

APLICACIONES DE MÉTODOS DE COMPROBACIÓN DE ESTABILIDAD DE TALUDES DE TIERRAS COHERENTES

POR JOSÉ ENTRECANALES. INGENIERO DE CAMINOS

En la tercera parte de este importante trabajo describe el autor los métodos de que se dispone para la comprobación de la estabilidad de taludes. Hace una comparación de ellos con el llamado método sueco de tabulación de círculos deslizantes y compara las alturas de talud que se obtienen en unos y otros, estudiando, asimismo, la producción de superficies deslizantes profundas y describiendo el método general de comprobación de la estabilidad mediante la obtención de la curva de presiones del talud en movimiento. Por último, nos presenta un resumen del camino a seguir, en vista de los distintos métodos expuestos, el cual será objeto de varias aplicaciones, que se desarrollarán en la parte final de este interesante estudio en nuestro número próximo.

III

EL MÉTODO SUECO

Este nombre debe reservarse, a mi juicio, a la sistematización tabulada de los tanteos gráficos de círculos posibles que constituyeron inicialmente el procedimiento aplicado en aquel país y que han sido expuestos por el profesor de Estocolmo Wolmar Fellenius (2).

Siguiéndolos, se halla primeramente el valor de cohesión teórico c_0 , capaz de mantener la estabilidad de cada talud de inclinación i para el caso de producirse el deslizamiento para el círculo pésimo que pasa por su pie y cuando las tierras presentan solamente cohesión y carecen de rozamiento.

Por tanteos gráficos, y usando el método de la curva de presiones, que luego se describe, se obtienen después los valores de rozamiento interno de las tierras que para el círculo pésimo, distinto ya del antes hallado, mantienen el equilibrio estricto del talud, coexistiendo con valores de la cohesión que sean $3/4 c_0$, $1/2 c_0$, $1/4 c_0$ y $0 \times c_0$, valores finitos, por tanto, de la cohesión y conocidos, puesto que se conoce la constante teórica c_0 antes determinada, y de esos estados de equilibrio límite se halla finalmente la curva $\frac{c}{\gamma h}$ del factor de cohesión, y que se presenta en lo que sigue, tabulando sus valores, deduciéndolos de varios métodos para su mejor comparación.

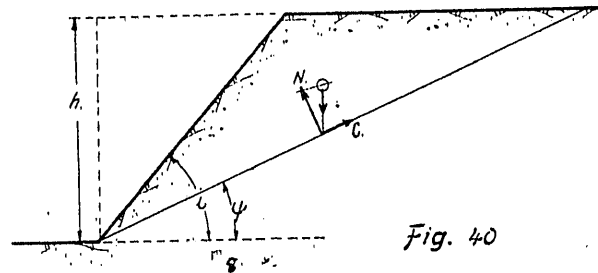


Fig. 40

La cohesión teórica que en el caso de deslizamiento plano y tierras sin rozamiento se deduce (figura 40) de proyectar sobre el plano deslizante, el peso de la cuña deslizada y las fuerzas resistentes,

$$\frac{\gamma h^2}{2} \frac{\sin(i - \psi)}{\sin i \sin \psi} + \frac{c h}{\sin \psi} = 0$$

es

$$c = \frac{\gamma h}{2} \frac{\sin \psi \sin(i - \psi)}{\sin i \sin \psi}$$

máxima para el máximo de $\sin \psi \times \sin(i - \psi)$, cuya derivada, igualada a cero, es:

$$\sin(i - \psi) \cos \psi - \sin \psi \cos(i - \psi) = 0;$$

$$\operatorname{tg} \psi = \operatorname{tg}(i - \psi); \quad \psi = \frac{i}{2},$$

y, por tanto, la cohesión, substituyendo ese valor

$$c = \frac{\gamma h}{2} \frac{\sin \frac{i}{2} \sin \frac{i}{2}}{2 \sin \frac{i}{2} \cos \frac{i}{2}} = \frac{\gamma h}{4} \operatorname{tg} \frac{i}{2}$$

y el factor de cohesión es

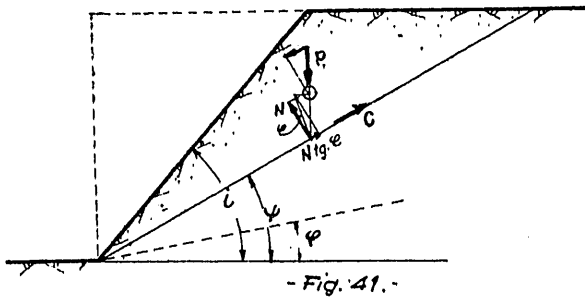
$$\frac{c}{\gamma h} = \frac{1}{4} \operatorname{tg} \frac{i}{2}$$

valor representado en la figura 44.

(1) Véase REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS de 1.º de diciembre de 1940 y 1.º de enero de 1941.

(2) Fellenius: *Erdstatische Berechnungen*.

Si se halla el valor de cohesión en el caso de existencia de cohesión y rozamiento interno y des-



lizamiento plano (fig. 41), la proyección en el momento del equilibrio estricto da

$$\frac{c h}{\text{sen } \psi} + N \text{tg } \varphi - \frac{\gamma h^2}{2} \frac{\text{sen}(i - \psi)}{\text{sen } i \text{sen } \psi} \text{sen } \psi = 0,$$

$$\text{y de } N = P \cos \psi = \frac{\gamma h^2}{2} \frac{\text{sen}(i - \psi)}{\text{sen } i \text{sen } \psi} \cos \psi$$

resulta:

$$c = \frac{\gamma h}{2} \frac{\text{sen}(i - \psi)}{\text{sen } i} (\text{sen } \psi - \cos \psi \text{tg } \varphi)$$

y para hacer máximo c , igualando a cero la derivada del numerador:

$$-(\text{sen } \psi - \cos \psi \text{tg } \varphi) \cos(i - \psi) + \text{sen}(i - \psi) (\cos \psi + \text{sen } \psi \text{tg } \varphi) = 0,$$

y de aquí:

$$\begin{aligned} \text{tg}(i - \psi) &= \frac{\text{sen } \psi - \cos \psi \text{tg } \varphi}{\cos \psi + \text{sen } \psi \text{tg } \varphi} = \\ &= \frac{\text{tg } \psi - \text{tg } \varphi}{1 + \text{tg } \psi \text{tg } \varphi} = \text{tg}(\psi - \varphi); \\ i - \psi &= \psi - \varphi; \quad \psi = \frac{i + \varphi}{2} \end{aligned}$$

valor que, sustituido en el de la cohesión c , fija el de ésta en

$$\begin{aligned} c &= \frac{\gamma h}{2} \frac{\text{sen} \frac{i - \varphi}{2}}{\text{sen } i} \left(\text{sen} \frac{i + \varphi}{2} - \cos \frac{i + \varphi}{2} \text{tg } \varphi \right) = \\ &= \frac{\gamma h}{2} \frac{\text{sen}^2 \frac{i - \varphi}{2}}{\text{sen } i \cos \varphi} \end{aligned}$$

y el factor de cohesión:

$$\frac{c}{\gamma h} = \frac{1}{2} \frac{\text{sen}^2 \frac{i - \varphi}{2}}{\text{sen } i \cos \varphi}$$

expresión representada para valores de φ de 0° a 25° en la figura 51.

Si análogamente se establece el equilibrio estricto

de un talud con deslizamiento circular (fig. 42) y tierras solamente cohesivas sin rozamiento de un talud para el círculo deslizante pésimo que pasa por su pie, actuando sólo la cohesión de las tierras, tomando momentos del peso del cuerpo deslizante ABD respecto al centro de giro como diferencia de los que producen AED y AEB , y el de la cohesión en el arco, se llega a

$$\begin{aligned} \frac{\gamma h^2}{2 \text{tg } \psi} \left(\frac{h}{2 \text{tg } \alpha} - \frac{h}{6 \text{tg } \psi} \right) - \frac{\gamma h^2}{2 \text{tg } i} \left(\frac{h}{2 \text{tg } \alpha} - \frac{h}{2 \text{tg } \psi} + \right. \\ \left. + \frac{h}{3 \text{tg } i} \right) = \frac{\gamma h^3}{2} \left[\frac{1}{\text{tg } \psi} \left(\frac{1}{2 \text{tg } \alpha} - \frac{1}{6 \text{tg } \psi} \right) - \right. \\ \left. - \frac{1}{\text{tg } i} \left(\frac{1}{2 \text{tg } \alpha} - \frac{1}{2 \text{tg } \psi} + \frac{1}{3 \text{tg } i} \right) \right] = \frac{2 c \alpha h^2}{4 \text{sen}^2 \alpha \text{sen } \psi} \end{aligned}$$

de donde la cohesión

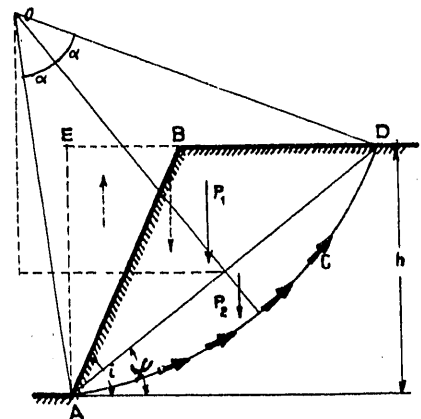
$$\begin{aligned} c_0 &= \frac{\gamma h}{4} \frac{4 \text{sen}^2 \alpha \text{sen}^2 \psi}{\alpha} \left(\frac{1}{2 \text{tg } \alpha \text{tg } \psi} - \frac{1}{2 \text{tg } \alpha \text{tg } i} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2 \text{tg}^2 i \text{tg } \psi} - \frac{1}{3 \text{tg}^2 i} + \frac{1}{6} \right) = \frac{\gamma h}{4} F(\alpha \psi i), \end{aligned}$$

que es máxima para cada i cuando

$$\frac{\partial F}{\partial \psi} = 0; \quad \frac{\partial F}{\partial \alpha} = 0,$$

que, obtenidas y simplificadas, dan, respectivamente:

$$\begin{aligned} \text{tg } 2\psi &= \frac{3 \text{tg } i (\text{tg } \alpha + \text{tg } i)}{3 \text{tg } i + 2 \text{tg } \alpha - \text{tg } \alpha \text{tg}^2 i} \\ \text{tg } \psi &= \frac{(\text{tg } \alpha + \text{tg } i) \text{sen } \alpha (2 \alpha \cos \alpha - \text{sen } \alpha) - \alpha \text{tg } \alpha \text{tg } i}{\text{sen } \alpha (2 \alpha \cos \alpha - \text{sen } \alpha) \left(1 + \frac{2 \text{tg } \alpha}{3 \text{tg } i} - \frac{1}{3} \text{tg } \alpha \text{tg } i \right) - \alpha \text{tg } \alpha} \end{aligned}$$



- Fig. 42 -

entre las que, si se elimina α , queda la ecuación en ψ , que da sus valores, pero con más facilidad pueden obtenerse los puntos comunes a las dos

curvas $\operatorname{tg} 2\psi = f(\alpha i)$ y $\operatorname{tg} \psi = f(\alpha i)$ para cada valor de i , dando sucesivos valores a α . Las curvas finales $\psi = f(i)$ y $\alpha = f(i)$ en la hipótesis de sola cohesión y deslizamiento circular se presentan en

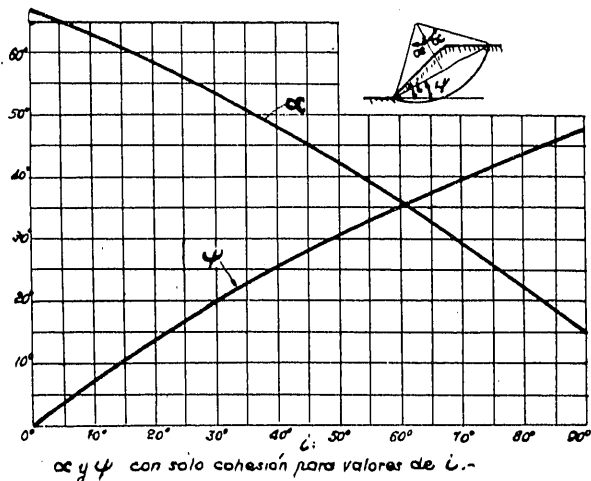


Fig. 43

la figura 43. Los valores simultáneos obtenidos para cada inclinación del talud i de α y ψ sustituidos en $F(\alpha \psi i)$ dan la curva $c_0 = \frac{\gamma h}{4} F(\alpha \psi i)$, de la que puede deducirse también la curva límite de alturas con sólo cohesión:

$$h = \frac{4 c_0}{\gamma} \frac{1}{F(\alpha \psi i)}$$

En la figura 44 se representan los valores del factor de cohesión $\frac{c}{\gamma h} = \frac{1}{4} F(\alpha \psi i)$ para distintos valores de i , y como comparación, los valores de dicha función en el deslizamiento plano.

