, que traducimos del anejo oficial publicado en diciembre último.

### α) Cálculo.

Siempre que la disposición constructiva de las barras gemelas corresponda a las indicaciones del apartado β), se calcularán con arreglo a las siguientes normas:

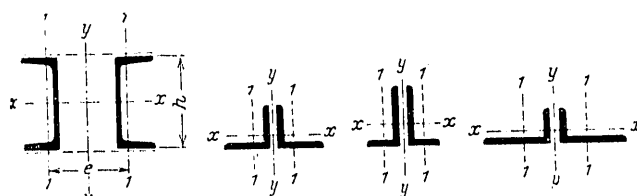


Figura 1.ª a.

Figura 1.ª b.

El pandeo respecto al eje material  $x-x$  (figuras 1.<sup>a</sup> y 2.<sup>a</sup>) se calculará del mismo modo que en las barras simples por la fórmula \*

$$\sigma_{\omega_x} = \frac{\omega_x S}{F} \leq \sigma_{zul}$$

El pandeo respecto al eje libre  $y-y$  (figuras 1.<sup>a</sup>, 2.<sup>a</sup> y 3.<sup>a</sup>) se calculará adoptando una esbeltez ideal:

$$\lambda_{y_i} = \sqrt{\lambda_y^2 + \frac{n}{2} \lambda_i^2} \quad **$$

y deberá ser

$$\sigma_{\omega_y} = \frac{\omega_y S}{F} \leq \sigma_{zul}$$

\*  $\omega$  es un coeficiente de pandeo, función de la esbeltez  $\lambda$ , que se determina por las tablas que se insertan como apéndice de este artículo.

$\sigma_{zul}$  es la carga práctica de resistencia del material a compresión; los significados de  $S$  y  $F$  se indican más adelante.

\*\* Para el caso de una barra doble  $n=2$ , y resulta la fórmula simplificada de Engesser.

\* Se refiere a la relación  $\lambda = \frac{l}{i}$  entre la longitud de pandeo y el radio mínimo de giro de la sección.

En el caso de barra doble y  $\lambda_x > \lambda_y$ ; puede suprimirse esta segunda comprobación siempre que

$$\lambda_1 \leq \sqrt{\lambda_x^2 - \lambda_y^2}$$

En las barras dobles en forma de  $\Gamma$  (fig. 1.<sup>a</sup> c) tam-

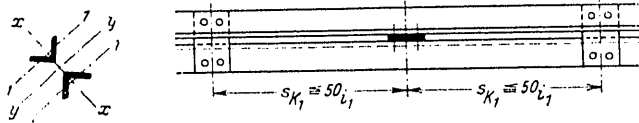


Figura 1.<sup>a</sup> c.

poco es necesaria esta segunda comprobación, siempre que la pieza se construya con arreglo a las normas del apartado β).

Los símbolos que figuran en las fórmulas anteriores tienen los siguientes significados:

- S' Compresión de cálculo correspondiente a la barra total.
- F' Sección bruta de la barra total.
- $\lambda_x$  Grado de esbeltez de la barra total con la longitud de pandeo que corresponda y el momento de inercia  $\delta_x$  respecto al eje material x—x.

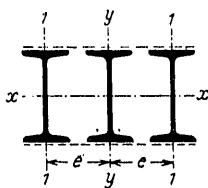


Figura 2.<sup>a</sup> a.

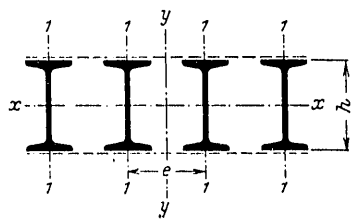


Figura 2.<sup>a</sup> b.

- y Grado de esbeltez de la barra total con la longitud de pandeo que corresponda y el momento de inercia  $\delta_y$  respecto al eje libre y—y (figuras 1.<sup>a</sup> a, 1.<sup>a</sup> b, 1.<sup>a</sup> c, 2.<sup>a</sup> a y 2.<sup>a</sup> b); cuando los dos ejes sean libres (fig. 3.<sup>a</sup>), se tomará el menor momento de inercia.

- $\lambda_1$  Grado de esbeltez de cada barra elemental con la longitud total del pandeo  $S_{k1}$  y el momento de inercia  $\delta_1$  de la sección elemental respecto al eje 1—1 (figuras 1.<sup>a</sup> y 2.<sup>a</sup>), paralelo al eje libre de la sección completa; si ésta tuviese dos ejes libres, se tomará el menor de los dos momentos (fig. 3.<sup>a</sup>). Si las barras simples tienen secciones desiguales, se tomará el valor  $\lambda_1$  que corresponda a la barra de menor momento de inercia  $\delta_1$ .

