

EL GOLPE DE ARIETE

SOLUCION GRAFICA GENERAL

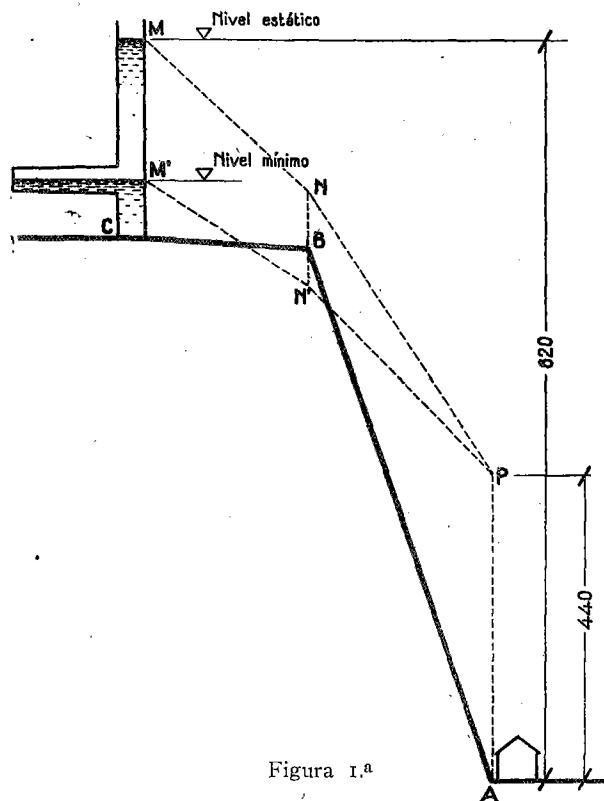
Por EUGENIO VALLARINO, Ingeniero de Caminos.

El método de Bergeron, que por las circunstancias de los últimos ocho años es muy poco conocido en nuestra Patria, resuelve sencilla y rápidamente todos los problemas de ariete hidráulico, lo que antes venía muy limitado en el método clásico de Allievi. En este artículo, el autor expone los antecedentes y hace un análisis preparatorio para la exposición y aplicaciones del método gráfico que, por falta de espacio, se publicarán en números siguientes.

A. Allievi, que en 1913 dió a conocer su teoría del golpe de ariete, se deben los primeros estudios de aplicación práctica sobre esta materia y todos los autores que luego se han ocupado del asunto han tenido que basarse en los del célebre Ingeniero italiano. Pero, aunque sus ecuaciones y ábacos representaron un avance de consideración y han sido utilísimos a los proyectistas y constructores, el rápido desarrollo de la técnica hidráulica plantea una multitud de problemas imposibles de resolver con aquel método, ni aun siquiera con grosera aproximación. En efecto, el problema estudiado por Allievi se reduce al caso de una conducción única de características constantes en toda su longitud, alimentada por un depósito de nivel invariable, siendo la ley de cierre o apertura lineal y el caudal en el órgano obturador proporcional a la raíz cuadrada de la carga. Para lograr una mayor generalidad en la aplicación del método, se recurre a la asimilación del problema que se estudia al caso tipo y, en general, se llega a resultados aceptables para tuberías formadas de varios trozos desiguales. Pero hay innumerables problemas imposibles de reducir a ese casos a menos de acudir a hipótesis simplificadoras que, en ocasiones, llegan a desvirtuar de tal modo la realidad que no se llega ni siquiera al orden de magnitud en los resultados.

Recientemente hemos podido comprobarlo en el proyecto de un salto de alta montaña (1) (fig. 1.^a). Al abrir el regulador y calculada la depresión máxima según Allievi, resultaba una presión mínima AP en el extremo inferior A de la tubería forzada. Para conocer la presión en el codo B , que es el punto más peligroso, admitíamos una repartición lineal de la presión a lo largo de la tubería. Como en el tiempo de apertura el nivel de la chimenea de equilibrio C des-

cendía 16 m., nos encontrábamos con que, si la presión máxima — cuyo instante de aparición no lo da la fórmula — se producía al principio, en B teníamos una presión BN y si se producía al final un vacío BN' del orden de 10 m. No sabiendo a ciencia cierta



cuándo se produciría éste, para garantizar la continuidad del flujo líquido y descartando el aumento del tiempo de apertura que resultaría excesivo para una central de puntas, no cabía más soluciones que bajar unos 10 m. el punto B o limitar el nivel mínimo de embalse M esos metros más arriba perdiendo el volumen correspondiente. Lo primero era inconvenien-