Si, como ocurre en realidad, existe no sólo cohesión, sino también rozamiento, la presencia de la nueva variable obliga a proceder por tanteos sucesivos, como antes se ha indicado.

Se conoce por lo anterior el valor de la cohesión c_0 , que mantendría estable al límite un talud i de altura h , actuando solamente dicha cohesión, es decir, sin la presencia de rozamiento interno, y si aplicando el procedimiento gráfico de la figura 45 para obtención de la línea de presiones del talud, que más adelante se detalla más claramente como método gráfico, se encuentra un centro y un círculo que mantengan en equilibrio estricto el talud estudiado partiendo de un cierto valor de cohesión,

se hallará el de rozamiento, coexistente con el que produzca ese equilibrio estricto.

Es decir, el valor antes hallado de la cohesión c_0 es un valor absoluto, irreal, capaz de mantener cada talud sin la ayuda del rozamiento y fijando valores numéricos de c partes alícuotas de c_0 , ó sea tomando diversas cohesiones relativas hallaremos el valor del rozamiento que para cada inclinación i coexista con los valores ensayados de $\frac{c}{c_0}$.

El procedimiento gráfico halla la curva de presiones, sabiendo que en el límite las reacciones de la zona estable, sobre cada una de las zonas en que se ha dividido la masa que desliza, deben formar con la normal a la superficie deslizante, o sea el radio, el ángulo de rozamiento interno y, por tanto, ser tangentes al círculo de radio $R \operatorname{sen} \varphi$ concéntrico con el de deslizamiento.

Sobre cada faja actúa la cohesión en el trozo de círculo correspondiente, que, si es estrecha la faja, puede, con poco error, suponerse actuando en el mismo arco.

El equilibrio se establece entre el polígono de fuerzas, pesos y cohesiones y el de reacciones de

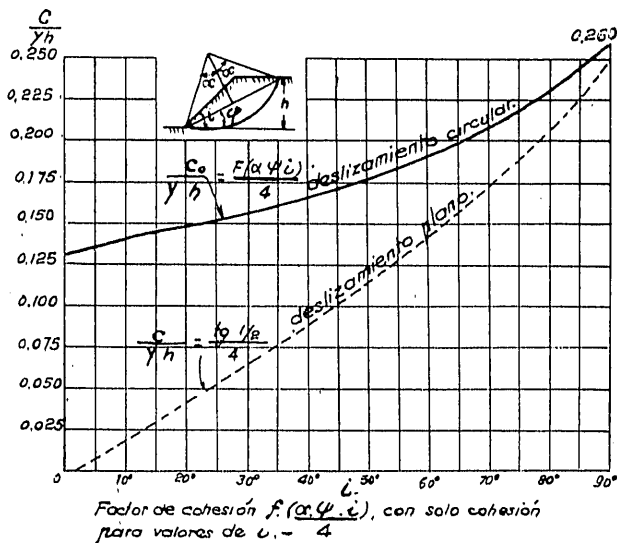
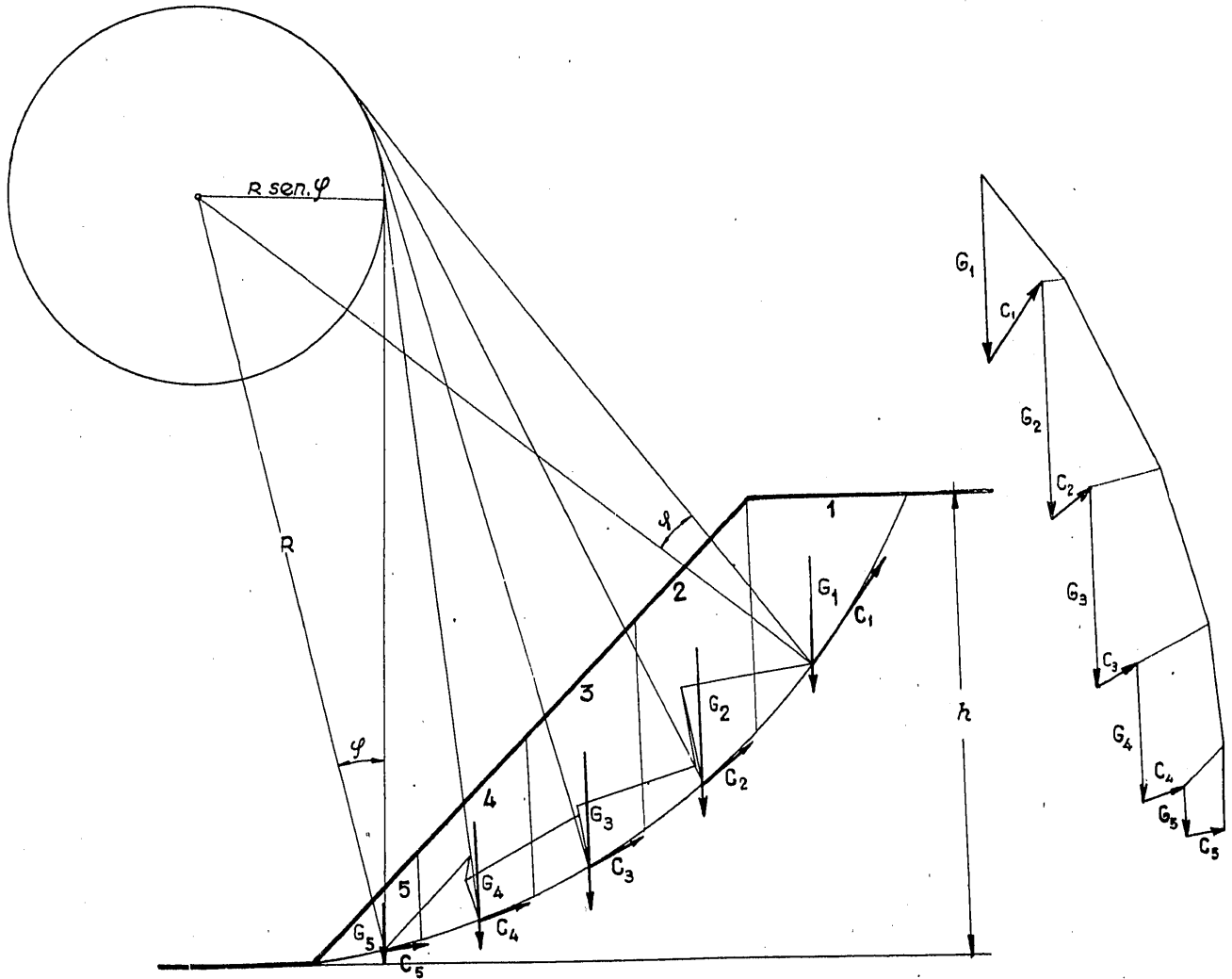


Fig. 44.

la zona quieta; los empujes mutuos entre las fajas son fuerzas interiores. Fijado al tercio de la altura y formando con la horizontal el ángulo φ , el empuje que la zona más alta ejerce sobre la inmediata se dibuja fácilmente a continuación, el funicular y el correspondiente dinámico que lo equilibra, y si el equilibrio es estricto, tiene que quedar

cerrado éste, es decir, fijado un valor de la cohesión, hay un círculo que pasa por el pie del talud conocido i , de centro y radio tales, que exige de las tierras el mayor valor de φ , y para él se mantiene el talud i en equilibrio estricto si las tierras no presentan mayor rozamiento interno que el medido por ese valor de φ .

Las curvas $\left(\frac{c}{c_0}, \varphi\right)$ se representan en la figura 46 para los varios valores de la inclinación del talud i y una para cada uno de ellos, y recíprocamente, en la figura 47, las curvas (i, φ) para los diferentes valores de $\frac{c}{c_0}$.



- Fig.-45-

Como ese talud i se mantenía estable para esa misma altura cuando la cohesión y sin rozamiento alcanzaba el valor absoluto $c_0 = \frac{\gamma h}{4} F(\alpha, \psi, i)$, podemos obtener los valores de $\varphi_0, \varphi_{1/4}, \varphi_{1/2}, \varphi_{3/4}$, exigidos a las tierras por el correspondiente círculo pésimo cuando la cohesión vale:

$$0 \quad \frac{c_0}{4} \quad \frac{c_0}{2} \quad 3/4 c_0.$$

En las curvas (i, φ) y en las $\left(\frac{c}{c_0}, \varphi\right)$ se comprueba que si $c = 0$, es decir, la tierra no tiene cohesión, el ángulo de talud natural es igual al de rozamiento, es decir, $i = \varphi$, realizándose la hipótesis básica de la teoría clásica de empuje de tierras.

Se dibujan también en la figura 48 las curvas expresión del factor de cohesión $\frac{c}{\gamma h}$ para dife-

rentes valores de $\operatorname{tg} \varphi$, ángulo de rozamiento interno, y de $\operatorname{tg} i$, ángulo de inclinación de talud.

Finalmente, para la aplicación de la comprobación mediante el método de la curva de presiones que luego se detalla, se indican en la figura 49, obtenidos partiendo del ángulo en el centro α y referidos a la cuadrícula de lado h , siendo h la altura del talud, los centros y círculos deslizantes que

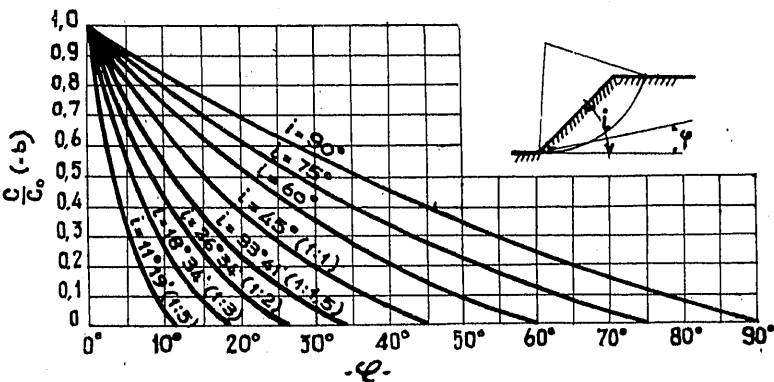


Fig. 46

pasan por el pie del talud y para el caso de la existencia de sólo cohesión y para inclinaciones de $\operatorname{tg} i = \infty$ a $\operatorname{tg} i = 1/5$. Por ejemplo, en dicha figura para el talud $1/3$, el círculo de sólo cohesión, y cuando a ésta se exige el total de su valor absoluto, es decir, $\frac{c}{c_0} = 1$, el centro del círculo está en A , y si la cohesión exigida es $\frac{c_0}{2}$, o sea $\frac{c}{c_0} = 0,50$, el centro es B .

