

JUNTA DE INVESTIGACIONES TÉCNICAS DEL MINISTERIO DE OBRAS PÚBLICAS

# ESTUDIOS SOBRE PENETRACIÓN DE LA LÁMINA VERTIENTE EN UNA MASA LÍQUIDA

Por ENRIQUE BECERRIL y MARIANO F. BOLLO, Ingenieros de Caminos.

Comenzamos en este artículo, para terminar en otro próximo, la exposición extractada del informe presentado a la Junta de Investigaciones Técnicas por los Ingenieros de Caminos D. Enrique Becerril, profesor de la Escuela, y D. Mariano Fernández Bollo. El tema es muy sugestivo, como podrán observar nuestros lectores; diversos Laboratorios extranjeros se habían ocupado de él en los años anteriores a la guerra como uno de los más interesantes en relación con las modernas teorías sobre la turbulencia. Los autores exponen, en esta primera parte, los antecedentes y planteamiento del problema, para dar cuenta, en la segunda, de los resultados analíticos.

## I

### Introducción.

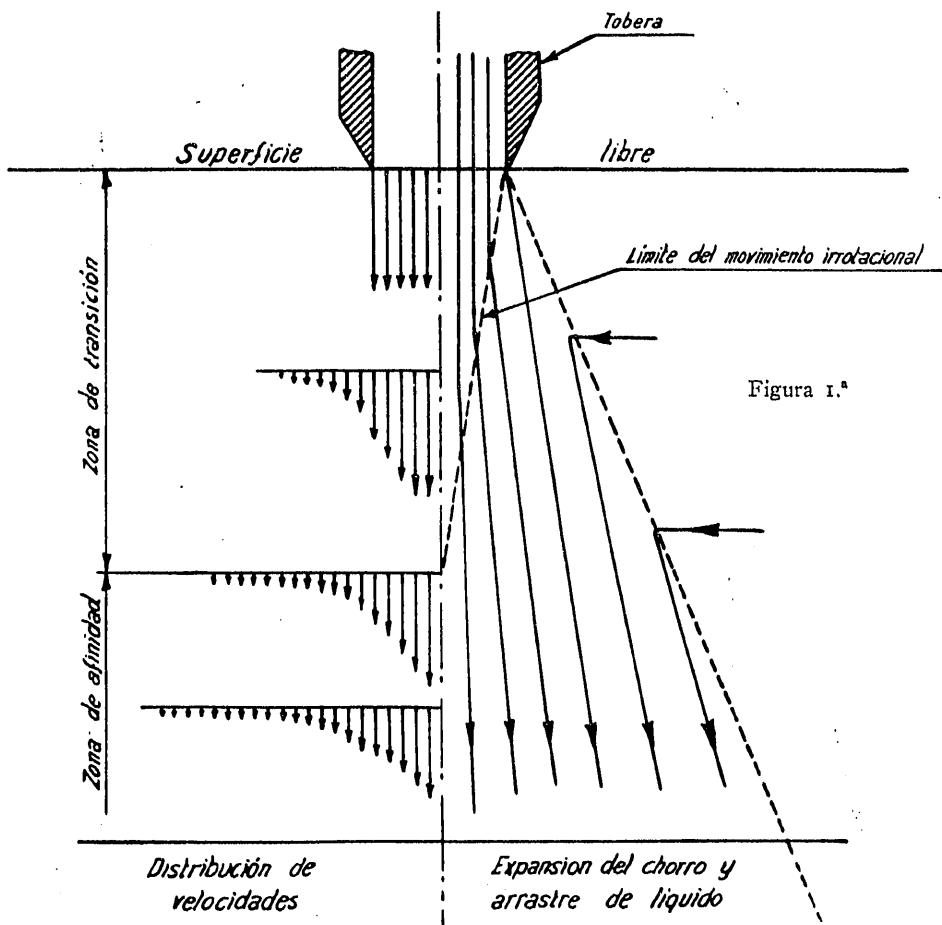
Los ensayos y trabajos de que da cuenta el presente artículo tiene por objeto la determinación de las leyes de los "movimientos" producidos en el seno de una masa fluida por la penetración de una lámina plana del mismo fluido, animada de velocidad uniforme.

El problema tiene un gran interés práctico, pues se relaciona directamente con numerosos procesos de la Hidráulica Aplicada, como son: ensanchamientos, amortiguadores de energía, cascadas y otros, incluyendo, por tanto, los mecanismos de protección, bien por colchón de agua, bien por medio de resalto hidráulico, para cuya explicación y determinación completa es necesaria la previa resolución de aquél, es decir, el conocimiento de la distribución de velocidades y presiones en el interior de la masa de agua.

Si la cuestión estudiada tiene, como decimos, un enorme interés práctico, por otra parte se relaciona íntimamente con una serie de temas

de la más alta importancia teórica, como son las teorías sobre la turbulencia, respecto a las cuales deben citarse, entre otras, los trabajos sucesivos de Bousinesq, Prandtl, Tollmien, Schlichting, Taylor y von Karman.

Estos autores no han desarrollado una teoría úni-



ca en etapas sucesivas, sino que han partido de puntos de vista e hipótesis distintas.

Como antecedentes del caso que estudiamos, y aparte de los estudios ya clásicos de Tollmien sobre penetración de un chorro líquido de sección circular (*Handbuch der Exp. Physik.*, t. IV), podemos citar los casos análogos de la corriente de aire tranquilo (Schlichting, 1930, H. S.) o bien el de la corriente de aire de anchura indefinida (V. z. G. T., 468).

