

EL GOLPE DE ARIETE

SOLUCION GRAFICA GENERAL

Por EUGENIO VALLARINO, Ingeniero de Caminos.

Como remate de su interesante trabajo, el autor, propone y resuelve, por el método gráfico, unos cuantos problemas insolubles de otra manera, estudiando también la influencia de la pérdida de carga.

III

Ejemplos de aplicación del método.

El propósito general con el que hemos orientado el presente trabajo, ha sido el de proporcionar a quien lo lea con atención las ideas suficientes para poder resolver cualquier problema de golpe de ariete. Por ello, empezamos con una explicación y recuerdo del desarrollo físico del fenómeno, pasando después a establecer los fundamentos del método gráfico, por medio del cual hicimos el análisis completo de un caso sencillo.

Comprendido todo lo que antecede, estamos ya en condiciones para emprender la resolución de cualquier caso por complicado que parezca. Al final del artículo anterior expusimos la marcha a seguir en un caso general, pero algunas fases quedaban imprecisas y advertimos la necesidad de aclararlas con ejemplos.

Es muy grande el número de problemas de golpe de ariete que en la práctica pueden presentarse. El resolver aquí una serie de ellos con la suficiente variedad para abarcar siquiera los más frecuentes, nos llevaría a una prolijidad inadecuada para una revista técnica y más bien sería objeto de un libro o monografía.

Por todo ello, hemos creído lo más conveniente resolver unos pocos problemas que, además de ser de frecuente aplicación, encierran ideas de otros parecidos, planteándolos con variantes que pudieran formar, por sí solas otros tantos casos. Con esto estamos convencidos de que quien los estudie con detenimiento encontrará en ellos sobrado material para resolver cualquier otro caso. Pero, además, al final del artículo incluimos copiosa *bibliografía comentada*, en la que el lector encontrará un índice de los problemas resueltos por otros autores.

Hemos procurado coordinar la elección de los casos más típicos con la originalidad de los enunciados de manera que, además de ser suficientes los que aquí exponemos para resolver cualquier otro, sean además distintos de los que pueden encontrarse en

otras publicaciones, suministrando así una casuística más completa.

En todos los problemas seguiremos la marcha general expuesta al final del artículo anterior. Para mayor brevedad, llamaremos *rectas de transmisión* a las que resultan en el gráfico al trasladarse el observador con un tren de ondas, calificándolas de *ascendentes* o *descendentes*, según nos alejemos del órgano de cierre o nos dirijamos hacia él. Estas rectas son también ascendentes o descendentes en el gráfico, si nos movemos en el sentido positivo del eje de abscisas.

Problema núm. 1. — *Tubería de características no uniformes en toda su longitud, arrancando de una chimenea de equilibrio. Maniobra de apertura total.*

Estudiamos aquí un caso real. Se trata de la tubería del Salto de Responuso (Sallent de Gállego), de Energía e Industrias Aragonesas, S. A., que fué citado al principio de este trabajo.

En el cuadro siguiente se especifican las características de cada trozo de tubería. En las columnas 5.^a y 6.^a se han hallado las velocidades de transmisión de la onda (fórmula [3]) y los tiempos que invierte la misma en recorrer uno de aquéllos.

Material	D (mm.)	e (mm.)	L (m.)	a (m./s.)	$t = \frac{L}{a}$
H. A.	1 750	275	150	1 370	0,109
Palastro	1 250	8	94	882	0,107
»	1 250	11	130	965	0,135
»	1 200	14,5	115	1 044	0,110
»	1 200	16,7	108	1 080	0,100
»	1 150	18,5	85	1 110	0,077
»	1 150	20,7	100	1 136	0,088
»	1 150	22,3	100	1 150	0,087
»	1 150	25,9	100	1 180	0,085
»	1 100	28,6	132	1 205	0,110
»	1 100	31,1	112	1 218	0,092
»	1 100	32,5	147	1 225	0,120
»	1 100	36,2	80	1 240	0,064
			1 453		1,284