Ejemplo: En un talud estricto, rozamiento, $\varphi = 15^\circ$; altura, $h = 12$ metros; inclinación de talud, ángulo con la horizontal, $i = 40^\circ$; densidad, $\gamma = 1,7$ ton./m.³

De la figura 44 se halla para ese valor de i . Factor de cohesión:

$$f = \frac{f(\alpha \psi i)}{4} = \frac{c}{\gamma h} = 0,162$$

Valor absoluto de cohesión:

$$c_0 = \gamma h f(i \alpha \psi) = 1,7 \times 12 \times 0,162 = 3,30 \text{ ton./m.}^2$$

y de la fig. 47, para $\varphi = 15^\circ$, $i = 40^\circ$, $\frac{c}{c_0} = 0,46$; $c = 0,46 \times 3,30 \text{ ton./m.}^2 = 1,52 \text{ ton./m.}^2$.

Otro ejemplo: Las zanjas de la figura 50 (co-

lector del alcantarillado de Sevilla), en las arcillas arenosas superficiales de Sevilla, se mantienen

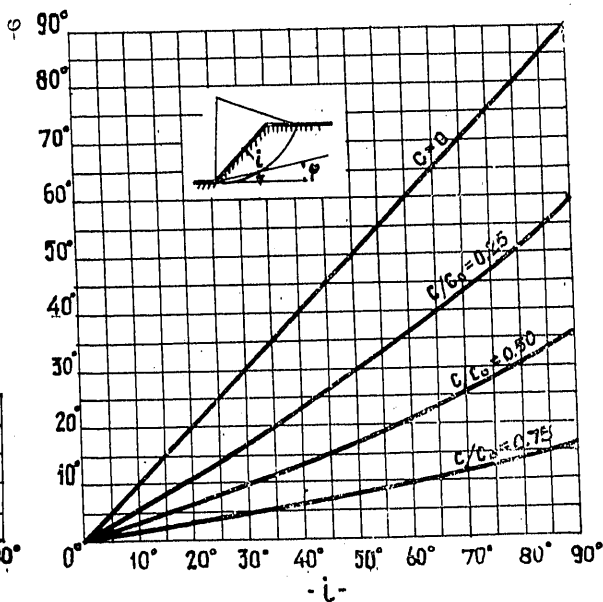


Fig. 47

como se indica, es decir, en los valores extremos:

$$\operatorname{tg} i_1 = \frac{2,5}{1}; \quad h_1 = 6,50 \text{ metros.}$$

$$\operatorname{tg} i_2 = \frac{1,5}{1}; \quad h_2 = 10,00 \text{ metros.}$$

$$\frac{c/\gamma h_2}{c/\gamma h_1} = \frac{h_2}{h_1} = \frac{10,00}{6,50} = 1,54.$$

Es preciso encontrar (fig. 48) una abscisa $\operatorname{tg} \varphi$ tal, cuya ordenada correspondiente en la curva del talud $\operatorname{tg} i = 2,5$ sea 1,54 de la ordenada en la curva $\operatorname{tg} i = 1,5$. Dividiendo las ordenadas de la curva de talud 2,5 por 1,54, se obtiene la curva de puntos que corta a la de talud 1,5 para el valor $\operatorname{tg} \varphi = 0,66$; $\varphi = 33^\circ$, y el valor $\frac{c}{\gamma h} = 0,46 = \frac{c}{\gamma \cdot 6,5}$

La densidad es en dicho terreno de un valor del orden de 1,7, y, por tanto, la cohesión $c = 6,5 \times 1,7 \times 0,46 = 5,1 \text{ ton./m.}^2$; es decir, $\varphi = 33^\circ$ $c = 5,1 \text{ ton./m.}^2 = 51 \text{ gr./cm.}^2$ son las características aproximadas de las arcillas arenosas superficiales de la zona de la orilla izquierda del Guadalquivir, en Sevilla (sector Sur de la Exposición). Hacia aguas arriba, ya en la ciudad, por consolidación, la cohesión es mayor, porque los taludes verticales se mantienen bien en mayor altura y otras observaciones pueden fijar las características del terreno.

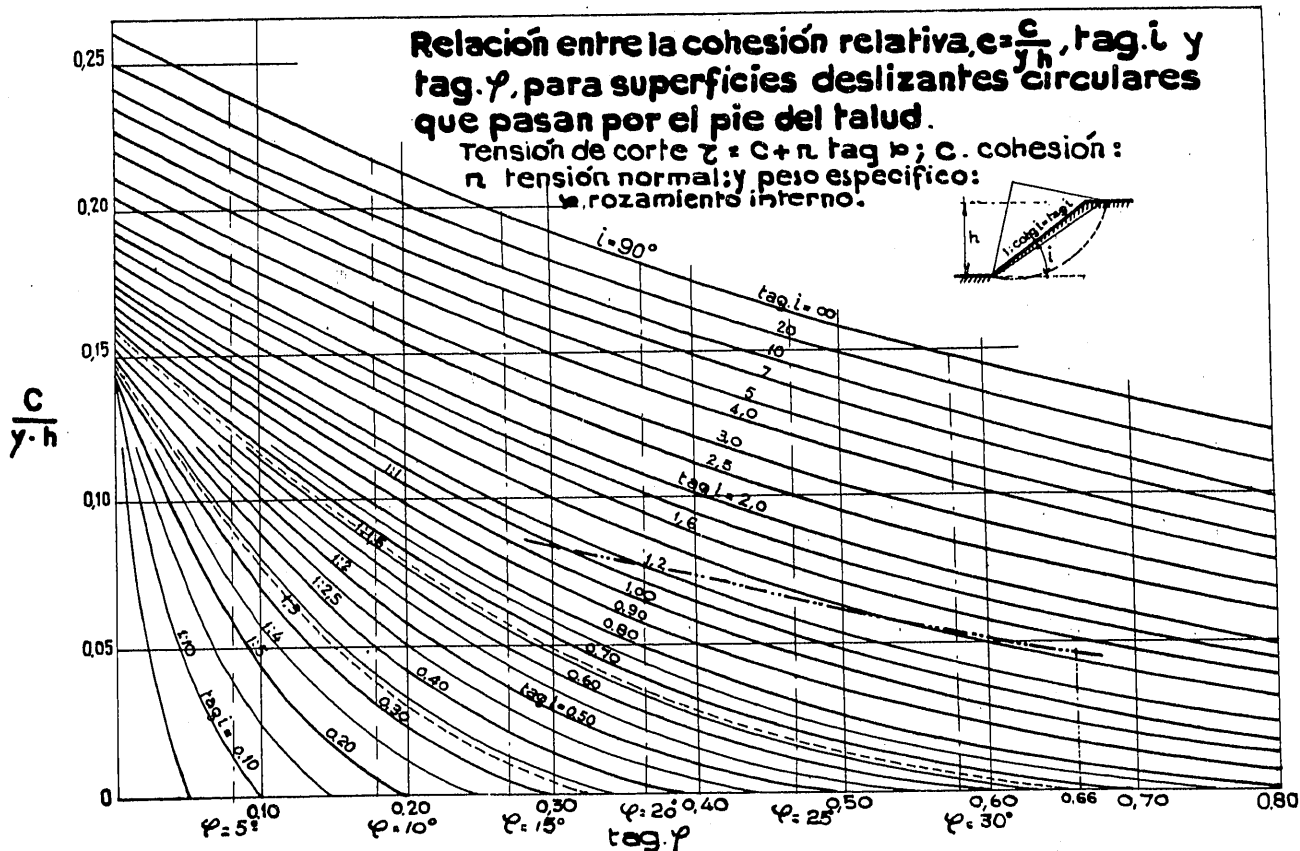


Fig. 48

LA ALTURA LÍMITE DEL TALUD, SEGÚN LOS DISTINTOS MÉTODOS ESTUDIADOS.

Los valores comparados del factor de cohesión;

$$f = \frac{c}{\gamma h} = \frac{\text{cohesión}}{\text{densidad} \times \text{altura}}$$

para los distintos ángulos de rozamiento interno φ y de la inclinación del talud i se han obtenido por los varios métodos tabulados estudiados, reuniéndolos en el cuadro de la página 44 y representándolos además, gráficamente, en las curvas de la figura 51.

De ese valor f correspondiente a una determinada inclinación del talud, cuando se conoce el rozamiento interno de las tierras, puede deducirse la altura límite, dado que la altura h es igual a $\frac{c}{\gamma f}$.

Estos valores del factor de cohesión se han deducido para las superficies deslizantes que pasan por el pie del talud para valores de rozamiento entre 0 y 25°, y para inclinación del talud, entre 0 y 90°, obteniéndolos:

- 1) Por el método analítico de las cicloides de Frontard.
- 2) Por el método sueco.
- 3) Por el método analítico del círculo pésimo, y, finalmente,
- 4) Para el deslizamiento plano.

Ese factor de cohesión para cada terreno da la altura estricta posible, puesto que, conocido en él la cohesión c y la densidad γ y el rozamiento interno φ , el valor $\frac{c}{\gamma h}$, correspondiente a unos de-

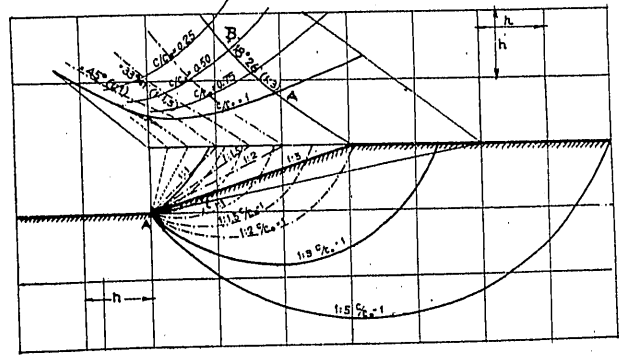


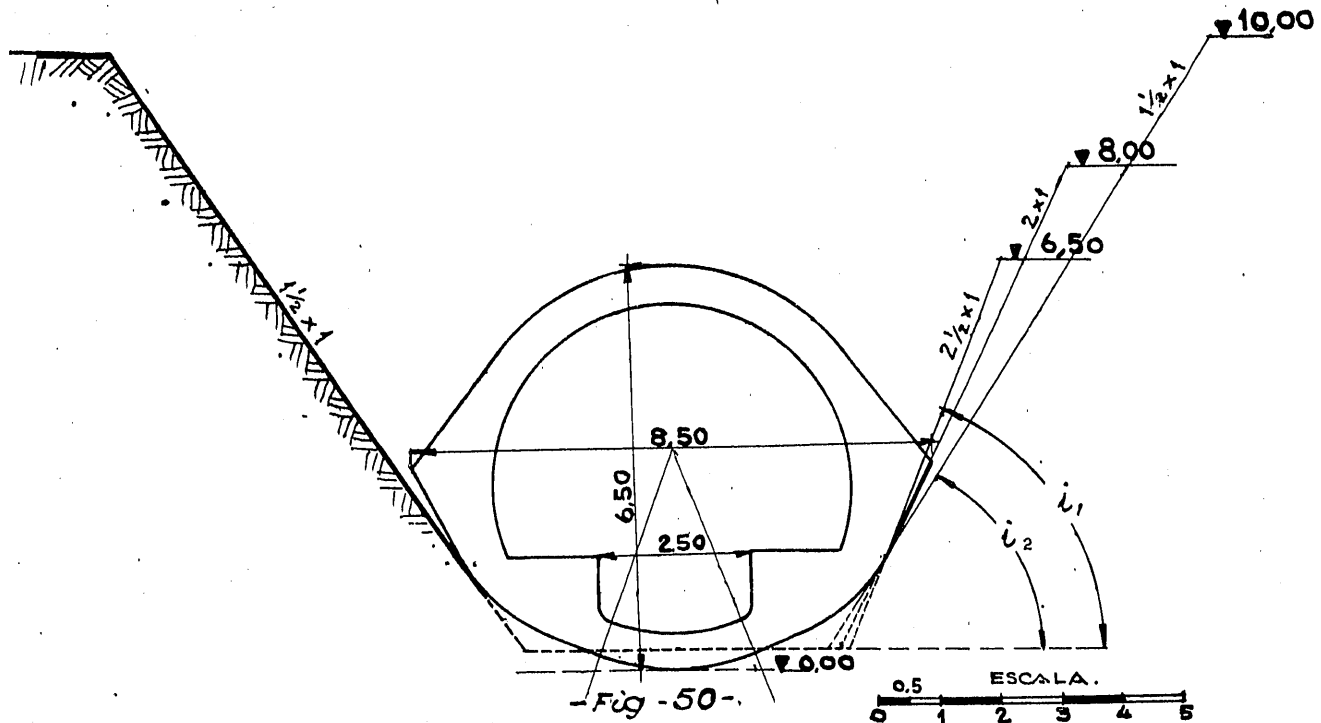
Fig. 49

terminados valores de φ e i , nos permite deducir la altura h .