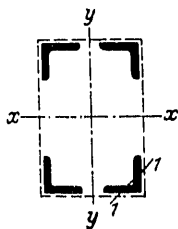


Figura 3.<sup>a</sup>

- $S_{k1}$  Longitud de pandeo de cada barra elemental, es decir, la longitud de la malla en caso de unión por celosía, o bien la distancia entre ejes transversales de dos pletinas consecutivas.

- n Es el número de barras elementales que forman la sección total.

β) Disposiciones prácticas.

El grado de esbeltez  $\lambda_1$  de cada barra elemental no debe exceder de 50\*.

Si se emplean pletinas de unión, se situarán éstas, por

\* Obsérvese el avance respecto al límite 30, señalado en la Instrucción de 1923.

lo menos, en los extremos de la barra y en los tercios de la longitud total.

Si se emplean arriostramientos de celosía, se colocarán también pletinas en los extremos, excepto en aquellos nudos donde concurren barras formadas por dos angulares (figuras 1.<sup>a</sup> b y 1.<sup>a</sup> c), en los que pueden suprimirse dichas pletinas suplementarias. En las barras de forma  $\Gamma$  se colocarán dichas pletinas alternadas, según indica la figura 1.<sup>a</sup> c.

Toda pletina deberá unirse a cada barra elemental por un par de roblones, como mínimo, aumentando un roblón en las pletinas extremas.

Las uniones de pletinas o diagonales de celosía con las barras, sólo serán atornilladas cuando por circunstancias especiales no sea posible efectuar el roblonado. En estos casos se emplearán tornillos de calidad especial\*.

La distancia e, entre los baricentros de las secciones parciales (figuras 1.<sup>a</sup> a, 2.<sup>a</sup> a y 2.<sup>a</sup> b), o entre dos baricentros de piezas consecutivas, si hay más de dos elementos, no será mayor que la altura h de la sección contada según los ejes libres. Cuando, excepcionalmente, esta distancia sea mayor, se calcularán, las pletinas o las diagonales, tomando como cargas prácticas de resistencia del material los valores normales multiplicados por 0,8.

γ) Cálculo de pletinas y diagonales.

Las pletinas, las diagonales y sus uniones con las barras simples se calcularán para resistir una carga tangencial Q, que se calculará en función de la

esbeltez  $\lambda_y$  y del valor  $\frac{F \sigma_{zul}}{\omega_y}$  mediante la tabla

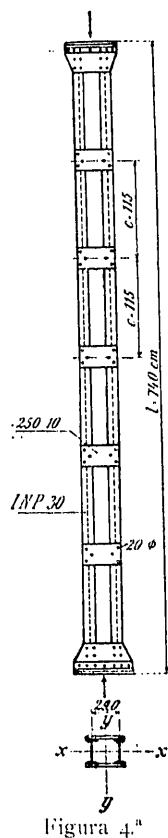


Figura 4.<sup>a</sup>

	1	2	3	4	5	6	7
	$Q$ en % de $\frac{F \sigma_{zul}}{\omega}$						
Para $\lambda$ hasta.....	40	80	120	150	200	250	
Para aceros 37,12 y 00,12.....	1	2	4	6	10	14	
Para acero 52.....	1	3	6	9	14	19	

(Interpolación lineal para  $\lambda > 40$ .)

Para secciones con dos ejes libres se calcularán los arriostramientos paralelos al eje y—y, según los valores

de  $\lambda_x$  y de la expresión  $\frac{F \sigma_{zul}}{\omega_x}$

Las normas que preceden constituyen una verdadera ampliación de cálculo oficial (siempre muy prudente) de este tipo de secciones. Como todos los verdaderos avances, conserva la parte de verdad ya conocida. Esto lo hemos comprobado mediante un ejemplo concreto.

Se trata de calcular la carga de pandeo de un pie derecho de acero 37 (fig. 4.<sup>a</sup>).

1.<sup>a</sup> Método antiguo.

Podemos aplicar cualquiera de los métodos, de Krohn, Engesser, Müller-Breslau o Vianello.

Dado el carácter de este artículo, aplicamos el ve-

\* Esta disquisición pone más de relieve el olvido de los modernos métodos de soldadura eléctrica. Quizá haya sido la falta de ensayos experimentales la causa de esta omisión.

nerable método de Engesser, publicado hace más de cuarenta años, que es el más antiguo de los tres\*.