Para aplicar el método gráfico necesitamos dividir la tubería en trozos que sean recorridos por la onda en el mismo tiempo. En nuestro caso — y en general — no es posible conseguir que esos trozos coincidan con los que aparecen en el cuadro anterior o con partes alícuotas de ellos. Por eso, lo que se hace es dividir la tubería en un cierto número de trozos ficticios, cada uno de ellos de características equivalentes a las reales que sustituye. Estas características son la sección y velocidad de transmisión que se hallan por las fórmulas

$$\frac{L}{a} = \sum \frac{L_i}{a_i} \quad \frac{L}{s_i} = \sum \frac{L_i}{s_i}$$

ya utilizadas corrientemente en el método de Allievi (*).

El número de trozos ficticios ha de ser tal que la velocidad a varíe sensiblemente de unos a otros, pues, caso contrario, no conseguiríamos ganar en

(*) Véase Gómez Navarro-Aracil: *Salto de Agua*, 2.^a edición, págs. 468 y 473.

exactitud y sí en innecesaria complicación. Hemos podido comprobar que para las dimensiones corrientes en saltos de agua, basta considerar un trozo por cada 300, ó, a lo sumo, 200 metros de presión. Esta regla puede ser útil para evitar tanteos. En nuestro caso (685 metros de presión total estática), serían suficientes dos trozos pero, con objeto de que el problema resulte más general, dividimos la tubería en tres distintos cuyas características, halladas como se acaba de decir, son:

Trozo	L (m.)	a (m./s.)	s (m. ²)	$\frac{a}{g s}$	t (seg.)
A B	454	1 060	1,44	76,6	0,428
B C	479	1 120	1,07	107,1	0,428
C D	520	1 215	0,96	129,5	0,428
	1 453				1,284

Vamos a estudiar la apertura total desde cero a 7 m.²/s. En la realidad, el tiempo que durará la operación será de unos ocho segundos, pero en el estudio