Ejemplo: Cohesión, $c = 2 \text{ ton./m.}^2$; densidad, $\gamma = 1,7 \text{ ton./m.}^2$; inclinación, $i = 60^\circ$; rozamiento, $\varphi = 20^\circ$.

con la reducción de presión que produce la flexibilidad del muro o pared, no se cuenta con ese mismo coeficiente de seguridad supletorio disponible en la estabilidad de taludes.

2.º Que el método analítico produce alturas demasiado pequeñas en relación con las reales, por



En las curvas de $\varphi = 20^\circ$ para $i = 60^\circ$.

Por el método analítico:

$$\frac{c}{\gamma h} = 0,174 \quad h = \frac{c}{\gamma \cdot 0,174} = 6,7 \text{ m.}$$

Por el método sueco:

$$\frac{c}{\gamma h} = 0,100 \quad h = \frac{c}{\gamma \cdot 0,100} = 11,7 \text{ m.}$$

Por el círculo analítico pésimo:

$$\frac{c}{\gamma h} = 0,081 \quad h = \frac{c}{\gamma \cdot 0,081} = 14,50 \text{ m.}$$

Por el deslizamiento plano:

$$\frac{c}{\gamma h} = 0,072 \quad h = \frac{c}{\gamma \cdot 0,072} = 16,40 \text{ m.}$$

Observándose, por tanto:

1.º Que la hipótesis de deslizamiento plano es la más peligrosa y atrevida, como ya se indicó al principio, en la introducción, porque produce alturas muy grandes, excesivas, y que, si para los empujes sobre planos supuestos rígidos, se cuenta

lo que se puede tomar casi sin coeficiente de seguridad.

3.º Que el método analítico del círculo pésimo produce alturas 20 a 30 por 100 mayores que el método sueco.

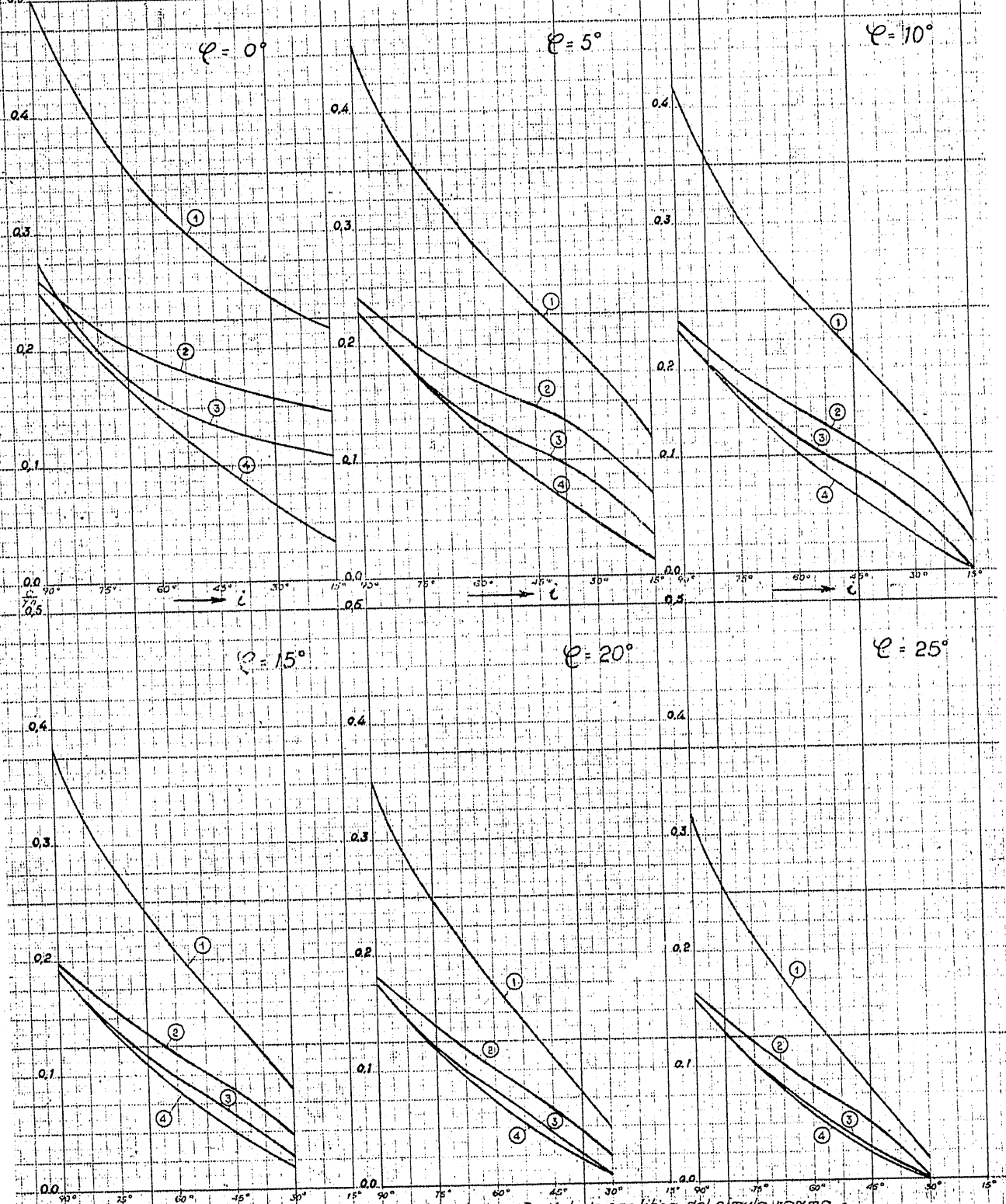
Parece, por tanto, aconsejable tomar las alturas del método sueco o la media de los dos métodos circulares, para aplicar a ellos el coeficiente de seguridad, sin perjuicio todavía de evaluar la cohesión con una reducción complementaria, porque su disminución, por variaciones en el tiempo de imbibición y desecación, puede determinar que su valor real actuante en el momento del equilibrio estricto sea menor que el inicial medido en laboratorio o en zanjas recién excavadas.

Si hay sobrecarga sobre el talud y no es muy grande respecto a la masa de posible movimiento, puede, con aproximación grosera, trabajarse con la altura total después de reducirla a tierras, pero contando que el coeficiente de seguridad debe ser mayor por la no presencia de la cohesión y rozamiento en la altura virtual de sobrecarga.

Valores del factor de cohesión $\frac{c}{\gamma h}$ para varios métodos de comprobación de estabilidad de taludes y para superficies deslizantes que pasen por su pie.

Inclinación del talud en ángulo con la horizontal.	Método analítico.	Método sueco (circular).	Método analítico del círculo pésimo.	Deslizamiento plano.	Método analítico.	Método sueco (circular).	Método analítico del círculo pésimo.	Deslizamiento plano.
	Rozamiento interno $\varphi = 0^\circ$				Rozamiento interno $\varphi = 5^\circ$			
$i = 90^\circ$	1) 0,500	2) 0,260	3) 0,276	4) 0,250	1) 0,458	2) 0,241	3) 0,229	4) 0,229
$i = 75^\circ$	0,396	0,218	0,198	0,192	0,353	0,198	0,172	0,171
$i = 60^\circ$	0,328	0,190	0,158	0,144	0,284	0,168	0,135	0,124
$i = 45^\circ$	0,280	0,175	0,136	0,104	0,231	0,148	0,109	0,083
$i = 30^\circ$	0,244	0,156	0,118	0,067	0,183	0,118	0,182	0,047
$i = 15^\circ$	0,217	0,146	0,107	0,033	0,118	0,072	0,035	0,015
	Rozamiento interno $\varphi = 10^\circ$				Rozamiento interno $\varphi = 15^\circ$			
$i = 90^\circ$	1) 0,420	2) 0,217	3) 0,210	4) 0,210	1) 0,384	2) 0,198	3) 0,192	4) 0,192
$i = 75^\circ$	0,307	0,174	0,156	0,152	0,280	0,155	0,135	0,134
$i = 60^\circ$	0,244	0,142	0,116	0,105	0,208	0,118	0,098	0,088
$i = 45^\circ$	0,187	0,111	0,086	0,065	0,148	0,088	0,064	0,049
$i = 30^\circ$	0,130	0,077	0,051	0,031	0,085	0,048	0,027	0,018
$i = 15^\circ$	0,043	0,024	0	0,004	—	—	—	—
	Rozamiento interno $\varphi = 20^\circ$				Rozamiento interno $\varphi = 25^\circ$			
$i = 90^\circ$	1) 0,350	2) 0,182	3) 0,175	4) 0,175	1) 0,319	2) 0,164	3) 0,159	4) 0,159
$i = 75^\circ$	0,246	0,138	0,119	0,117	0,215	0,118	0,102	0,102
$i = 60^\circ$	0,174	0,100	0,081	0,072	0,143	0,081	0,063	0,053
$i = 45^\circ$	0,113	0,067	0,044	0,035	0,081	0,051	0,028	0,023
$i = 30^\circ$	0,047	0,025	0,008	0,008	0,017	0,010	0	0,002
$i = 15^\circ$	—	—	—	—	—	—	—	—

Valor del factor de cohesión $\frac{c}{\gamma h}$ = $\frac{\text{cohesión}}{\text{densidad} \times \text{altura}}$ según varios métodos y para distintas inclinaciones i y rozamiento interno φ .



1.- Método analítico. 2.- Método sueco (circular). 3.- Método analítico del círculo (suma). 4.- Deslizamiento plano.

- Fig. 51 -

De dos tipos repetidos de zanja pueden hallarse, como siempre, dos valores medios estrictos de $\frac{c}{\gamma h}$ que puedan darnos las constantes físicas, bases de cálculo, la cohesión c y el rozamiento φ del terreno, si se conoce su densidad γ y se han medido los valores, en ambos casos, de la altura h y la inclinación i .

LAS SUPERFICIES DESLIZANTES PROFUNDAS.

Los métodos disponibles no nos proporcionan las frecuentes superficies deslizantes profundas, puesto que, como antes se dice, la comparación de los métodos se ha hecho para superficies deslizantes que pasen por el pie del talud, y esa hipótesis corresponde muchas veces a la realidad probable en el caso de trincheras o canales y en los estribos de puentes de pequeña luz, en los cuales las superficies profundas no son las más desfavorables como consecuencia del contrapeso que en el aumento de los empujes pasivos representan las tierras del talud de enfrente, pero en muchos otros casos, muros de muelle o taludes de grandes excavaciones o grandes canales, y especialmente en el caso de malos terrenos de poco rozamiento interno, las superficies peores son, en general, más profundas, afectando a una gran masa de tierras, y, además, su presentación viene obligada en todos los muros de fábrica o en los taludes con revestimiento, siquiera parcial, del pie, puesto que las superficies previsibles no habrán de cortar a las fábricas.

El problema de su obtención sistemática es complejo, y únicamente el método sueco nos proporciona algún resultado, teniendo en tales casos, de ordinario, el proyectista, que tantear por sí los círculos que a su juicio sean más temibles.