(1) Salto de Sallent, de Energía e Industrias Aragonesas, S. A. Proyecto del Ingeniero de Caminos Sr. Zabala Mendía, con el que hemos colaborado. Este salto, de 50 000 kVA., actualmente en construcción, ha dado lugar a otros problemas interesantes que oportunamente se darán a conocer.

te, pues, o se hacía descender todo el perfil del túnel de presión (sometido ya a una máxima de 95 m.), o se forzaba la pendiente de CB , esto último muy perjudicial en la construcción por tener el túnel casi 3 kilómetros y ser forzoso atacarle solamente por sus bocas. El método gráfico vino en nuestra ayuda y gracias a él pudimos ver que el *máximo maximorum* se producía casi al principio, habiendo otro segundo máximo próximo al final que, a pesar de ser mucho menor, era el más desfavorable por coincidir con el nivel mínimo en la chimenea de equilibrio. A pesar de todo esto, en B teníamos una presión positiva mínima de unos 2 m. Gracias al método gráfico pudimos resolver este problema de la manera más conveniente y económica y con mayor garantía, pues, como luego veremos, se puede hallar la forma de la onda en B directamente y sin acudir a la hipótesis de repartición lineal de las sobrepresiones que, aunque en general es aceptable, en algún caso puede resultar tan simplista como poco exacta.

Además de casos como éste, caen fuera del método de Allievi los problemas de bombas, tuberías con ramificaciones, resonancia y amortiguamiento por pérdida de carga, por no citar sino los más importantes.

Por todo ello, han sido muchos los intentos para llegar a una solución más general y particularmente entre los años 1931 a 1937 se ha conseguido un avance considerable en la materia que nos ocupa. Omitimos un comentario más detallado de estos trabajos, ya que acompañamos una referencia bibliográfica (1), pero no podemos dejar de señalar que algunas de las fórmulas y cálculos han sido objeto de apasionadas polémicas [D] [F], mientras que el método gráfico que vamos a explicar ha tenido universal aceptación.

Primeramente Löwy, y poco más tarde Schnyder [G] y Bergeron [A], han sido los verdaderos creadores del método gráfico. Los dos últimos, actuando separadamente, han llegado a un resultado muy semejante. Bergeron, poco más tarde, ha simplificado, desarrollado y divulgado con amplitud su procedimiento en una serie de artículos y conferencias que han tenido franca influencia y aceptación en la técnica hidráulica francesa.

Hoy día el método de Bergeron — nombramos a éste por ser, como decimos, el que ha dado mayor impulso y aplicación práctica al método gráfico — permite resolver toda clase de problemas, como iremos viendo más adelante, y todos ellos con toda la aproximación que se desee. Todo es cuestión de emplear unas escalas adecuadas y dibujar con detalle y cuidadosamente. Tiene también la ventaja de que, para un tanteo rápido, pueden obtenerse sólo los re-

sultados más interesantes, dibujando estrictamente lo necesario. Además, como todos los métodos gráficos, hace ver con claridad la influencia relativa de los datos de partida en el resultado y, en particular, existiendo un paralelismo constante entre las operaciones *geométricas* y el fenómeno *físico*, no se pierde nunca de vista *la realidad*, siguiendo esta sana tendencia, tan marcada actualmenté en todas las ramas de la ciencia aplicada.

No es posible formar un juicio exacto de la aceptación y conocimiento de este método en otros países, pues carecemos de la suficiente información; pero podemos decir que en Francia es ya de uso corriente y se conoce y usa en Suiza [D] [H], patria, por otra parte, de Schnyder. En Italia parece no ha sido conocido hasta hace poco — 1942 —, a juzgar por las referencias bibliográficas que poseemos.