Con las anotaciones antes expuestas, tendremos

$$F = 2 \cdot 69 = 138 \text{ cm.}^2$$

$$J_x = 2 \cdot 9\,800 = 19\,600 \text{ cm.}^4$$

$$i = \sqrt{\frac{J_x}{F}} = 11,9 \text{ cm.}$$

$$J_y = 2(64 \cdot 14,5^2 + 451) = 29\,959 \text{ cm.}^4$$

$$i_y = \sqrt{\frac{29\,959}{138}} = 14,7$$

El radio de giro de cada sección simple es

$$i = 2,6 \text{ cm.**}$$

La carga de pandeo según el eje  $x - x$  se obtiene en función de la esbeltez

$$\lambda = \frac{740}{11,9} = 62,2$$

mediante la fórmula de Tetmajer.

$P_k = (3,100 - 0,0114 \cdot 62,2) \cdot 138 = 330$  toneladas, toda vez que  $\lambda$  está comprendido en el intervalo 10 y 105.

Para obtener la carga de pandeo según el eje  $y - y$  procederemos así

$$\lambda = \frac{740}{14,7} = 50,3 \quad \lambda^2 = 2\,530.$$

$$\lambda_1 = \frac{115}{2,6} = 44,2 \quad \lambda_1^2 = 1\,950.$$

$$\lambda_2^2 = \frac{115 \cdot 29 \cdot 138}{2\,600} = \frac{180}{4\,660}$$

$$\lambda_0 = \sqrt{\lambda^2 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2} = \sqrt{4\,660} = 68,3$$

y por estar comprendido en el intervalo de validez de la fórmula de Tetmajer tendremos

$$P_k = (3,100 - 0,0114 \cdot 68,3) \cdot 138 \cdot 0,9 = 288 \text{ t.}$$

De las dos cargas se adopta la menor; aplicando, finalmente, el coeficiente usual de seguridad 2,4\*\*\* tendremos la carga práctica buscada:

$$P = \frac{288}{2,4} = 120 \text{ toneladas}$$

2.º Método de la Instrucción alemana de 1934 (apéndice del 16 diciembre de 1935).

Pandeo según el eje  $x - x$ .

Por ser la esbeltez  $\lambda = 62,2$  tendremos, según las tablas de dicha Instrucción publicadas al final de este artículo

$$\omega_x = 1,29 \quad S = \frac{1,200 \times 138}{1,29} = 135 \text{ ton.}$$

Pandeo según el eje  $y - y$ .

$$\lambda_y = \frac{740}{14,7} = 50,3.$$

$$\lambda_1 = \frac{115}{2,6} = 44,2.$$

Por ser  $n = 2$  tendremos

$$\lambda_{y_i} = \sqrt{\lambda_y^2 + \lambda_1^2} = \sqrt{4\,480} = 67$$

Con este valor de la esbeltez se obtiene mediante las tablas

$$\omega_{y_i} = 1,35$$

de donde

$$S < \frac{1,200 \times 138}{1,35} = 120 \text{ toneladas.}$$

La armonía entre los resultados de ambos métodos es perfecta. Podría atribuirse esta coincidencia al coeficiente de seguridad  $\nu = 2,4$  que hemos tomado al aplicar el método de Engesser, pero téngase en cuenta que esta determinación la hemos hecho *a priori* en virtud de su equivalencia con el coeficiente de seguridad 5 que se recomienda al aplicar la fórmula de Euler.

Federico ALICART.  
Ingeniero de Caminos.