Si se examina primeramente el comportamiento de una superficie circular de radio R , cuyo centro

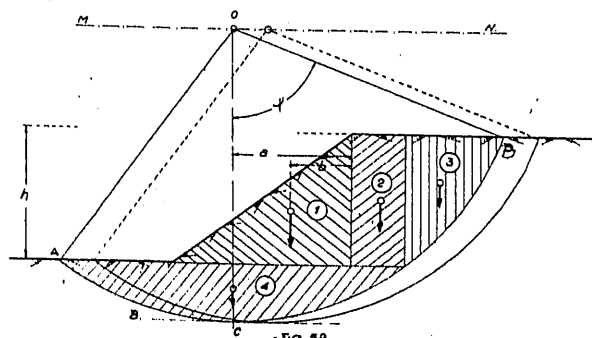


Fig. 52

se mueve en la horizontal MN (fig. 52), cuando el equilibrio de los pesos de tierras se establece con sólo la cohesión de tierras, porque carezcan de rozamiento, se halla, tomando momentos respecto al centro del círculo, de los pesos y de la cohesión actuante en el arco:

$$c = \frac{\text{Mom. 4} + \text{Mom. 1} + \text{Mom. 2} + \text{Mom. 3}}{R \cdot A B C D}$$

pero como Mom. 4 = 0 y el Mom. 3 es constante, c es máximo cuando lo es:

$$\text{Mom. 1} + \text{Mom. 2} = \text{Máx.} =$$

$$\gamma \text{ área } 1 (a - b) + \gamma h (r \text{ sen } \phi - b) \left(a + \frac{r \text{ sen } \phi - a}{2} \right) = \text{Máx.}$$

y la derivada respecto a a :

$$\text{área } 1 - h a = 0 \quad a = \frac{\text{área } 1}{h};$$

es decir, el centro del círculo deslizante está situado en la vertical que pasa por el punto medio de

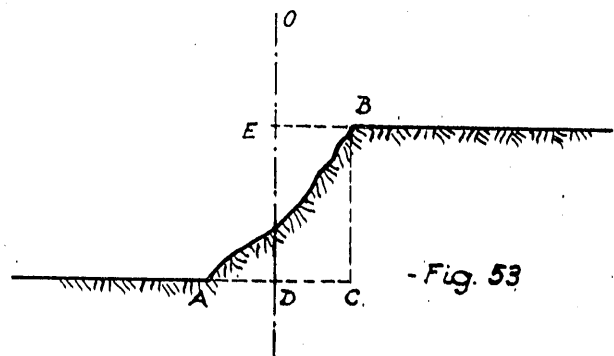


Fig. 53

la línea de máxima pendiente del talud, cualquiera que sea su inclinación i , y si el talud es irregular y no recto, el centro está situado en la vertical ED (figura 53); cuando el rectángulo $EB CD$ es equivalente al área irregular ABC , cualquiera que sea la forma de la línea AB , y si el área ABC es invariable, es también fija la posición de la vertical que pasa por el centro del círculo más peligroso, cuando las tierras presentan solamente cohesión.

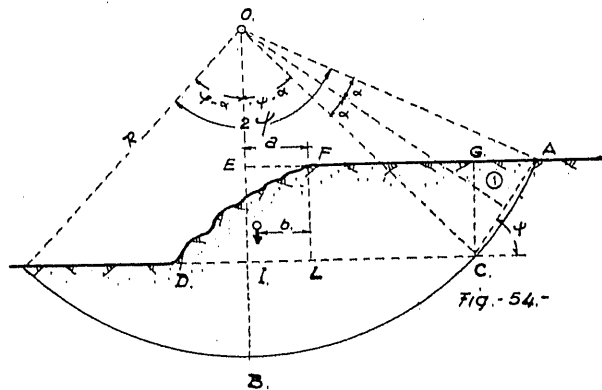
Si se estudia la altura a que está situado ese centro, sobre esa vertical, ya conocida, se tiene (figura 54):

$$R = OA = \frac{\frac{1}{2} h}{\text{sen } \alpha} = \frac{h}{2 \text{ sen } \phi \cdot \text{sen } \alpha}$$

$$IC = OC \text{ sen } BOC = OA \text{ sen } (\phi - \alpha) = \frac{h \text{ sen } (\phi - \alpha)}{2 \cdot \text{sen } \phi \cdot \text{sen } \alpha}$$

Además, el momento respecto a la vertical del

centro, de $DILCGF$ es igual al momento de DFL , más el de $ICGE$, menos el de $ILFE$, y por la situación de la vertical del centro del círculo, de sólo cohesión, puesto que: área $ILFE$ =



= ah = área DLF , el momento de $DILCGF$ es:

$$\begin{aligned} \text{Mom. } DILCGF &= \text{Mom. de } ICGE + \text{Mom. de } DFL - \\ &\quad - \text{Mom. de } ILFE = \\ &= \text{Mom. de } ICGE + \gamma \cdot DLF \cdot (a-b) - \gamma \cdot DLF \cdot \frac{a}{2} = \\ &= \text{Mom. de } ICGE - \frac{\gamma ah}{2} (2b-a), \end{aligned}$$

y con ello la ecuación del equilibrio estricto:

$$\begin{aligned} c \cdot R \cdot 2\psi \cdot R &= 2R^2 c \psi = \frac{2 \cdot h^2 \psi \cdot c}{4 \text{ sen}^2 \psi \cdot \text{sen}^2 \alpha} = \\ &= \text{Mom. } ICGE - \frac{\gamma ah}{2} (2b-a) + \text{Mom. } CAG = \\ &= h \cdot IC \cdot \frac{IC}{2} - \frac{\gamma ah}{2} (2b-a) + \text{Mom. } CAG = \\ &= \frac{\gamma h}{2} \frac{h^2 \text{sen}^2 (\psi - \alpha)}{4 \cdot \text{sen}^2 \alpha \cdot \text{sen}^2 \psi} - \frac{\gamma ah}{2} (2b-a) + \\ &\quad + \frac{\gamma h^2}{2} \left(\frac{h}{2 \text{ tg } \alpha \cdot \text{tg } \psi} + \frac{h}{6} \right) \end{aligned}$$

de donde:

$$\begin{aligned} c &= \frac{\gamma h}{4 \psi} \left\{ \text{sen}^2 (\psi - \alpha) + 4 \text{sen}^2 \psi \cdot \text{sen}^2 \alpha \right. \\ &\quad \left. \left[\frac{1}{2 \cdot \text{tg } \alpha \cdot \text{tg } \psi} + \frac{1}{6} - \frac{a}{h^2} (2b-a) \right] \right\} = \\ &= \frac{\gamma h}{4 \psi} \left[(\text{sen } \psi \cos \alpha - \cos \psi \text{sen } \alpha)^2 + 2 \text{sen } \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \right. \\ &\quad \left. \text{sen } \psi \cdot \cos \psi + 4 \text{sen}^2 \alpha \text{sen}^2 \psi \left(\frac{1}{6} - \frac{a}{h^2} (2b-a) \right) \right] = \\ &= \frac{\gamma h}{4} \left\{ \left[\text{sen}^2 \psi \cos^2 \alpha + \cos^2 \psi \text{sen}^2 \alpha + 4 \times \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left(\frac{1}{6} - \frac{a}{h^2} (2b-a) \right) \text{sen}^2 \alpha \cdot \text{sen}^2 \psi \right] \right\} \\ &= \frac{\gamma h}{4} f(\alpha, \psi); \end{aligned}$$

función que, para la superficie peligrosa, debe cumplir:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \alpha} = 0 &= -\text{sen}^2 \psi \cdot 2 \cos \alpha \text{sen } \alpha + \\ &+ \cos^2 \psi \cdot 2 \text{sen } \alpha \cos \alpha + 4 \left(\frac{1}{6} - \frac{a}{h^2} (2b-a) \right) \cdot \\ &\quad \cdot 2 \text{sen}^2 \psi \cdot 2 \cos \alpha \text{sen } \alpha = 0 \end{aligned}$$

y, de ella, $\text{sen } \alpha = 0$, $\alpha = 0$, puesto que $\cos \alpha = 0$, $\alpha = 90^\circ$ es una solución incompatible, y también:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \psi} = 0 &= \psi (\cos^2 \alpha \cdot 2 \text{sen } \psi \cdot \cos \psi - \\ &- \text{sen}^2 \alpha \cdot 2 \cos \psi \cdot \text{sen } \psi) + 4 \left(\frac{1}{6} - \frac{a}{h^2} (2b-a) \right) \text{sen}^2 \alpha \cdot \\ &\quad \cdot 2 \text{sen } \psi \cdot \cos \psi - \text{sen}^2 \psi \cdot \cos^2 \alpha + \cos^2 \psi \text{sen}^2 \alpha + \\ &\quad + 4 \left(\frac{1}{6} - \frac{a}{h^2} (2b-a) \right) \text{sen}^2 \alpha \cdot \text{sen}^2 \psi = 0 \end{aligned}$$

que para el valor $\alpha = 0$, antes hallado, se convierte en:

$$\psi (2 \cos \psi \cdot \text{sen } \psi) - \text{sen}^2 \psi = 0,$$

y de ella:

$$\text{tg } \psi = 2 \psi \quad \psi = 66^\circ 46,8';$$

es decir, que, puesto que $\alpha = 0$, la superficie peligrosa tiene radio infinito y es infinitamente profunda, y su ángulo en el centro es $2\psi = 133^\circ 33,6'$, que exige a las tierras un valor de cohesión que se obtiene sustituyendo los valores $\alpha=0$, $\psi=66^\circ 46,8'$ en la expresión antes hallada para c , que toma entonces la forma:

$$c = \frac{\gamma h}{4} \frac{\text{sen}^2 \psi}{\psi}$$

y puesto que se ha obtenido para esta superficie deslizante $2\psi = \text{tg } \psi$:

$$\begin{aligned} c &= \frac{\gamma h}{4} \frac{\text{sen}^2 \psi}{\frac{1}{2} \text{tg } \psi} = \frac{\gamma h}{4} 2 \text{sen } \psi \cos \psi = \\ &= \frac{\gamma h}{4} \text{sen } 2\psi = \frac{\gamma h}{4} \text{sen } 133^\circ 33,6' = 0,72 \frac{\gamma h}{4} \end{aligned}$$

y el factor de cohesión:

$$\frac{c}{\gamma h} = \frac{0,72}{4} = 0,18,$$

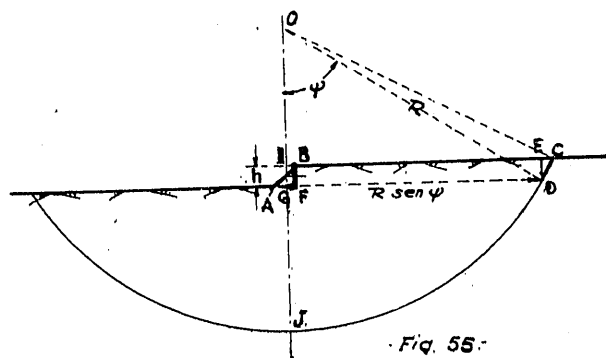


Fig. 55.

es decir, que para esta superficie particular peligrosa el factor de cohesión vale 0,18, que en la figura 44, deducida para superficies que pasen por el pie del talud y con sólo cohesión, corresponde a la inclinación de 53° del talud con la horizontal; es decir, que sólo si el talud es más pino que 53° en el caso de tierras con cohesión, y sin rozamiento, la superficie pésima que pasa por su pie es más peligrosa que la profunda, pero para taludes menos fuertes son más peligrosas las superficies profundas.