No es de extrañar, si tenemos en cuenta que los artículos más importantes de Bergeron en cuanto a aplicaciones prácticas aparecieron los años 1935 y 1936, que la incomunicación técnica consiguiente a nuestra guerra de liberación y, más tarde, a la internacional, haya retrasado en España el conocimiento debido y completo de un método tan eficiente.

La primera y única publicación española que conocemos sobre el asunto es un resumen de unas conferencias de Bergeron, el año 1941, en la Escuela de Ingenieros Industriales de Barcelona [B]. Este resumen da una idea clara del método gráfico, pero se limita a aplicarlo al caso más sencillo, aunque haciendo notar y entrever la posibilidad de resolver por su medio muchos otros problemas, no solamente hidráulicos, sino eléctricos y mecánicos.

Con el presente artículo que, por su extensión, no es posible publicar en un solo número, pretendemos dar a conocer en toda la amplitud de sus aplicaciones el mecanismo y ventajas de este sencillo y fecundo método de cálculo. Hemos creído conveniente empezar por un análisis físicomatemático del fenómeno, pues conseguiremos así una mayor penetración con el método. Después exponemos los fundamentos de éste y lo aplicamos a un caso sencillo — el de Allievi — para poder estudiar, por fin, otros casos más complicados. En la exposición de los fundamentos hemos procurado explicar tanto el fenómeno como el método de la manera que nos ha parecido más clara, añadiendo algunas aplicaciones y consecuencias de éste que hemos obtenido personalmente y que, por no encontrarse en los artículos que hemos visto sobre la materia, creemos muy útil dar a conocer.

Asimismo, en los problemas prácticos que resolvemos hemos seguido el criterio de elegir unos cuantos casos, cada uno de ellos sintetizando una idea de aplicación a muchos otros, de manera que el lector pueda resolver por medio de aquéllos cualquier problema que se le presente.

(1) Las letras entre paréntesis corresponden a dicha referencia, que va al final del artículo.

Solución analítica general: su significado físico.

Para el estudio del movimiento variable en una conducción forzada, se supone que todos los puntos de una misma sección transversal tienen la misma presión y velocidad, igual la primera a la del centro de la sección y la segunda a la media de las de todos los puntos de la misma.

En estas condiciones se define cada sección por su distancia x medida a lo largo del eje de la tubería a un punto de origen.

Estudiaremos primero el caso más sencillo (figura 2.^a): Una tubería horizontal, de características uniformes en toda su longitud L parte de un depósito de nivel constante. El líquido, en el estado inicial, tiene una velocidad v_0 , y está sometido a una

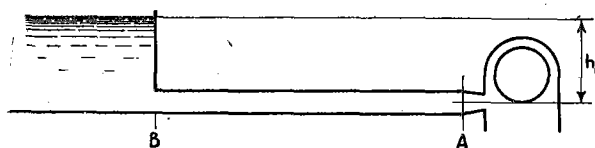


Figura 2.^a

presión h_0 . En un cierto instante, obrando sobre un órgano de cierre en A , hacemos variar el caudal, resultando en un punto dado otra velocidad, $v \neq v_0$. Esto será a costa de la transformación de energía cinética en presión, resultando otra $h \neq h_0$, y de la deformación de la tubería y el líquido. Supondremos que, tanto la pérdida de carga entre B y A como $v^2/2g$, son despreciables comparadas con h , como es lo normal (1) y, en estas condiciones, la energía total del líquido viene dada sólo por h . Aplicado el teorema de las cantidades de movimiento y expresando la continuidad del fluido entre dos secciones, distantes dx , y durante un tiempo, dt , obtenemos:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = g \frac{\partial h}{\partial x} \quad [1]$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{g}{a^2} \frac{\partial h}{\partial t} \quad [2]$$

siendo g la aceleración de la gravedad y a , como luego comprobaremos, la velocidad de propagación de una variación cualquiera a lo largo de la tubería.

Esta velocidad depende de la compresibilidad del líquido y de la elasticidad del tubo, así como de

(1) Más tarde se estudiará la influencia de ambos elementos, despreciados ahora.

sus dimensiones. Según Allievi, para conducciones hidráulicas vale:

$$a = \frac{9900}{\sqrt{48,3 + K \frac{D}{e}}}; \quad [3]$$

D y e son, respectivamente, el diámetro y el espesor de la tubería, expresados en las mismas unidades.