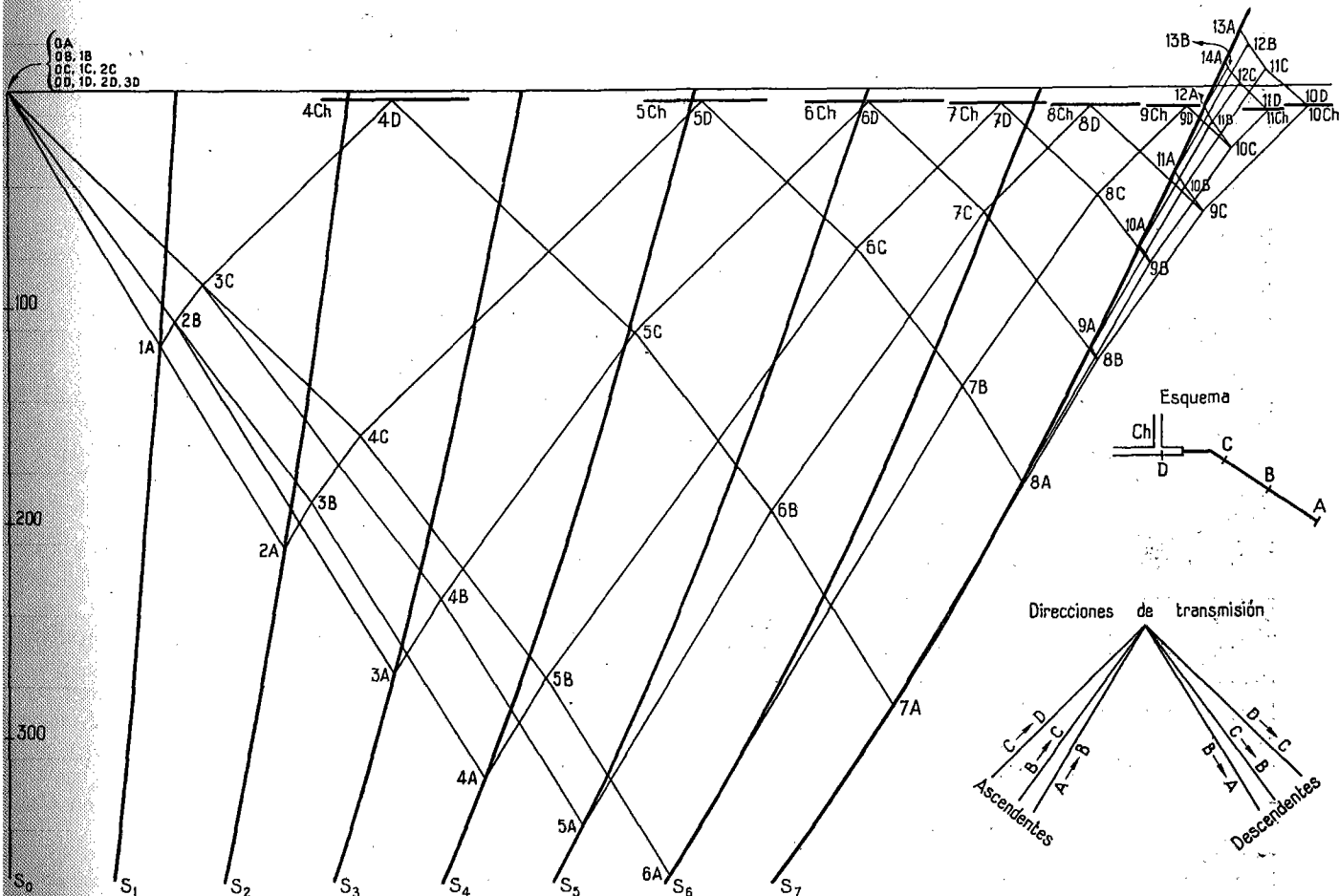


Fig. 9.^a — Problema núm. 1: Apertura total en tubería, de características múltiples. Cálculo gráfico.

presente lo supondremos de tres, con fines didácticos. La figura resulta más clara de esta manera. No se piense sea excesivamente prolijo resolver el problema tal y como se presenta en la realidad, pues la mayor lentitud de la maniobra se compensaría considerando dividida la tubería en dos trozos solamente, lo que resulta suficientemente aproximado. Pero para nuestros fines aquí, creemos más claro disminuir el período de apertura y dividir la tubería en más trozos.

En la figura 9.^a puede verse el gráfico de Bergeron. Se han elegido las escalas de manera que las rectas de transmisión tengan indicaciones entre 30° y 60°, con objeto de lograr intersecciones claras, en tre ellas mismas y con las parábolas de apertura.

Empezaremos por dibujar las direcciones de dichas rectas y las parábolas correspondientes a los distintos tiempos de apertura. La unidad de tiempo considerada es el que invierte la onda en recorrer cada trozo de tubería (0,428 segundos). La duración de la maniobra resulta, por lo tanto, igual a $\frac{3}{0,428} = 7$ unidades de tiempo.

En este caso es exactamente expresable el tiempo de apertura en la unidad elegida, pero advertimos que no es necesario, como puede verse fácilmente.

Suponemos al lector suficientemente compenetrado con el ejemplo resuelto en el anterior artículo, por lo que describiremos más someramente en éste la marcha seguida para dibujar el gráfico.

En la sección B, inmediata a la extrema A, subsiste el estado inicial hasta el tiempo 1, en que llega la onda iniciada en dicho extremo: los puntos 0 B y 1 B se confunden con el 0 A. Saliendo de B en el instante 0, llegaremos a A en el 1 y encontraremos el punto 1 A en la intersección de la parábola s₁ con la línea de transmisión descendente 0 B-1 A. De análoga manera, saliendo de B en el instante 1 obtendremos el punto 2 A (*). Saliendo ahora de A y de C en el instante 1 y yendo hacia B, nos encontraremos en este punto en el tiempo 2. El punto 2 B resultará en la intersección de la recta ascendente 1 A-2 B con la descendente 1 C-2 B. Lo mismo se hallaría el punto 3 B.