Esta propiedad límite se puede comprobar también directamente, pues si la superficie peligrosa tiene su centro lejos, puede, ante la pequeñez de la altura del talud respecto al radio, que la cohesión, repartida en el círculo, equilibra el momento del rectángulo $I G D E$ (fig. 55), es decir:

$$2\psi R^2 \cdot c = \frac{\gamma h R^2 \operatorname{sen}^2 \psi}{2} \quad c = \frac{\gamma h}{4} \frac{\operatorname{sen}^2 \psi}{\psi}$$

y para su máximo:

$$\psi \cdot 2 \operatorname{sen} \psi \cdot \cos \psi - \operatorname{sen}^2 \psi = 0,$$

o sea:

$$\operatorname{tg} 2\psi = 2\psi$$

o sea, como antes:

$$2\psi = 133^\circ 33,6'.$$

En los casos prácticos, no puede encontrarse un terreno sin rozamiento interno en absoluto ni tampoco producirse una superficie con radio infinito; pero sí, en cambio, como consecuencia de lo anterior, que en las arcillas y fangos, con muy pequeño rozamiento interno, la superficie pésima es la más baja posible que toca a las tierras estables o terreno firme, y, además, su ángulo en el centro es del orden de $133^\circ 36,7'$, decreciendo éste con la disminución de la profundidad del terreno firme que resulte tangente a la superficie peligrosa, aunque en la práctica deba compararse también ese círculo teórico, deducido geoméricamente con otras superficies compuestas de dos círculos tangentes a la recta de las mismas tierras estables.

Si las tierras de la superficie libre más alta no son horizontales, son también precisos los tanteos; pero, en general los valores de la cohesión obtenidos, modificando no mucho el centro del círculo deslizante, difieren poco, como se comprueba en el correspondiente ensayo de círculos de cohesión, descrito después, para el muelle de Maliaño.

Si, como ocurre en todos los terrenos, no sólo existe cohesión, sino también rozamiento interno, generalmente las superficies peligrosas están más altas que esas de profundidad máxima, producidas por las tierras cohesivas sin rozamiento, porque el peso creciente de la masa movida, cuando se va considerando una superficie cada vez más profunda, origina, por la presencia del rozamiento, si éste es de consideración, fuerzas resistentes, también crecientes, hasta el punto de que las superficies pésimas son muchas veces las más altas posibles que tocan a las fábricas del muro o a su cimentación directa o de pilotaje.

Las superficies profundas de deslizamiento con punto fijo de paso en la vertical del paramento de intradós de un muro, y que en el caso de taludes sirven también de indicación para el ensayo de superficies deslizantes probables, se obtienen también por tanteo.

En el caso de muros de muelle o, en general, en el de muros, la superficie deslizante pésima no debe cortar al muro ni a sus cimientos, pues, de ordinario, es más desfavorable que una superficie más alta que el pie del cimiento que, por ejemplo, corte pilotes; lo que, en general, la hace menos peligrosa al sumarse a las fuerzas resistentes la que ellos presentan al corte.

No se ha estudiado sistemáticamente esta posibilidad frecuente, y en tal caso creo que debe comprobarse dicha superficie intermedia, teniendo en cuenta:

- 1.º La resistencia al corte de los pilotes como sumando a añadir a los resistentes.
- 2.º Comprobando que la tierra no rompe entre los pilotes, fluyendo entre ellos.
- 3.º Que la resistencia al corte que los pilotes deben resistir no produce movimiento de ellos como pilotes o pared, puesto que la tierra no ha de fluir entre ellos (problema de la pared tablestacada), y considerándolos como hincados en el terreno inferior estable.

Las experiencias de los ingenieros daneses y las del politécnico de Hannover, realizadas para conocer qué parte del empuje de tierras resiste una fila de pilotes, hincados, no en contacto, no dan resultados muy coincidentes, puesto que las primeras aseguran que si la separación s de los ejes no es mayor que cuatro anchos a de pilote (fig. 56 b), la fila funciona como pared continua, y las alemanas, que dicha reducción no es tan absoluta, puesto que para separación entre ejes de dos veces el

ancho, todavía actúa al otro lado del pilotaje el 35 por 100 del empuje que se ejercía sobre él.

En la práctica, sin embargo, dicho empuje residual dependerá, muy principalmente, de la flexibilidad de la misma fila de pilotes, o sea de la relación de su inercia a su largo, y también de la mayor o menor rigidez de la pared en la que pasada la fila de pilotes se mida el empuje restante, pero parece evidente que, si hay más de una fila, por la mutua interferencia del terreno afectado por el movimiento de cada pilote, puede ser mayor la separación entre pilotes de cada fila. Así es que, en general, los pilotajes funcionan a los efectos laterales que aquí se estudian como pared continua, y la resistencia al corte debe ser resistida como pared hincada con fuerza transversal y rasante al terreno, sustituido, en esos casos, por la superficie deslizante, estudiada, que corta pilotes.

Sin embargo, suele ocurrir más frecuentemente, como antes se ha dicho, que la superficie más desfavorable no corte a los pilotes, sino que toque sus puntas, y se conoce, por tanto, en tal caso

la profundidad a que pasa el círculo en la vertical, cerca del paramento del muro.

Hallados los centros de los círculos pésimos de sólo cohesión y el de sólo rozamiento que pasen por ese punto fijo profundo, se comprueba que los intermedios situados en la recta que los une corresponden a círculos que en el equilibrio estricto originan exigencia de valores de cohesión y de rozamiento, aproximadamente proporcionales a la interpolación originada en la línea de centros entre los de los dos casos extremos.

Llamando, como siempre, h a la altura del muro sobre el terreno; γ , a la densidad de tierras; d , a la profundidad del punto fijo en la vertical del paramento del muro; c_0 , a la cohesión teórica absoluta; φ , al ángulo de rozamiento interno, y p , a la sobrecarga por m.² sobre el muro, se obtiene la tabla siguiente, que indica las coordenadas de los centros de los círculos antes indicados, con punto fijo de paso en la vertical del paramento de intradós del muro:

$p/\gamma h$	d/h	Coordenadas del centro del círculo.			Factor de cohesión $= \frac{c_0}{\gamma h}$	Angulo de rozamiento interno cuando $c/c_0 =$				
		Con sólo cohesión $x = 0$	Sólo rozamiento.			1,00 sólo cohesión.	0,75	0,50	0,25	0
			y	z						
0	0,5	0,31 h	0,25 h	0,26 h	0,179 0,180	0°	5,1°	9,0°	12,9°	16,8°
	1,0	0,59 h	0,33 h	0,41 h		0°	3,2°	5,9°	8,4°	11,0°
0,5	0,5	0,57 h	0,31 h	0,35 h	0,293 0,286	0°	6,0°	10,7°	15,3°	20,0°
	1,0	0,85 h	0,41 h	0,53 h		0°	4,2°	7,4°	10,7°	13,9°
1,0	0,5	0,68 h	0,34 h	0,39 h	0,409 0,393	0°	6,7°	11,8°	16,9°	22,1°
	1,0	0,95 h	0,44 h	0,57 h		0°	4,7°	8,5°	12,1°	15,8°

El ábaco de la figura 56c proporciona, a la derecha, valores de φ y del factor de cohesión absoluta $\frac{c_0}{\gamma h}$ con $p/\gamma h$ como abscisa, y a la izquierda, curvas de c/c_0 como abscisa y φ como ordenada para diferentes valores de $p/\gamma h$, como una escala de interpolación de d/h .

Ejemplo: Muelle adecuado a las características del terreno en el Arsenal de La Carraca, junto al dique número 4 (fangos sobre acarreos, en los que los pilotes dan rechazo).

Densidad de tierras fuera del agua = 1,9 t./m.³
% de huecos $\varepsilon = 30$ por 100.

Densidad bajo el agua $\gamma_0 = 1,90 - (1 - 0,30) = 1,20$ ton./m.³

Altura, $h = 5,0 + 8,0 = 13,0$ m.

Sobrecarga. — Reduciendo todo el peso alto del exceso de la densidad de tierras secas y sobrecarga, para equipararlo a ésta, a la densidad módulo de las tierras sumergidas resistentes, se obtiene:

$$\frac{p}{\gamma_0 h} = \frac{5 \times \frac{1,90}{1,20} + 2 \text{ tons./m.}^2}{1,20 \times 13,0} = 0,64.$$

Profundidad bajo el fondo de las puntas de los pilotes, $d = 6,00$ m.:

$$\frac{d}{h} = \frac{6,0}{13,0} = 0,46.$$

ABACO PARA LA OBTENCIÓN DE SUPERFICIES CIRCULARES PROFUNDAS CON PUNTO FIJO DE PASO. EN LA VERTICAL DEL INTRADOS DEL MURO.

- φ = Angulo de rozamiento interno.
- C_0 = Valor absoluto limite de cohesión.
- p = sobrecarga.
- γ = Densidad de tierras.
- h } = Alturas.
- d }

— Curvas para $\frac{d}{h} = 0.5$
 - - - - Curvas para $\frac{d}{h} = 1.0$

$Z = 0.59 h$
 CENTRO DEL CIRCULO CON SOLO COHESION.
 CENTRO DEL CIRCULO CON SOLO ROZAMIENTO.
 $\gamma = 1.9$
 $(\gamma = 0.858 h, \gamma = 0.316 h)$
 Bajo agua $\gamma = 1.9 - (1 - 0.30) = 1.20$.

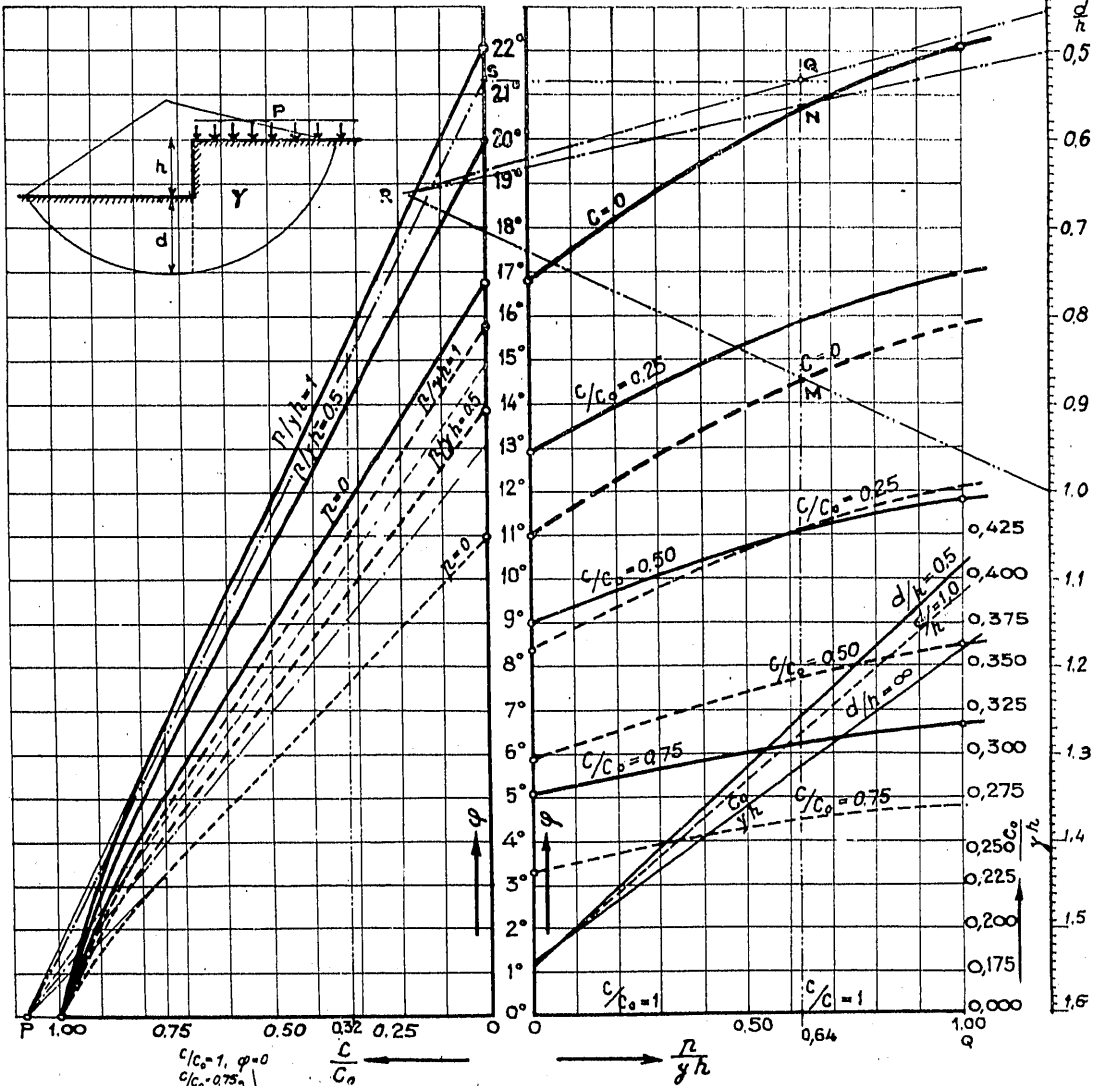
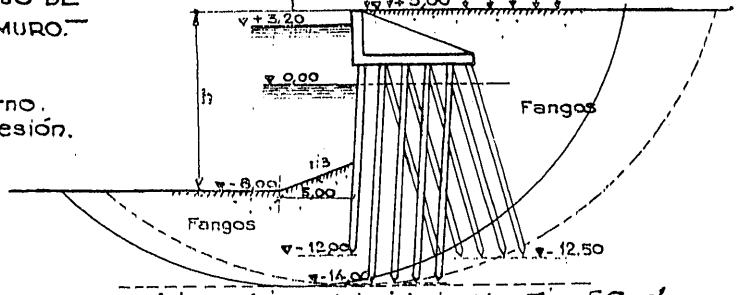
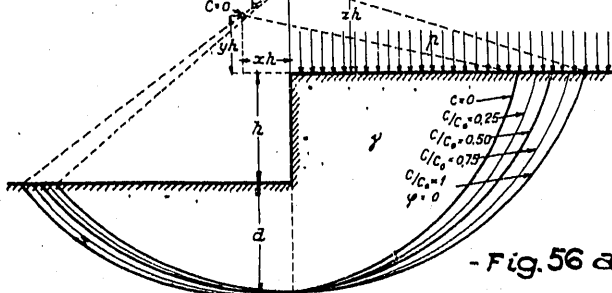
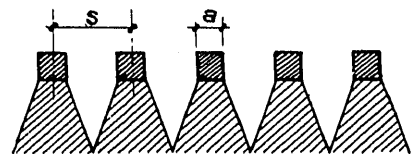