APÉNDICE

VALORES DEL COEFICIENTE DE PANDEO W PARA ACEROS 00,12 Y 37,12

$\lambda$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\lambda$
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0
10	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,02	1,02	1,02	10
20	1,02	1,03	1,03	1,03	1,03	1,04	1,04	1,04	1,05	1,05	20
30	1,05	1,06	1,06	1,07	1,07	1,08	1,08	1,09	1,09	1,10	30
40	1,10	1,11	1,11	1,12	1,13	1,13	1,14	1,15	1,15	1,16	40
50	1,17	1,18	1,18	1,19	1,20	1,21	1,22	1,23	1,24	1,25	50
60	1,26	1,27	1,29	1,30	1,31	1,32	1,34	1,35	1,36	1,38	60
70	1,39	1,41	1,43	1,44	1,46	1,48	1,50	1,52	1,54	1,56	70
80	1,59	1,61	1,63	1,66	1,69	1,71	1,74	1,78	1,81	1,84	80
90	1,88	1,92	1,95	2,00	2,04	2,09	2,14	2,19	2,24	2,30	90
100	2,36	2,41	2,46	2,51	2,56	2,61	2,66	2,71	2,76	2,81	100
110	2,86	2,91	2,97	3,02	3,07	3,13	3,18	3,24	3,29	3,35	110
120	3,40	3,46	3,52	3,58	3,64	3,69	3,75	3,81	3,87	3,93	120
130	4,00	4,06	4,12	4,18	4,25	4,31	4,37	4,44	4,50	4,57	130
140	4,63	4,70	4,77	4,83	4,90	4,97	5,04	5,11	5,18	5,25	140
150	5,32	5,39	5,46	5,53	5,61	5,68	5,75	5,83	5,90	5,98	150
160	6,05	6,13	6,20	6,28	6,36	6,44	6,51	6,59	6,67	6,75	160
170	6,83	6,91	6,99	7,08	7,16	7,24	7,32	7,41	7,49	7,57	170
180	7,66	7,75	7,83	7,92	8,00	8,09	8,18	8,27	8,36	8,44	180
190	8,53	8,62	8,72	8,81	8,90	8,99	9,08	9,17	9,27	9,36	190
200	9,46	9,55	9,65	9,74	9,84	9,94	10,03	10,13	10,23	10,33	200
210	10,43	10,53	10,63	10,73	10,83	10,93	11,03	11,13	11,24	11,34	210
220	11,44	11,55	11,65	11,76	11,86	11,97	12,08	12,18	12,29	12,40	220
230	12,51	12,62	12,72	12,83	12,94	13,06	13,17	13,28	13,39	13,50	230
240	13,62	13,73	13,84	13,96	14,08	14,19	14,31	14,42	14,54	14,66	240
250	14,78										250

PARA ACERO 52.

$\lambda$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\lambda$
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,01	0
10	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,02	1,02	1,02	1,02	1,03	10
20	1,03	1,03	1,04	1,04	1,04	1,05	1,05	1,06	1,06	1,06	20
30	1,07	1,07	1,08	1,08	1,09	1,10	1,10	1,11	1,12	1,12	30
40	1,13	1,14	1,15	1,15	1,16	1,17	1,18	1,19	1,20	1,21	40
50	1,22	1,23	1,24	1,25	1,26	1,28	1,29	1,30	1,32	1,33	50
60	1,35	1,36	1,38	1,40	1,42	1,44	1,46	1,48	1,50	1,52	60
70	1,54	1,57	1,59	1,62	1,65	1,68	1,71	1,74	1,78	1,81	70
80	1,85	1,89	1,93	1,98	2,03	2,08	2,13	2,19	2,25	2,32	80
90	2,39	2,47	2,55	2,64	2,74	2,84	2,96	3,08	3,22	3,38	90
100	3,55	3,62	3,69	3,76	3,84	3,91	3,98	4,06	4,14	4,21	100
110	4,29	4,37	4,45	4,53	4,61	4,69	4,77	4,85	4,94	5,02	110
120	5,11	5,19	5,28	5,37	5,45	5,54	5,63	5,72	5,81	5,90	120
130	5,99	6,09	6,18	6,27	6,37	6,46	6,56	6,66	6,75	6,85	130
140	6,95	7,05	7,15	7,25	7,35	7,46	7,56	7,66	7,77	7,87	140
150	7,98	8,09	8,19	8,30	8,41	8,52	8,63	8,74	8,85	8,97	150
160	9,08	9,19	9,31	9,42	9,54	9,65	9,77	9,89	10,01	10,13	160
170	10,25	10,37	10,49	10,61	10,74	10,86	10,98	11,11	11,24	11,36	170
180	11,49	11,62	11,75	11,88	12,01	12,14	12,27	12,40	12,53	12,67	180
190	12,80	12,94	13,07	13,21	13,35	13,48	13,62	13,76	13,90	14,04	190
200	14,18	14,33	14,47	14,61	14,76	14,90	15,05	15,20	15,34	15,49	200
210	15,64	15,79	15,94	16,09	16,24	16,39	16,55	16,70	16,85	17,01	210
220	17,16	17,32	17,48	17,64	17,79	17,95	18,11	18,27	18,44	18,60	220
230	18,76	18,92	19,09	19,25	19,42	19,58	19,75	19,92	20,09	20,26	230
240	20,43	20,60	20,77	20,94	21,11	21,29	21,46	21,64	21,81	21,99	240
250	22,16										250

\* El método de Engesser lleva fecha de 1891; el método gráfico de Vianello, 1898; el de Krohn, 1908, y el de Müller-Breslau, 1911. El método de Krohn, muy parecido al de Engesser, puede verse en el tercer tomo de Hütte: *Manual del ingeniero*, edición española, tomo III, pág. 130.

\*\* Estos valores, así como otros siguientes, pueden obtenerse sin cálculos disponiendo de tablas de perfiles.

\*\*\* Corresponde al coeficiente 5 de la fórmula de Euler.

(Debe prescindirse de las interpolaciones).