Los puntos 3 C y 4 C se obtienen también de igual manera, partiendo simultáneamente de las secciones D y B, primero en el instante 2, y luego en el 3.

Veamos ahora cómo se obtiene el punto 4 D. Partiendo de C en el tiempo 3 y ascendiendo hacia D, llegaremos a éste en el instante 4. En este momento sabemos que en D existe una cierta presión determinada por la altura del agua en la cámara de equili-

brio. La variación de esta altura en el tiempo nos es conocida de antemano, pues la oscilación del agua en la chimenea es mucho más lenta que la producida por la apertura en la tubería y puede calcularse como oscilación másica independiente. En la figura 10 puede verse la curva h-t para el punto D (*). De ella obtenemos la presión en el instante 4, cuyo resultado llevamos a la figura 9.^a dibujando la recta 4 C h (**), cuya intersección con la recta ascendente desde 3 C nos dará el punto buscado, 4 D.

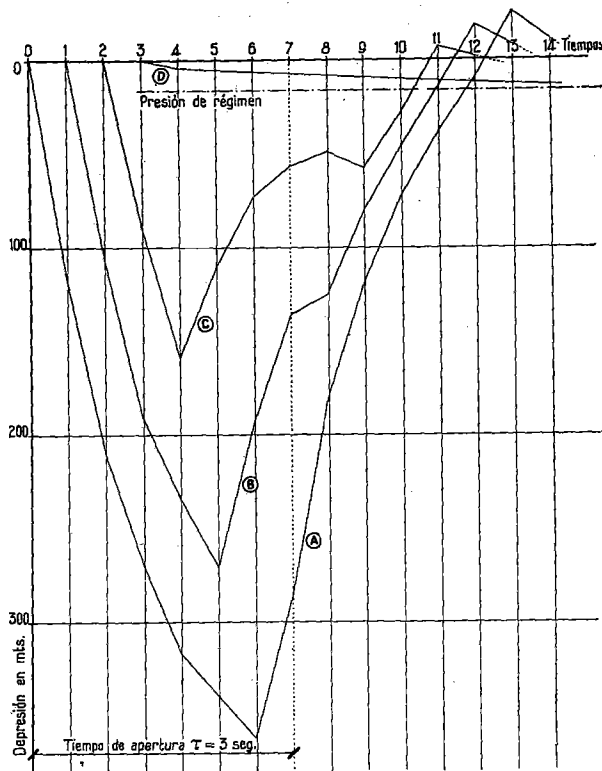


Fig. 10. — Problema núm. 1. Curvas de variación de la presión en las secciones A, B, C y D.

Sería superfluo repetir el razonamiento para los otros puntos que se ven en el gráfico, pues su obtención es enteramente análoga a los hallados hasta ahora. Únicamente queremos aclarar por qué coinciden con el punto 0 A todos los que se señalan en la figura 9.^a. Hasta el momento de llegar a cada sección la onda producida en A, permanece invariable el estado inicial en ella y, como la onda recorre cada trozo en el tiempo unidad, el estado inicial se prolonga hasta el instante 1 en B, hasta el 2 en C y hasta el 3 en D.

(*) Queremos aclarar aquí que aunque hasta que la onda no se refleja en D no existen ondas en el sentido D → A, para los razonamientos del gráfico podemos suponer acompañamos a la onda f en su marcha sin prejuzgar su valor, que es cero en nuestro caso hasta que la F alcanza el punto D.

(*) En esta figura, la curva D es un dato, como decimos. Las otras curvas se obtendrán después.

(**) Ch = inicial de chimenea.