Fig. 56 - c -



- Fig. 56 a. -



- Fig. 56 b -

Centros de las superficies deslizantes límites. — Sin cohesión y sólo rozamiento, interpolando en la tabla entre $\frac{p}{\gamma h} = 0,5$ y $\frac{p}{\gamma h} = 1,0$ para $\frac{p}{\gamma h} = 0,64$ se obtiene: para $\frac{d}{h} = 0,5$, $\varphi = 20,64^\circ$; para $\frac{d}{h} = 1,0$, $\varphi = 14,40^\circ$, y extrapolando fuera de estos valores: para $\frac{d}{h} = 0,46$, se halla $\varphi = 20,7^\circ$.

Sin rozamiento y sólo cohesión. — Análogamente, interpolando para $\frac{p}{\gamma h} = 0,64$ y extrapolando para $\frac{d}{h} = 0,46$, se halla $\frac{c_0}{\gamma h} = 0,28$, y, por tanto, el valor absoluto de cohesión $c_0 = 0,28 \gamma h = 0,28 \cdot 1,2 \times 13,0 = 5,3$ tons./m.²

Si se conoce, por ejemplo, otro punto de la curva, quizá el de afloramiento arriba, queda fijado el centro y los correspondientes valores de c y φ .

Si, por el contrario, sólo se sabe que el rozamiento interno es, por ejemplo, $\varphi = 15^\circ$, se tiene en la tabla derecha las curvas del factor de cohesión $\frac{c}{\gamma h}$ para valores de $\frac{p}{\gamma h}$, distintas para los

distintos cocientes $\frac{d}{h}$ y se obtiene en la ordenada de abscisa $\frac{p}{\gamma h} = 0,64$, para la curva de $\frac{d}{h} = 1,0$ el valor $\frac{c}{\gamma h} = 0,310$ y en la de $\frac{d}{h} = 0,5$, $\frac{c}{\gamma h} = 0,320$; luego extrapolando para $\frac{d}{h} = 0,46$, $\frac{c_0}{\gamma h} = 0,311$ y $c_0 = 0,311 \gamma h = 0,311 \cdot 1,2 \cdot 13,0 = 4,86$ tons./m.²

Esa misma ordenada de abscisa $\frac{p}{\gamma h} = 0,64$ corta a las dos curvas de $c = 0$ y $\frac{d}{h} = 1,0$ y $c = 0$ y $\frac{d}{h} = 0,5$ en los puntos M y N , que unidos con la escala de interpolación derecha de $\frac{d}{h}$ dan el punto

R , que unido con el punto $\frac{d}{h} = 0,46$ de la escala derecha de interpolación, da en el cruce con la ordenada el punto Q , que trasladado a la tabla izquierda da en S el valor de $\varphi = 21,4^\circ$ cuando la cohesión $c = 0$ y uniendo dicho punto S con el encuentro P de las partes rectas de las curvas $\left(\frac{c}{c_0}, \varphi\right)$ da la correspondiente curva $\left(\frac{c}{c_0}, \varphi\right)$ del caso estudiado, que para el dato $\varphi = 15^\circ$, da $\frac{c}{c_0} =$

$= 0,32$ y $c = 0,32 c_0$. Y como la cohesión antes hallada $c_0 = 4,86$ tons./m.², $c = 0,32 \cdot 4,86 = 1,57$ toneladas por metro cuadrado, es decir, el círculo pésimo que pasa por el punto fijo situado 6,0 metros bajo el fondo en el cantil del muelle, exige al terreno, si éste tiene un rozamiento interno de 15° , una cohesión al corte mínima que vale 1,57 toneladas por metro cuadrado $= 157 \frac{\text{gramos}}{\text{cm}^2}$.

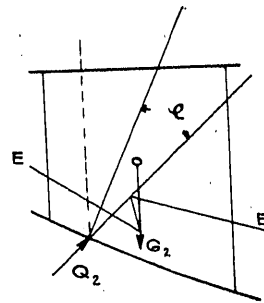
Se representan, además, en la figura 56 *d* las dos superficies deslizantes de sólo rozamiento y sólo cohesión, correspondientes a ese muelle.

El coeficiente de seguridad se interpretaría por comparación con las constantes del terreno, completando el estudio de la superficie peor, partiendo de las dadas por el ábaco y mediante la aplicación para esos círculos del método de la curva de presiones, que se indica a continuación, o como después se detalla para este mismo muelle en el caso de ensayo de una superficie compuesta.

EL MÉTODO GRÁFICO DE LA CURVA DE PRESIONES, COMO PROCEDIMIENTO COMPROBATORIO GENERAL.

Es el que sirvió de base a la sistematización de tanteos realizada en Suecia, resumida en tablas, y el que se presta mejor al ensayo de superficies deslizantes compuestas y que se ha indicado ya antes (figura 45) someramente.

Se reduce a tener en cuenta el equilibrio de cada



- Fig. 57 -

faja vertical del cuerpo deslizante, supuesto dividido en trozos verticales, entre su peso, los empujes de los contiguos y la reacción del suelo estable (figura 57), actuando también subpresión hidrostática o presión lateral, si es que existen. Puede suponerse con aproximación que los puntos de aplicación de empujes son al tercio de las alturas y admitirse que sus direcciones son las tangentes al círculo en los puntos de cruce con la circunferencia de la vertical

sobre la que actúan, y como el peso se conoce en su dirección y aplicación, y la reacción del suelo es tangente al círculo de radio $R \sin \varphi$ por formar en el límite el ángulo φ con el radio, construirse sucesivamente el polígono de fuerzas y el correspondiente funicular, partiendo de las zonas extremas que pueden considerarse en la masa que corre.

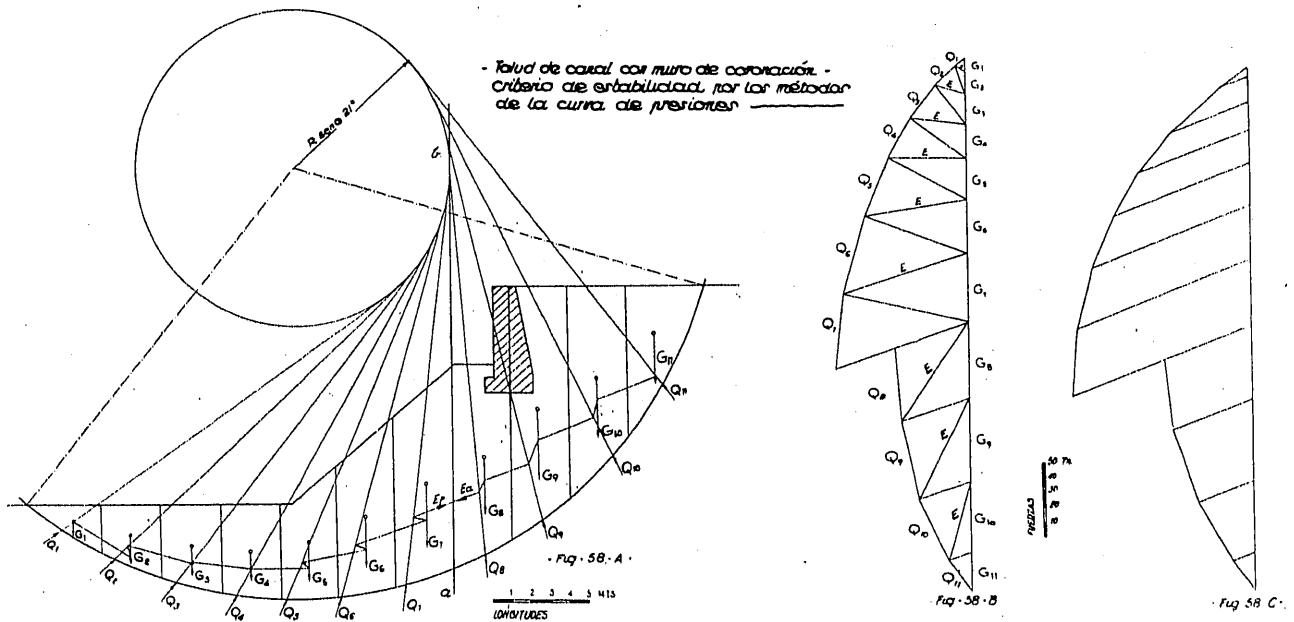
En la zona más alta, si se admite que el empuje es paralelo a la tangente al círculo, formará muchas veces, con la normal a la faja inmediata que lo resiste, ángulo mayor que φ , lo que es inaceptable, porque produciría deslizamiento relativo, incompatible con los supuestos, y, por tanto, se acepta el ángulo φ con la horizontal, donde el paralelismo a las tangentes lo produciría mayor.

Partiendo de las dos fajas extremas, como se in-

por el contrario, en ese círculo se ha obtenido el valor de φ , que cierra el dinámico de las Q , haciendo $E_p = E_a$, el coeficiente de seguridad será $\frac{\varphi}{\varphi_1}$ o mejor $\frac{\text{tg } \varphi}{\text{tg } \varphi_1}$.

Se ha aplicado el procedimiento en las figuras 58 y 59, que representan un talud de cauce con muro de coronación, realizando el ensayo, primero, con $\varphi = 21^\circ$, y luego con $\varphi = 13^\circ$, interpolando en el polígono de fuerzas, en la figura 59, B, entre los dos valores $(E_p - E_a)_{21^\circ}$ y $(E_a - E_p)_{13^\circ}$ para hallar el valor de $\varphi = 15'6''$.