## II

### Resumen de los estudios teóricos realizados hasta la fecha.

Conviene precisar las condiciones reales de presentación del fenómeno (fig. 1<sup>a</sup>).

Supondremos que todo el estudio se refiere, como indica la figura, a una anchura unidad según el eje *Y*, pues consideramos sólo el movimiento bidimensional en coordenadas *x z*, suponiéndole indefinido en dirección *O Y*.

En la práctica siempre existe un fondo,  $\pi$ , que suponemos plano, y a profundidad  $H$ , medida con la unidad fijada anteriormente y en la dirección del eje *O Z*.

La lámina, que entra animada en todos sus puntos de velocidad  $v_0$ , tiene un ancho finito  $b_0$  en la dirección del eje *O X*.

Estas condiciones son las que se han realizado con la mayor precisión posible en los ensayos, adoptando para ello un tanque de fondo y paredes planas, más adelante descrito, y una tobera metálica, ejecutada con la mayor precisión posible.

Pero en un estudio teórico no es fácil tener en cuenta todas las condiciones de contorno desde un principio, siendo preciso simplificar todo lo posible para poder obtener resultados útiles de las ecuaciones planteadas.

Para llegar a resultados sencillos, Tollmien parte en su estudio ya citado, para un problema análogo, de las hipótesis siguientes:

- 1.<sup>o</sup> Suponer la anchura infinita.
- 2.<sup>o</sup> Suponer  $H$  infinito.
- 3.<sup>o</sup> Considerar  $b_0 = 0$ .

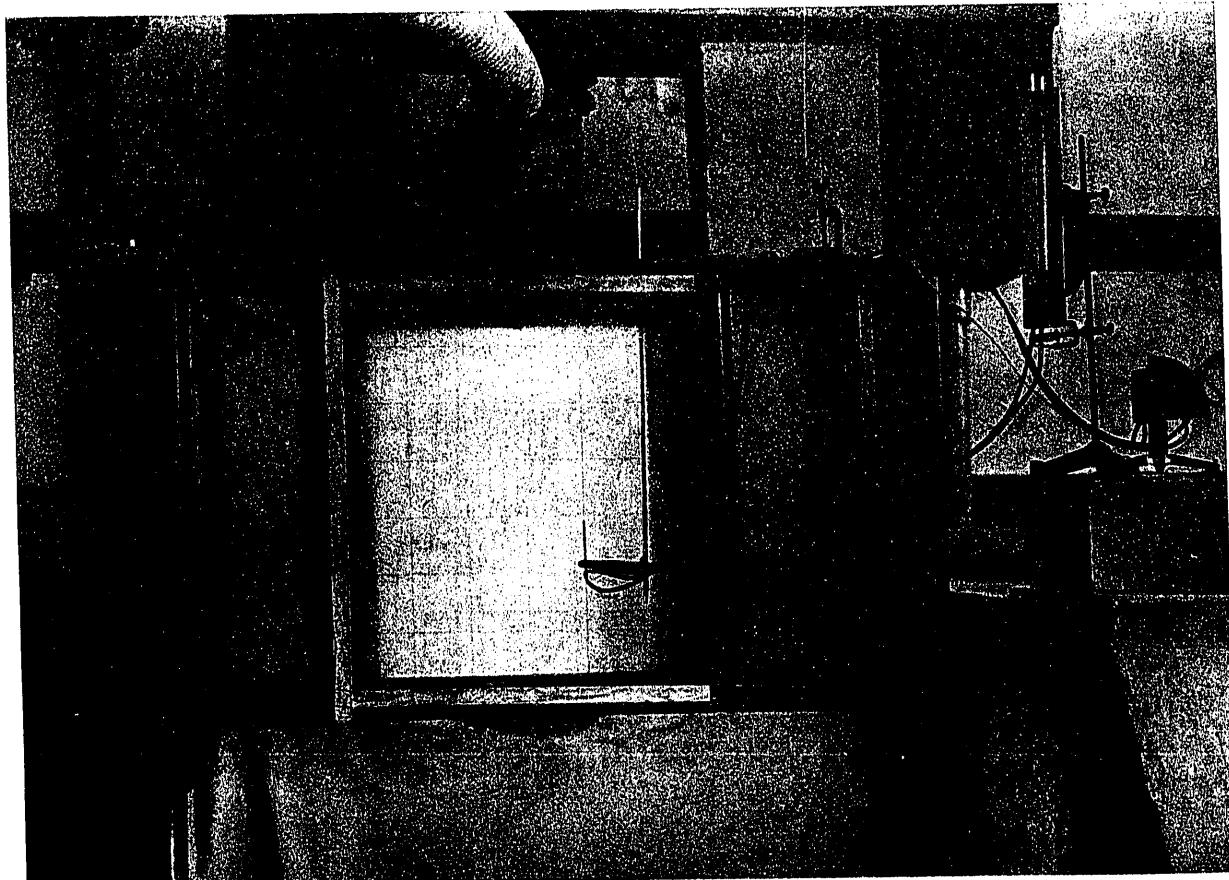


Fig. 2<sup>a</sup> — Vista general de la instalación de ensayo.