El coeficiente $K = \frac{10^{10}}{E}$ es 0,5 para hierro y acero; 1 para fundición; 5 para plomo y hormigón, y 10 para madera.

La velocidad a resulta en m./s. y del orden de 1 000 (velocidad del sonido en el agua).

Teniendo en cuenta la fórmula de los tubos delgados, y siendo σ la carga de trabajo del material en Kg./cm.² y H_m la presión máxima en metros en el punto más cargado del trozo de tubería que se considera,

$$a = \frac{9900}{\sqrt{48,3 + 20 K \frac{\sigma}{H_m}}};$$

forma útil en tanteos previos, antes de dimensionada la tubería.

La integración de las ecuaciones [1] y [2], da como soluciones generales (D'Alembert).

$$h - h_0 = F\left(t - \frac{x}{a}\right) + f\left(t + \frac{x}{a}\right); \quad [4]$$

$$v - v_0 = -\frac{g}{a} \left[F\left(t - \frac{x}{a}\right) - f\left(t + \frac{x}{a}\right) \right]; \quad [5]$$

en donde F y f son dos funciones arbitrarias cuyas características han de determinarse por las condiciones del problema. En el que estudiamos, las funciones F y f no son independientes entre sí, como vamos a ver:

Sea $\theta = \frac{2L}{a}$ el tiempo que tardaría en transmi-

tirse una variación desde A hasta B , volviendo luego a A . Para el extremo B , $x = L$, y en un instante cualquiera, como $h_L = h_0$:

$$F\left(t - \frac{\theta}{2}\right) + f\left(t + \frac{\theta}{2}\right) = 0;$$

$$f\left(t + \frac{\theta}{2}\right) = -F\left(t - \frac{\theta}{2}\right);$$

luego, poniendo en vez de t , $t - \frac{\theta}{2} + \frac{x}{a}$:

$$f\left(t + \frac{x}{a}\right) = -F\left(t - \theta + \frac{x}{a}\right); \quad [6]$$