El Centro Alemán de Ensayos en Modelos Reducidos admite que, puesto que se comprueba que influye poco en el valor de φ la inclinación acep-



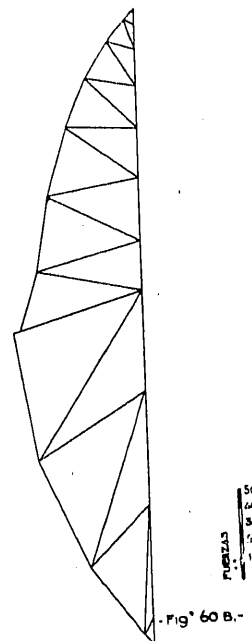
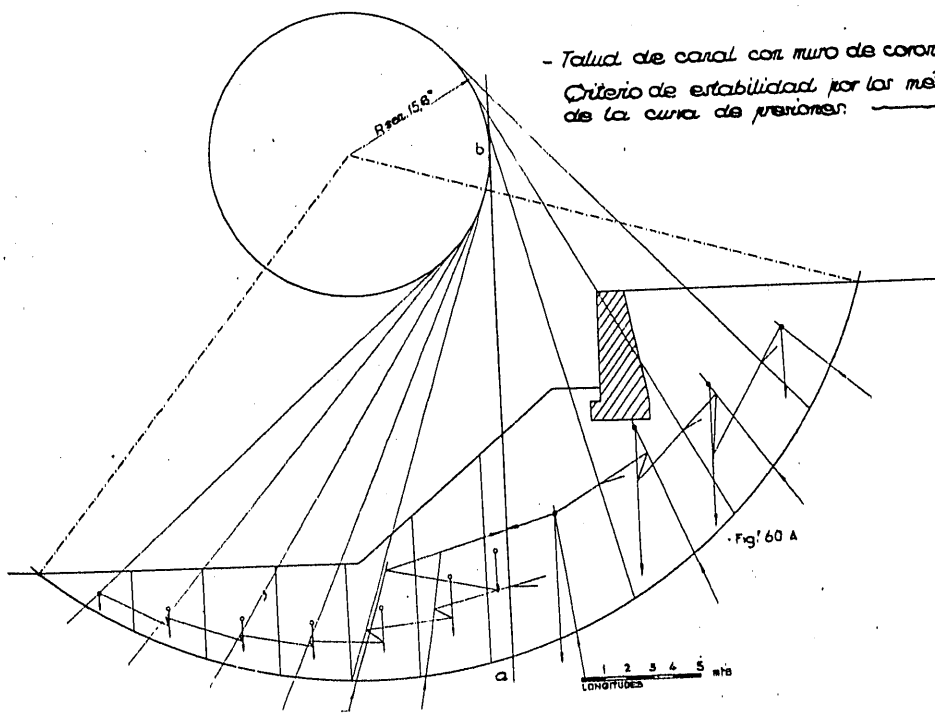
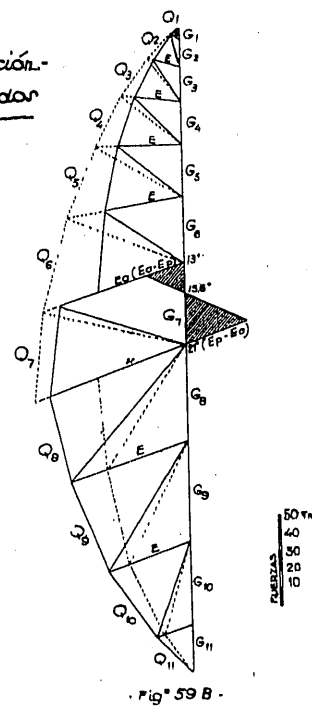
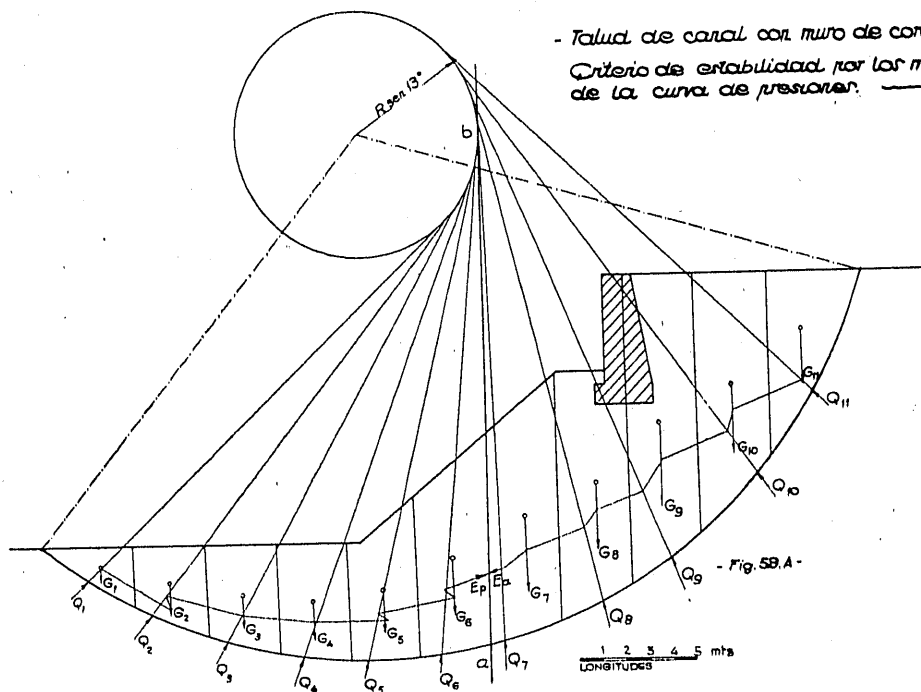
dica en la figura 58, de un talud de canal coronado por un muro, se llega a establecer la relación de empujes que obran en el plano vertical tangente al círculo $R \sin \varphi$ que separa las zonas de peso desfavorable y las que resisten al deslizamiento.

La relación $\frac{E_p}{E_a} = \frac{E_{\text{pasivo}}}{E_{\text{activo}}}$ en ese plano vertical que separa las masas actuantes de las resistentes, da idea del coeficiente de seguridad para el centro y círculo considerado y para los valores de φ y c que se hayan empleado, pues puede admitirse que si el hallado es el círculo pésimo, y además, se ha ensayado con el valor real conocido de las tierras, el coeficiente de seguridad disponible es $\frac{E_p}{E_a}$, y si,

tada para los empujes, puede suponerse a todos los empujes mutuos, paralelos a la superficie libre del talud, y, además, que en cada faja elemental las fuerzas concurren, es decir, pasan por el centro de gravedad de la faja. Trazando desde cada centro de gravedad la tangente al círculo $R \sin \varphi$, se tiene la reacción ejercida sobre ella por la tierra estable y puede construirse el dinámico y hallar el valor $E_p - E_a$, como se ha hecho en la figura 58, C, aplicando este método para $\varphi = 21^\circ$. El procedimiento se presta mejor al talud único que al talud quebrado por ser en él más verosímil el postulado de Rankine respecto a la dirección de empujes, en que se funda. En el ejemplo se han tomado los empujes paralelos a la cuerda total del

círculo ensayado; pero, desde luego, cuando se trata de tantear círculos que cortan a las partes planas superior e inferior, y cuando, además, existe un desnivel de muro vertical en la zona en movimiento,

La objeción que se hace al método de división en fajas verticales, por la incompatibilidad de los ángulos, que con la horizontal tienen que formar los empujes en la parte alta, se ha propuesto resolver



creo es preciso ensayar distintas inclinaciones de empujes, comprendidas entre la dirección de la cuerda y la de la línea de máxima pendiente del talud, para observar la influencia en el resultado $E_p - E_a$.

por Marx (1), mediante la división en fajas produ-

(1) Marx: *Die Berechnung der Rutschgefahr. Die Bau-technik*, 1931.

cidas por planos tangentes al círculo de radio $R \operatorname{sen} \varphi$. En efecto, las propiedades de la elipse de tensiones demuestran que las direcciones de deslizamiento forman entre sí el ángulo $90^\circ - \varphi$, y si una es el círculo, la tangente a éste forma con la tangente al círculo $R \operatorname{sen} \varphi$ el ángulo $90^\circ - \varphi$. Es decir, las tangentes al círculo $R \operatorname{sen} \varphi$ son superficies de carga para los empujes paralelos a la tangente al círculo, por lo menos en la zona de tierras próxima al círculo de deslizamiento, y además, en virtud de esa propiedad de las fajas así conseguidas, la reacción de la zona estable pasa por el centro de gravedad de la faja y es tangente al círculo $R \operatorname{sen} \varphi$. En las zonas resistentes, es más desfavorable y, por tanto, conveniente utilizar la división en fajas verticales y el método antes detallado. Se ha aplicado en la figura 60 sobre el mismo terraplén antes ensayado, partiendo del valor $\varphi = 15'6''$ antes obtenido, y el resultado gráfico es satisfactorio, puesto que prácticamente se anula $E_p - E_a$.

El método de la curva de presiones es, ordinariamente, comprobatorio, mediante falsa posición de los resultados de los procedimientos sistematizados; pero siempre, en la estabilidad por deslizamiento de tierras por superficies curvas, necesita abordarse cada caso particular con las limitaciones que en él existan y que permitan simplificar para el estudio el problema general.

Resumen.

Los métodos estudiados se pueden dividir en inductivos y deductivos, considerando entre aquellos los que proporcionan directamente, conocidas las características físicas de las tierras, la superficie deslizante, y, por tanto, la altura crítica, y deductivos, los que, mediante hipótesis sobre su situación, la comprueban por tanteos. Tipo de los primeros es el método analítico, y de los segundos, el de la curva de presiones, e intermedio, el analítico del círculo pésimo, que si bien fija *a priori* la forma de la superficie, halla analíticamente su situación en función de las constantes físicas. No es posible la aplicación del método inductivo cuando el talud no es continuo y uniforme, características que son su fundamento, ofreciendo, por tanto, tal procedimiento sólo indicaciones ligeramente apro-

ximadas en muros, escolleros o taludes revestidos, y, por otra parte, de los métodos tabulados que permiten obtener sólo los círculos pésimos que pasan por el pie de taludes, cuando se conocen las características, cohesión y rozamiento interno del terreno, el método sueco es el que parece proporcionar resultados más aceptables.

Como antes se dice, cuando el talud se convierte en muro y las curvas que pasan por el pie del intradós son irrealizables por cortar a las fábricas, es necesario admitir la producción de superficies profundas, que es preciso siempre tantear y comprobar.

Cuando las tierras presentan mucha cohesión y poco rozamiento — tipo arcillas — aun en el caso de taludes, es necesario comparar el coeficiente de seguridad de la superficie pésima que pasa por el pie del talud con el de otras superficies profundas y, por el contrario, para las tierras arenosas con bastante rozamiento, las superficies pésimas son altas, es decir, pasan por el pie de los taludes, y en el caso de muros también son, en general, más desfavorables las que tocan al cimiento, esto es, las más altas posibles entre las profundas. En todo caso, es necesario admitir, además, la posibilidad de producción de superficies que tengan partes planas, suponiéndolas el proyectista desarrollándose por las zonas más desfavorables del terreno.

No es aconsejable el uso obligado de un cierto método, y únicamente puede practicarse el camino siguiente: 1.º, partir de las indicaciones tabuladas de los métodos y, principalmente, del sueco; 2.º, para poder usar un cierto procedimiento en cada caso concreto, buscar puntos obligados o singulares de la superficie deslizante en el cimiento o en la coronación; 3.º, ensayar, en general, círculos, que dan alturas aproximadamente reales, con tanteos fáciles; 4.º, ensayar, también, si hay zonas de terreno que lo aconsejen, superficies compuestas de planos y círculos; 5.º, no usar, en general, la hipótesis de deslizamiento plano, por atrevida, y 6.º, comprobar siempre los resultados del cálculo inductivo por el método de la curva de presiones.

En todo caso, el problema general, de ordinario indeterminado, aconseja usar un camino u otro, después de ensayos, y de este modo de operar se presentarán algunos ejemplos.