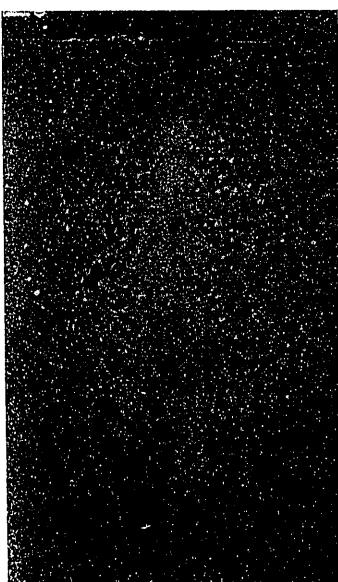


Fig. 3.<sup>a</sup> — Penetración turbulenta. Fotografías obtenidas con distintas exposiciones. Iluminación anterior.

Obtiene así las ecuaciones de un movimiento teórico distinto del real, ya que éste vendrá modificado por:

- 1.<sup>o</sup> La influencia del fondo.
- 2.<sup>o</sup> La influencia de las paredes.
- 3.<sup>o</sup> La distri-

1/50 seg.

bución inicial de velocidades.

Estos efectos convendrá tenerlos en cuenta en los resultados del estudio.

Tollmien aplica la teoría de la turbulencia de Prandtl (L. Prandtl: Z. S. f. ang. Math. und Mech., t. 5, 138, 1925), fundada en la introducción de la magnitud  $l$  (distancia de mezcla), que verifica:

$$\tau = \rho \cdot l^2 \left| \frac{du}{dy} \right| \left| \frac{du}{dy} \right|;$$

siendo  $\tau$  el esfuerzo tangencial en el seno del líquido.

También utiliza la condición de afinidad entre las distribuciones de velocidad en planos horizontales a distintos niveles, deducida por Prandtl en su trabajo, dado a conocer en el Congreso de Zúrich, de 1926.

Por último, supone que la distancia de mezcla  $l$  es aproximadamente constante en cada sección y proporcional a la profundidad.

Así obtiene para la ecuación de la gráfica de velocidades la ley:

$$v = \frac{V_{zm}}{\sqrt{z_m}} \sqrt{z} \cdot f \left( \frac{x}{z} \right);$$

siendo  $f \left( \frac{x}{z} \right)$  la misma a cualquier profundidad.

También estudia Tollmien el caso de la vena ga-

seosa que sale por un orificio circular, obteniéndose en este caso la expresión:

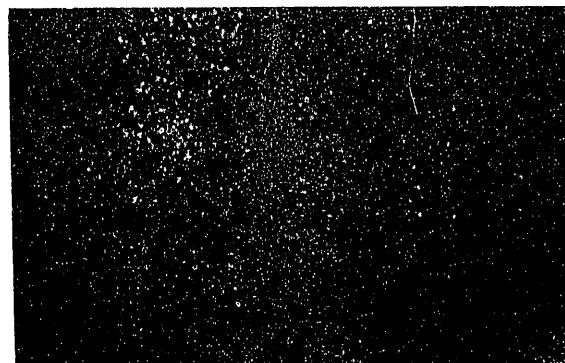
$$v = \frac{V_{zm}}{z_m} \cdot z \cdot f \left( \frac{x}{z} \right).$$

El problema de la estela del círculo que se desplaza ha sido tratado por Swain (L. M. S.), que obtuvo:

$$v = V \cdot \frac{k_2}{y^2} \cdot f \left( \frac{x}{\sqrt{k_2 y}} \right).$$

Schlichting (H. S.), determinó para el caso plano (estela de una tira, ala):

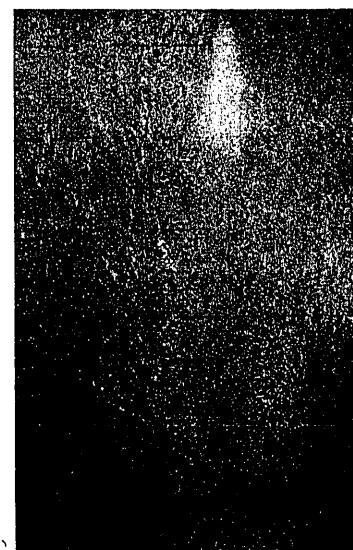
$$v = V \cdot \frac{k_1}{y} \cdot f \sqrt{\frac{x}{\sqrt{k_1 y}}}.$$



1/25 seg.

Puede observarse que las determinaciones realizadas hasta la fecha se fundan todas en una sola de las interpretaciones analíticas de la turbulencia, ya que, por ejemplo, la "distancia de mezcla" de Von Karman no ha permitido obtener resultados concordantes con los anteriormente expuestos.

Tanto este hecho como la extraordinaria influencia que tienen en los casos

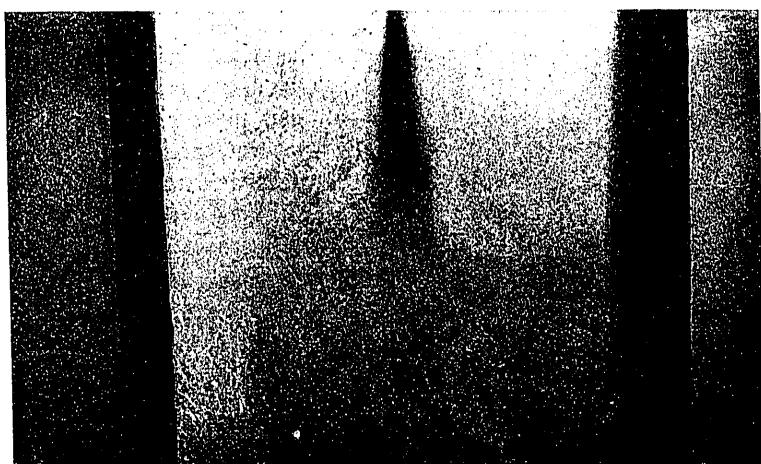


reales las circunstancias de contorno de que aquí se ha prescindido, indican el interés que tiene una investigación directa sobre la realidad, que aclarará muchos puntos dudosos de los trabajos anteriores, y podrá confirmar los resultados obtenidos analíticamente y experimentalmente en el caso de fluidos gaseosos.