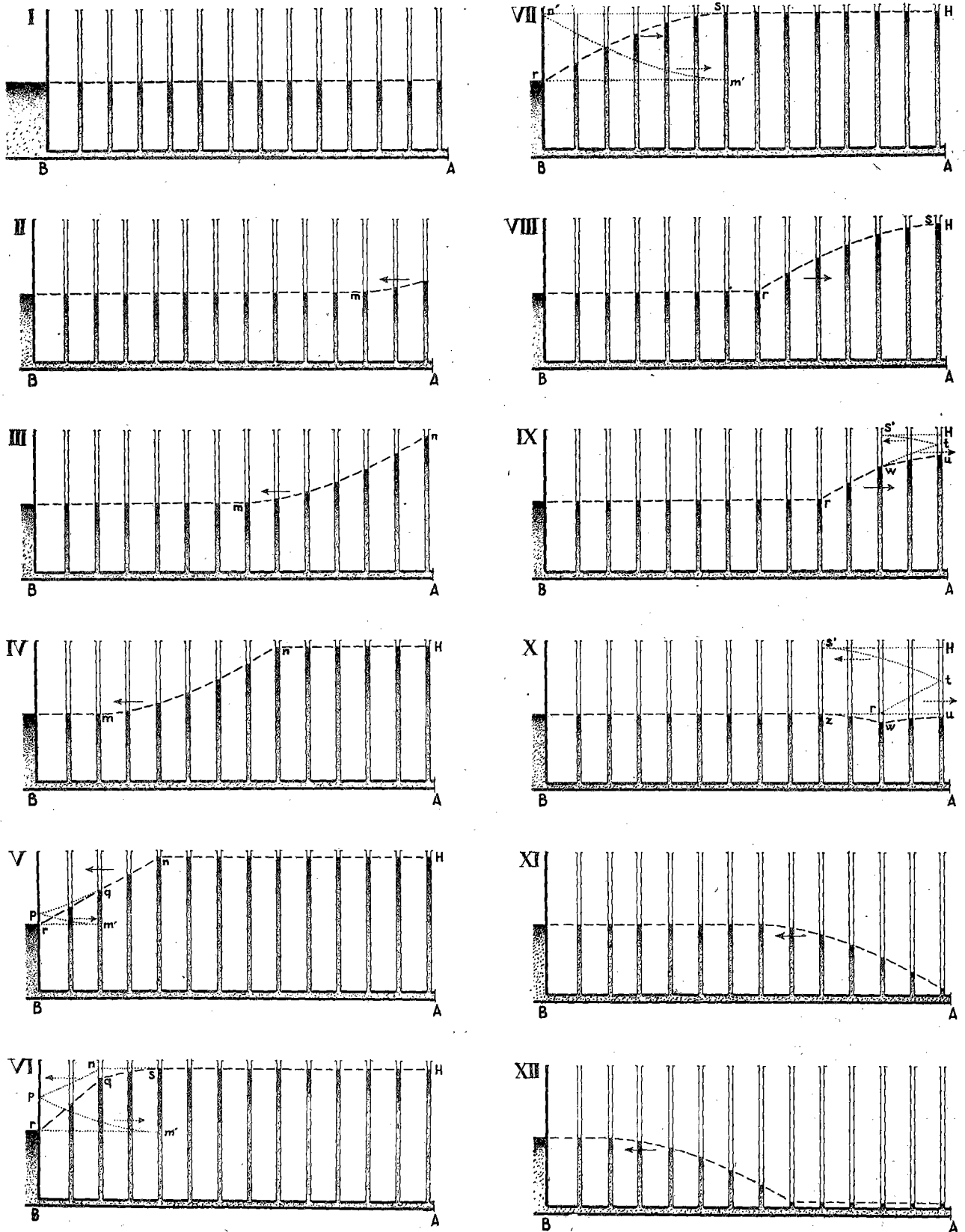


Fig. 4.^a — Análisis de un cierre corto.

resulta que:

$$F\left(t - \theta + \frac{x}{a}\right) = F\left(\frac{BP'}{a}\right) = P' p'$$

tendremos que la curva

$$-f\left(t + \frac{x}{a}\right) = F\left(t - \theta + \frac{x}{a}\right)$$

es la simétrica de la $F\left(t - \frac{x}{a}\right)$ respecto a la verti-

cal Bb . Luego se moverá de B hacia A con velocidad a y representa la *onda de transmisión* del fenómeno en ese sentido, que se origina por reflexión de F en el extremo B unido al depósito.

Vemos, pues, que la presión y velocidad en cada punto e instante vienen determinadas por la interferencia de las ondas de transmisión F y $-f$, según se ve en las relaciones [4] y [5].

Estamos ya en condiciones de analizar cómo ocurren las cosas y, para mayor facilidad, nos vamos a servir de una imagen plástica de la transmisión de presiones que nos ayudará mucho en nuestro razonamiento.

Imaginemos que, para medir la presión en cada punto, colocamos en unos cuantos de la tubería sendos tubos delgados y transparentes (fig. 4.^a), que admitiremos no influyen en el fenómeno y son ultrasensibles: la altura del agua en cada tubito indicará la presión que existe en el punto de inserción a la tubería. Supongamos que, por medio de cualquier substancia colorante, hacemos el agua apta para la fotografía y tomamos una película cinematográfica de la oscilación del líquido en los tubitos. Por otra parte, vamos a suponer también que hemos obtenido otra película, ésta de dibujos, que represente el movimiento de las curvas F y $-f$. Si en un cierto momento de la proyección de esta última película paramos el mecanismo motor, en la pantalla veremos la *instantánea* del fenómeno, apareciendo las curvas $b p a$ y $b p_1 a_1$, como en la figura 3.^a, que serán las F y $-f$. El valor de la variación de presión $h - h_0$ será igual, en cada punto P , a la parte de la ordenada $P p_1$ comprendida entre ambas curvas (1). Reanudando el movimiento de la película, veríamos moverse F y $-f$ con

velocidad a según las flechas respectivas, siempre con un punto b común en el extremo B y viendo originarse la curva $-f$ por reflexión de F en la vertical de B .