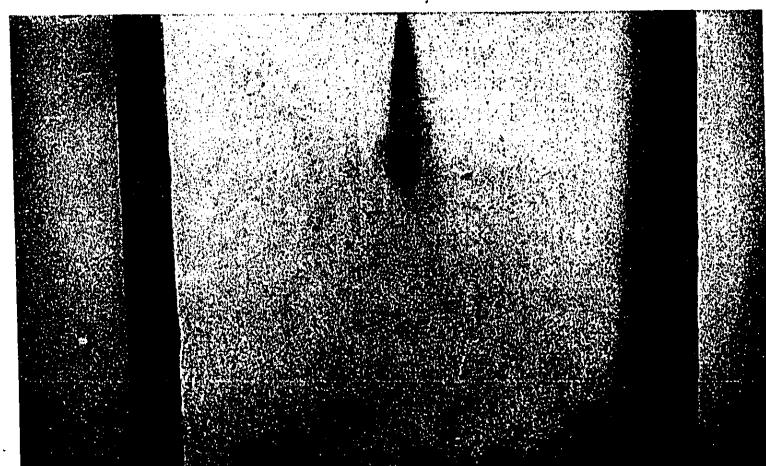
1/10 seg.



1/50 seg.



1/25 seg.



1/10 seg.

Fig. 4.<sup>a</sup> — Fotografías obtenidas con iluminación posterior.

## III

## Estudio experimental del fenómeno

Al iniciarse la penetración de la lámina, se observa la producción de una gran turbulencia, puesta de manifiesto con las trayectorias de las pequeñas burbujas de aire que son arrastradas por el agua. En el extremo de la lámina se forman en un principio dos remolinos muy acusados, simétricos con relación al eje de la misma, y que giran en sentido contrario, siendo arrastrados por el movimiento de penetración.

Antes de que estos dos remolinos desaparezcan se forman otros análogos, que, a partir de la superficie, van siendo arrastrados por el agua, pero la simetría desaparece, y los remolinos tienden a colocarse al tresbolillo, según la distribución de Von Karman, disminuyendo al propio tiempo su intensidad; el deslizamiento de los remolinos da lugar a la fluctuación alternativa del chorro penetrante.

En las figuras 1.<sup>a</sup> y 2.<sup>a</sup> puede apreciarse este fenómeno. Sin embargo, el establecimiento de los remolinos, fenómeno demasiado rápido en la realidad, se aprecia mejor en las figuras 3.<sup>a</sup> a 6.<sup>a</sup>, tomadas en el aparato para el estudio de líneas de corriente, de la Escuela de Caminos.

Consiste esencialmente en dos lunas de cristal, cuya separación es de 3,2 milímetros, y entre las cuales puede circular agua, o bien permanecer en reposo. Con este aparato, si bien el valor muy bajo del número de Reynolds y la presencia de las lunas son causas perturbadoras que impiden dar a los experimentos otro valor que el meramente cualitativo, en cambio las velocidades mucho menores y la posibilidad de emplear colorante, permiten seguir la marcha general del fenómeno con mayor comodidad.

Las figuras 3.<sup>a</sup> y 4.<sup>a</sup> se han hecho dejando penetrar un pequeño chorro de agua coloreada, durante un corto tiempo. Se observa en ellas la producción de los dos remolinos simétricos, y su distribución al tresbolillo más tarde.

Las figuras 5.<sup>a</sup> y 6.<sup>a</sup> se han obtenido por penetración, durante un tiempo más largo, de agua sin colorear, es-

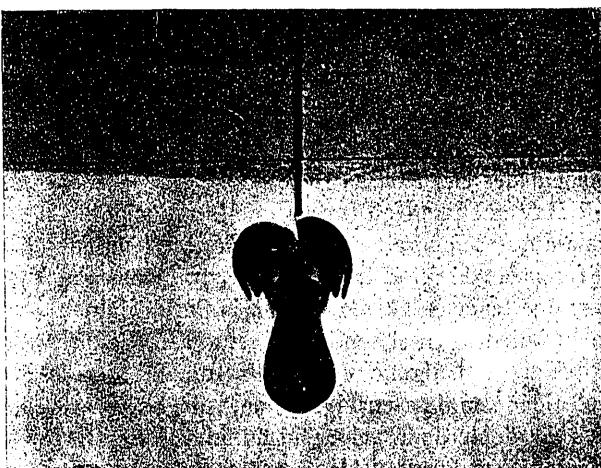


Fig. 5.<sup>a</sup> — Penetración laminar. Iniciación del fenómeno.

tableciendo previamente en el aparato unas líneas horizontales de agua coloreada. Puede observarse también en ellas la disminución de la intensidad de los remolinos, así como el ensanchamiento progresivo de la lámina a partir de la superficie.

Se observará que este ensanchamiento es mucho más rápido que en el tanque, por la intervención, aquí preponderante, de las fuerzas de viscosidad.

Hay que advertir, finalmente, que aunque las figuras 7.<sup>a</sup> y 8.<sup>a</sup> den la impresión de la existencia de remolinos, con velocidades de giro grandes, de manera que al parecer hay regiones con velocidades ascendentes muy grandes, ello es debido a la fuerza ascensional de las burbujas del aire.

De hecho, las velocidades de giro de estos remolinos son pequeñas, comparadas con sus velocidades de traslación, cosa que se aprecia fácilmente observando los movimientos horizontales de las burbujas.

Las medidas de velocidad confirman también este punto, ya que en toda la zona central del tanque, en la cual se verifican estos fenómenos, no se acusan velocidades negativas. La presencia de los remolinos se pone de manifiesto únicamente por el aumento de la amplitud de oscilación de la velocidad alrededor de su valor medio en dichas zonas.

Para determinar los gráficos de velocidades que nos permitirán conocer  $f\left(\frac{x}{y}\right)$ , bastará con realizar medidas que queden afectadas lo menos posible por los factores perturbadores: fondo, paredes y anchura de la tobera de la entrada.

Ha parecido prudente realizar, además, numerosas medidas que, en lo posible, permitan comprobar la serie de suposiciones hechas, que hasta la fecha sólo se habían comparado con resultados de medidas en el aire para el caso plano que estudiamos.

### Descripción de los aparatos utilizados en los ensayos.

#### a) Tanque de ensayo.

Está formado por un depósito rectangular, cuyas dimensiones son  $120 \times 80 \times 25$  cm.

Este depósito está constituido por una armadura metálica que soporta las lunas de vidrio que constituyen el fondo y las paredes delantera y posterior del aparato.

Las paredes laterales están constituidas por unas placas cuya altura es algo menor que la del tanque, y que van alojadas en unas deslizaderas especiales, formadas por dos angulares soldados al armazón del tanque. De esta manera pueden retirarse a voluntad, y sustituirse por otras más o menos cortas, cuando se quiere variar el nivel del agua en el tanque para cada serie de experimentos. Para conseguir pequeñas variaciones del nivel, hemos utilizado dos placas de cinco más cortas, que se colocaban solapando la parte superior de estas placas y sobresaliendo más o menos de ellas.

Las juntas que quedan entre las placas y las ranuras se impermeabilizan con masilla, de manera que se constituyen dos vertederos laterales para desagüe del tanque. Se ha previsto el caso de tener que ensayar el comportamiento de la lámina con un solo vertedero, o con vertederos desiguales, lo cual correspondería al caso de la penetración de una lámina en una masa dotada de movimiento de traslación.

El agua que rebosa por los vertederos cae en unos depósitos laterales, y desagua por medio de los tubos verticales acoplados al extremo inferior de cada uno.

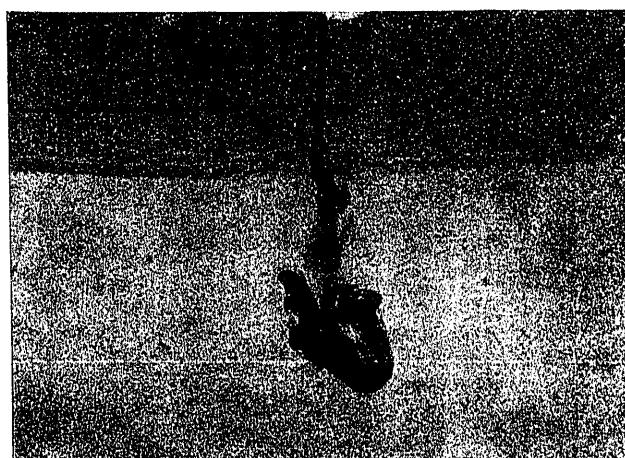


Fig. 6.<sup>a</sup> — Penetración laminar. Aparición de remolinos.

b) *Tobera.*

Para conseguir la formación de la lámina de espesor uniforme, el agua penetra por un tubo lateral de caucho en la tobera y, encauzada por las paredes de la boquilla, cuyas curvaturas van disminuyendo hasta anularse a medida que se aproximan entre sí, sale finalmente formando una lámina de espesor igual a la distancia entre ellas.

La tobera se fija por medio de tuercas a la parte superior del tanque. De esta manera se ha previsto la posibilidad de repetir los ensayos con láminas de agua de espesor distinto, sustituyendo la tobera por otra de mayor o menor abertura.

También puede retirarse la placa central del fondo del tanque, y atornillarse la tobera por la parte inferior del mismo. Con ello se podría estudiar la penetración de una lámina por el fondo de un depósito.

c) *Aparatos de medida.*

La principal dificultad que ha habido que vencer ha sido la de hallar un procedimiento de medida viable y con garantías de exactitud para las presiones y las velocidades en el seno del líquido.

Hay que tener en cuenta que lo reducido de la escala a que se opera trae consigo la necesidad de medir diferencias de velocidades bastante pequeñas. Además, hay que tener en cuenta la gran importancia que tiene la turbulencia en el fenómeno estudiado. Como puede apreciarse en alguno de los diagramas obtenidos, la velocidad máxima en algún punto llega a ser del orden del doble de la velocidad mínima. Por otra parte, el aparato utilizado debía de ser de poco volumen, con objeto de no perturbar sensiblemente el régimen de la corriente en cada punto.