Proyectemos ahora la película tomada de la realidad, es decir, la del movimiento del agua en los tubos manométricos.

Para comprender con facilidad lo que son las ondas F y $-f$, supongamos primero que se trata de una tubería muy larga, en la que $\frac{\theta}{2} = \frac{L}{a}$ es mayor que

el tiempo τ que dura la modificación de régimen provocada en A que, para fijar ideas, supondremos es el cierre de una válvula. Al comenzar, veremos que en todos los tubos el agua está a igual altura, dibujando sus extremos una horizontal (I) (fig. 4.^a, I). Pero en el momento en que empezamos la maniobra aparece una elevación en el tubo más próximo a A que va transmitiéndose hacia B con velocidad a , viéndose dibujada una curva de poca curvatura (II), pero más o menos inclinada, que se traslada paralelamente a la tubería de A hacia B , manteniéndose indeformable. La curva continúa apareciendo y formándose en el extremo A y transmitiéndose sin interrupción hasta que termina la operación de cierre en el instante τ (III). Desde ese momento, vemos la curva formada seguir su traslación hacia B , dejando a la derecha un trazo horizontal que va aumentando de longitud al propio tiempo que va disminuyendo el del lado B que existía desde el comienzo (IV). Todo esto continúa de la misma manera hasta que el extremo m de la

onda llega a B en el instante $\frac{\theta}{2}$. A la onda $m n$, ori-

ginada únicamente por el cierre en A y que se trasmite en sentido AB , la llamaremos φ en todo lo que sigue. Claro es que, durante todo este período, esta curva es la misma F , pues ya sabemos que ésta representa la onda que se trasmite en dicho sentido y aun no ha habido lugar a la formación de otras ondas por reflexión en A .

Vamos a seguir observando la proyección de la película después de llegar m a B . La onda $\varphi = F$ se reflejará en este punto dando lugar a la $p m'$ que es la $-f$ y que interferirá con el resto de aquella que sigue avanzando hacia B . La interferencia dará lugar a una modificación de φ (V-VI) en la zona a la que alcanza la reflexión (2), zona que irá aumentando hasta llegar a reflejarse totalmente la onda φ (VII). A partir de este momento, tendremos una fase parecida a la IV, en que aparecerá la onda reflejada $-f$

(1) Recuérdese que hemos supuesto nula la pérdida de carga.

(2) Según hemos explicado antes, la curva $r q$ resultará por diferencia entre las ordenadas de $p n$ y $p m'$.

(1) La variación de velocidad $v - v_0$ vendrá dada por $\frac{g}{a} (P_p + P_{p_1}) = \frac{g}{a} P_{p_2}$, siendo a_2, p_2, b_2 simétrica de $b p' a'$ respecto al punto B . Dada la insignificante compresibilidad del agua y la relativamente pequeña deformabilidad de la tubería, $v - v_0$ no podrá variar mucho a lo largo de AB para un mismo instante y, por lo tanto, $p p_2$ no varía mucho, de un extremo a otro, deduciéndose que F y $-f$ serán de poca curvatura. Esta es la razón por la que en los casos más usuales no está muy lejos de la realidad la hipótesis de la repartición lineal de presiones a lo largo de la conducción.

con una horizontal en cada lado. En VIII, la onda reflejada ha llegado al punto A , y en IX se ha reflejado parcialmente a su vez en este extremo. Esta reflexión no es como la que ocurre en B . En este último punto, la condición de ser $h = h_0$ constantemente daba, por medio de la ecuación [4], la igualdad [6] con el significado conocido. Pero en A , en el momento de llegar la onda $-f$ que procede de la reflexión en B , lo que tenemos es $v = 0$ y, por tanto, de la ecuación [5] es fácil deducir que la onda de sobrepresión $-f$ se refleja e invierte convirtiéndose en onda de depresión que interfiera con aquella. Las fases X, XI y XII de la figura 4.^a muestran claramente diversas "instantáneas" durante este período (1).

Y de igual manera iríamos obteniendo la continuación del fenómeno por nuevas reflexiones en B y A en la forma expuesta, seguidas de las correspondientes interferencias.