Por todo ello, a pesar de haberse hecho ensayos con pequeños molinetes construidos *ad hoc* (que no se continuaron ante la dificultad de conseguir y mantener el tarado exacto de los mismos) y de tenerse en

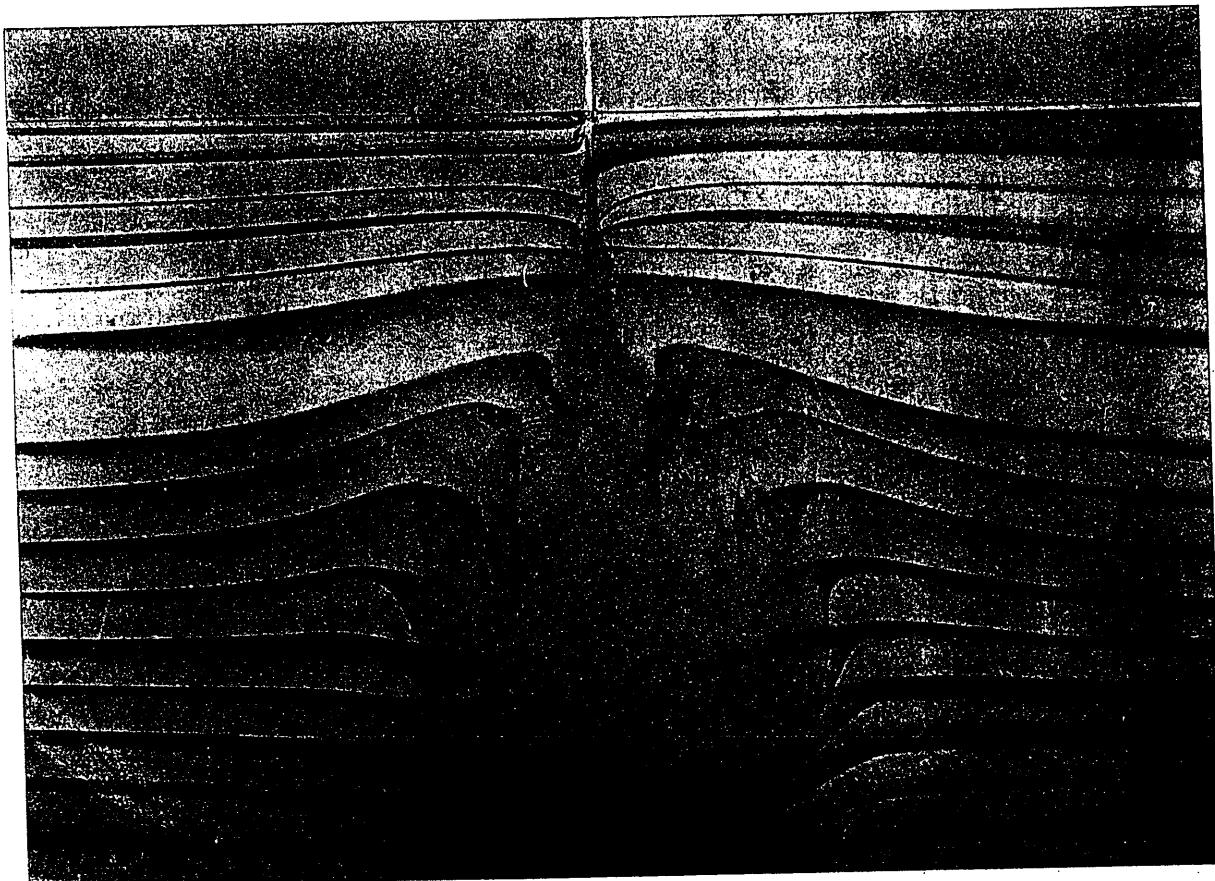


Fig. 7.—Penetración laminar. Deformación del campo. Primera fase del fenómeno.

estudio el empleo de otros procedimientos modernos (la sonda de hilo caliente y los fenómenos de electrocapilaridad), especialmente para el estudio ulterior de la turbulencia, se optó finalmente por utilizar, como más sencillo y mejor conocido, el tubo de Pitot. Se obtienen con él apreciables ventajas en cuanto a seguridad de las medidas, por la eliminación de los errores de tarado y por la imposibilidad de descorrecciones en el curso de las medidas. Aunque las indicaciones del tubo sólo son exactas cuando la dirección de su eje coincide con la dirección de la corriente, de las experiencias de Eck, resulta que las indicaciones son prácticamente aceptables siempre que el ángulo que forme el eje del tubo con la dirección de la corriente sea inferior a  $20^\circ$ , y dada la índole del fenómeno a estudiar, en toda la zona central del ataque (que es la que nos interesa especialmente), el agua circula en una dirección que se separa muy poco de la vertical. Por ello se ha podido montar el tubo Pitot sobre un coordinatómetro, simplificando las operaciones de medida sin perjuicio de la exactitud.

Junto a estas indudables ventajas, el procedimiento presenta algunos inconvenientes que no debemos silenciar.

En primer lugar, no se mide directamente la velocidad, sino la presión dinámica, proporcional al cuadrado de aquélla. Por esta razón, la exactitud de las determinaciones disminuye con las velocidades medidas. No es posible apreciar diferencias de altura de agua inferiores a medio milímetro, que corresponden en el caso más desfavorable a diferencias de velocidad de 9,5 cm./s. Aunque esta velocidad es ya muy pequeña, dada la escala a que se realizan los experimentos, introduce un margen de error no despreciable.

Otro inconveniente del tubo de Pitot estriba en que no permite registrar las variaciones instantáneas debidas a la turbulencia. Tampoco permite registrar exactamente las velocidades medias, pues aun cuando aumentando la inercia del aparato (por el incremento de las masas de agua en movimiento, y de los rozamientos de las paredes), se consigue fácilmente anular las fluctuaciones debidas a la turbulencia, el tubo de

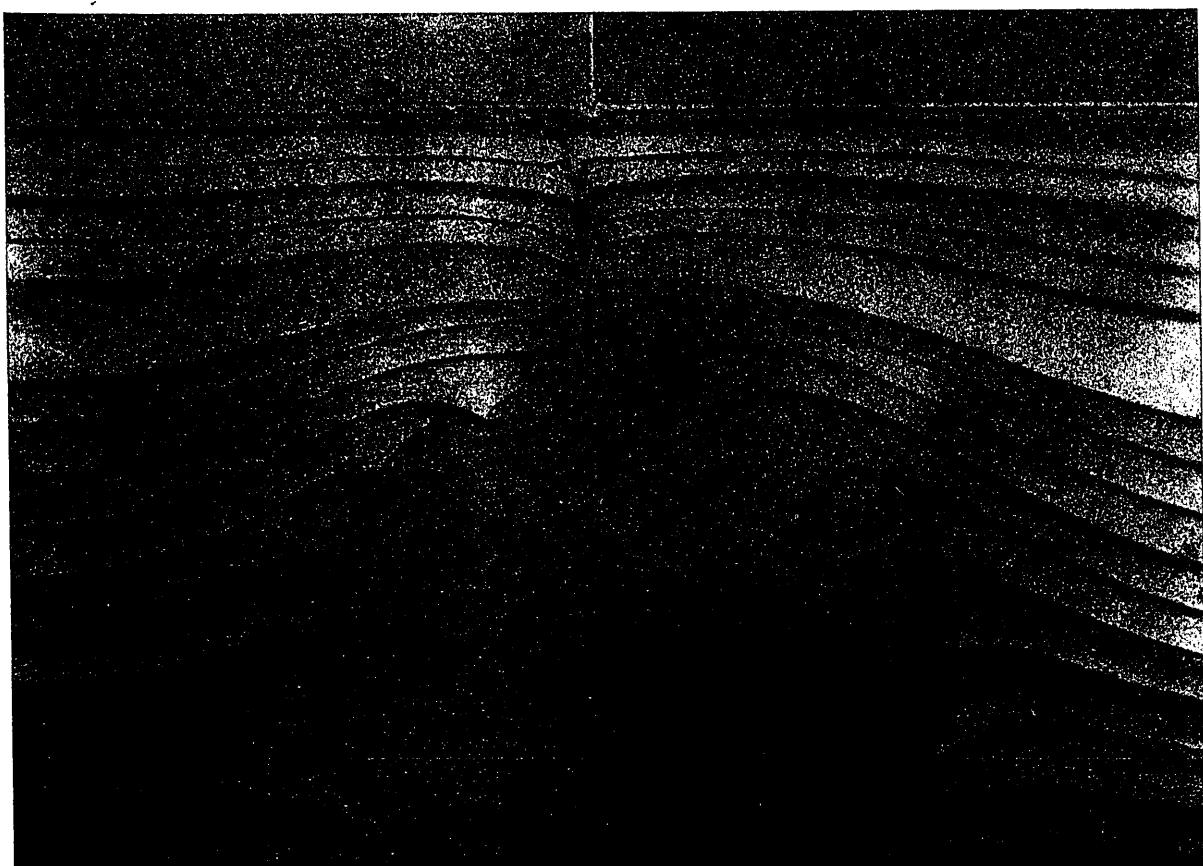


Fig. 8.<sup>a</sup> — Penetración laminar. Deformación del campo. Segunda fase del fenómeno.

Pitot mide entonces la presión media, pero la velocidad que se deduce, aplicando a esta presión media la fórmula  $v = \sqrt{2gh}$ , no coincide, en general, con la velocidad media, ya que como la dependencia entre las velocidades y presiones no es lineal, habrá que afectarla un factor de forma, que depende de la ley de variación de dicha velocidad, y es, por lo tanto, desconocido.

Por esta razón, se ha optado en los ensayos por renunciar a determinar las presiones y velocidades medias, midiéndose solamente los límites inferior y superior de las mismas. Como entre estos límites se ha observado que queda un amplio margen para la variación de la velocidad media, se han registrado las variaciones de velocidad, debidas a la turbulencia, por medio del micromanómetro en los puntos más importantes.

El tubo Pitot, construido para estos experimentos, responde al tipo de pitómetro propugnado por Prandtl.

Consta de un tubo exterior de 3 mm. de diámetro

que sirve para la medición de la presión estática, y otro interior y concéntrico de diámetro mucho menor (0,3 mm.) para la toma de las presiones dinámicas. La longitud del tubo, propiamente dicho, es de 10 cm., y los orificios para la toma de presión estática son dos, de forma rectangular (de  $0,5 \times 3$  mm.) y están colocados a una distancia de 10 mm. del extremo del tubo, para eliminar la perturbación que este extremo pudiera producir.

El tubo Prandtl va sujeto a la varilla del coordinatómetro, de tal modo, que queda en posición vertical, paralelamente a ella, y a una distancia de 8 cm. de la misma. En la parte posterior salen dos tubos de goma de 4 mm. de diámetro interior, que comunican las dos tomas de presión, y las unen con dos tubos de vidrio calibrado de 0,6 mm. de diámetro, colocados en posición vertical sobre un tablero donde se leen las alturas del agua en cada momento.