Algo más complicado resulta cuando la longitud $2L$ no es suficiente para contener entera la onda φ , es decir, para $\tau > \theta$ (cierre lento). Hasta el instante θ , es decir, hasta el momento en que llega a A la onda reflejada $-f$, repetiríamos lo dicho en el caso de cierre rápido, sin más diferencia que la de no existir desde la fase III el trozo horizontal de la onda, por seguir originándose ésta hasta después de dicho instante.

En todo este período, $\varphi = F$. A partir del tiempo θ , las cosas varían. Después de este momento, además de la onda $-f$ y su reflejada en A e invertida como en la fase IX-X, existe la φ debida al cierre que sigue originándose y avanza en sentido $A \rightarrow B$. Pues bien: en este caso, la onda F será precisamente la suma algebraica de la onda φ y la $-f$ reflejada e invertida en A de manera que la onda F engloba todas las que se propagan en el sentido $A \rightarrow B$ y, de igual manera, la f es la suma de todas las que se transmiten en sentido opuesto. Esta circunstancia y la gran sencillez de las relaciones [4] y [5] es, como en seguida veremos, la base del método gráfico. Téngase presente que si, por medio del desarrollo por serie de Fourier, por ejemplo, llegásemos a conocer aproximadamente la forma de la onda φ producida por el cierre mismo, al cabo de dos o tres recorridos de ida y vuelta las reflexiones e interferencias consiguientes originarían tal confusión que el problema resultaría difícilísimo de resolver. En algunos casos nos bastaría estudiar el

fenómeno en el primer intervalo θ , pero en otros, sobre todo cuando existe resonancia, la serie de Fourier no sería útil, primeramente por la complicación arriba apuntada, al ser necesario estudiar períodos mayores de θ y, además, porque las armónicas correspondientes a los términos de la serie que no se utilizan pueden dar origen, por interferencia, a sobrepresiones de importancia. En cambio, como en el método gráfico todas las ondas $A \rightarrow B$ van englobadas en F y las $B \rightarrow A$ en la f , obtenemos en todos los casos toda la exactitud que pueda dar la punta del lápiz y nuestra propia habilidad de dibujo.

Ya veremos más tarde cómo, por medio de este método, podemos llegar a conocer la forma de la curva φ .

Bibliografía.

- [A] BERGERON: "Comptes rendus des Travaux de la Société Hydrotechnique de France". (Fascículo núm. 47, sesión del 20 de marzo de 1931.) Anejo al núm. de 14 de mayo de 1932 de la *Revue Générale d'Electricité*.
- [B] — "Método gráfico general de cálculo de la propagación de ondas planas". *Dyna*, julio 1942, página 413.
Es un resumen de unas conferencias en la Escuela de Ingenieros Industriales de Barcelona, y describe los fundamentos del método, aplicándolo después a varios tipos de ley de cierre.
- [C] — *Génie Civil*, 15 mayo 1937. Breve resumen de una conferencia.
- [D] CALAME-GADEN: "Influence des reflexions partielles de l'onde aux changements de caractéristiques de la conduite et au point d'insertion d'une chambre d'équilibre". *Bulletin Technique de la Suisse Romande*, 14 septiembre 1935, pág. 217; 23 noviembre 1935, pág. 277; 29 febrero 1936, página 49.
Polémica con Jaeger.
- [E] JAEGER: *Théorie générale du coup de bélier*. Dunod. París, 1933.
- [F] — "Exposé d'une méthode graphique générale". *Revue Générale d'Electricité*. Marzo 1934, página 341.
(Véase [D].)
- [G] SCHNYDER: *Über Drucktösse in Rohrleitungen-Wasserkraft und Wasserwirtschaft*, 15 febrero 1932, pág. 49; 3 marzo 1934, 5 junio 1935.
- [H] — "Considerations sur le coup de bélier". *Bulletin Technique de la Suisse Romande*, 23 mayo 1936, pág. 121; 6 junio 1936, pág. 633.

(1) De lo que se acaba de decir resulta que las ordenadas de la curva resultante $z w u$ se obtendrán restando a las de la curva $r t s$ las ordenadas de la parte reflejada $t s'$, medidas desde la horizontal $s' H$.