Dado el pequeño calibre de los tubos de cristal, cualquier variación en la presión dinámica se traduce en una variación de nivel que apenas produce gasto de agua, y que, por tanto, se efectúa muy rápidamente y sin perturbar el régimen de la circulación.

#### **Marcha de los ensayos.**

Se comienza por establecer el régimen del agua en el tanque, regulando el caudal por medio de la arqueta de aforos y variando la altura de las pantallas laterales hasta conseguir que el nivel del agua en el tanque sea el deseado. Hecho esto, se monta el tubo de Prandtl sobre el coordinatómetro, y se introduce hasta la profundidad deseada.

Además se han dispuesto en ambas caras del tanque dos enrejillados paralelos, formados por alambres tensados, equidistantes de 10 en 10 cm.

El movimiento del tubo se efectúa por medio del coordinatómetro, al que va unido.

En estas condiciones se lleva el tubo de Prandtl al punto medio de la horizontal elegida y se observa la altura del agua en el tubo correspondiente a la presión estática, que, en general, es constante o presenta oscilaciones muy ligeras.



Fig. 9.<sup>a</sup> — Penetración turbulenta. Fotografía obtenida con iluminación anterior.

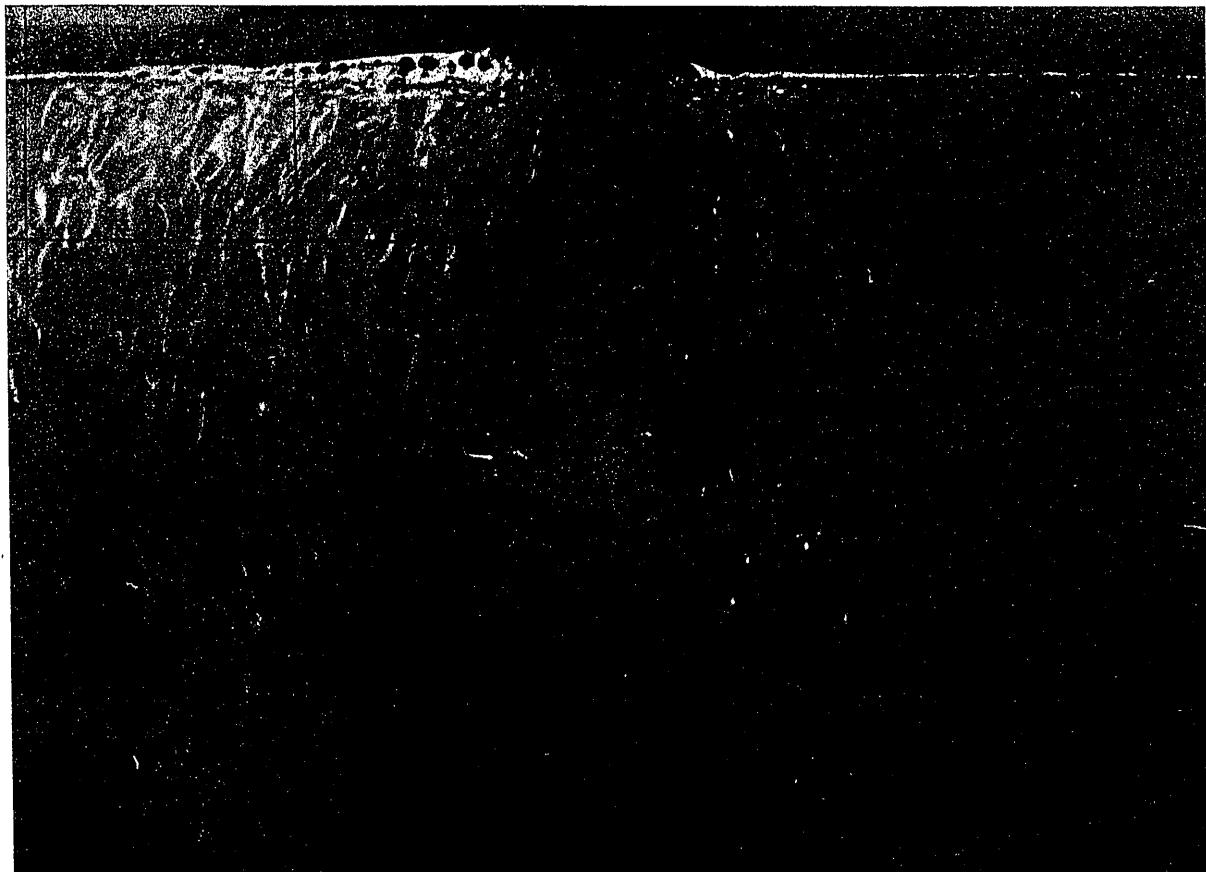


Fig. 10. — Penetración turbulenta. Ensayo en el tanque de experimentación.  
Detalle de la primera zona del fenómeno.

Se anota esta indicación y se observa luego el nivel en el tubo correspondiente a la presión dinámica, que presenta, en cambio, oscilaciones de mayor importancia. Hay que esperar un promedio de veinticinco segundos para conseguir observar la máxima y la mínima elevación de nivel, pues aunque las oscilaciones son bastante rápidas, las amplitudes varían entre límites muy grandes; terminada una lectura, se

cambia de lugar el tubo de Prandtl por medio del coordinatómetro, anotando el recorrido de éste, y se procede a las lecturas en este punto, siguiendo la misma marcha.

Cuando se emplea el micromanómetro diferencial, es necesario cuidar aún más la transmisión de las presiones, por tratarse de un aparato más delicado, bastando, en cambio, una sola lectura en cada punto.