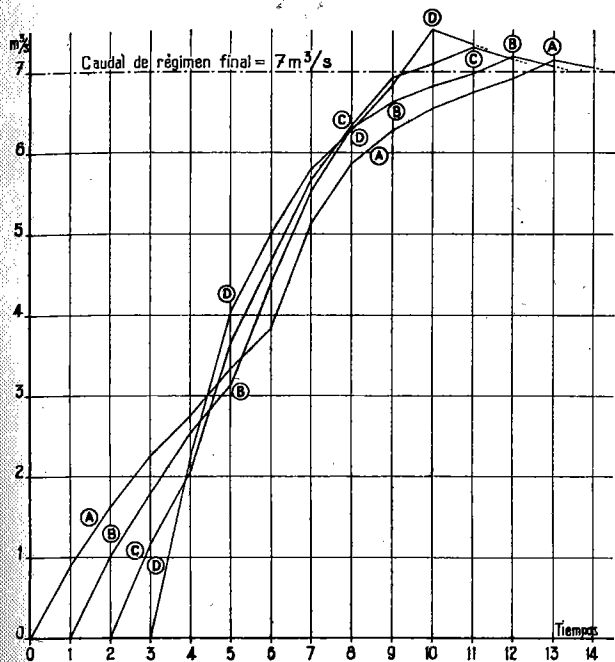


Fig. 11. — Problema núm. 1. Curvas de variación de los caudales en las secciones A, B, C y D.

Trasladando los resultados del gráfico a otros diagramas de coordenadas $h-t$ y $q-t$, tendremos las figuras 10 y 11 que dan, respectivamente, la variación de la presión y caudal en el tiempo para cada una de las secciones A, B, C y D. La figura 10 es análoga a la 6.^a del artículo anterior, y la 11 se obtiene de la misma manera, sin más que tomar en ésta como ordenada para cada tiempo la abscisa del punto correspondiente de la 9.^a.

Hasta ahora hemos hecho caso omiso de las presiones estáticas debidas al perfil de la tubería, operando únicamente con las depresiones — o sobrepresiones, como ocurre en 13 A y 14 A — producidas por la apertura, que son las únicas que se transmiten. Pero lo que nos interesa, en realidad, son las presiones límites a que resulta sometida cada sección de la tubería. En la figura 12 se dibuja el desarrollo de ésta, así como la presión estática inicial en cada punto. La curva de la parte inferior se ha obtenido tomando de la figura 9.^a las depresiones máximas en las secciones A, B, C y D, y dibujando luego una curva continua que pase por los puntos obtenidos, teniendo así la de depresiones máximas en cada punto de la tubería. Restando sus ordenadas de las de la línea superior — presiones estáticas —, se obtiene la de mínimas presiones a lo largo de la conducción, resultando una zona — que se raya — sometida a presión negativa. En realidad, no es posible que la depresión sobrepase los 10 m. de altura barométrica, de forma que en esa zona sometida a depresiones lo que ocu-

rrirá es la rotura de la vena líquida con los consiguientes trastornos en la explotación, ya que no el aplastamiento del material que estará previsto en los cálculos de resistencia.

Con toda facilidad podrían obtenerse dos figuras análogas a la 7.^a — una de *instantáneas* de presiones y otra de caudales —, pero las omitimos en gracia al espacio.

Problema núm. 2. — Tubería con bifurcación. Apertura parcial en el extremo de una de las tuberías y total en el extremo de la otra.

El ejemplo que ahora vamos a desarrollar corresponde a una maniobra frecuentísima en centrales que alimentan a una red, y es el siguiente (esquema de la figura 13):

De un embalse parte una tubería que luego se bifurca en dos, al pie de las cuales hay una central con dos grupos. Se trata de una central de puntas conectada a una red que está funcionando con un grupo a media carga, y otro en vacío, preparado para recibirla. En un cierto momento hay un disparo en otra de las centrales del sistema y su carga pasa a la primera, de forma que en ésta un grupo sufre la tran-

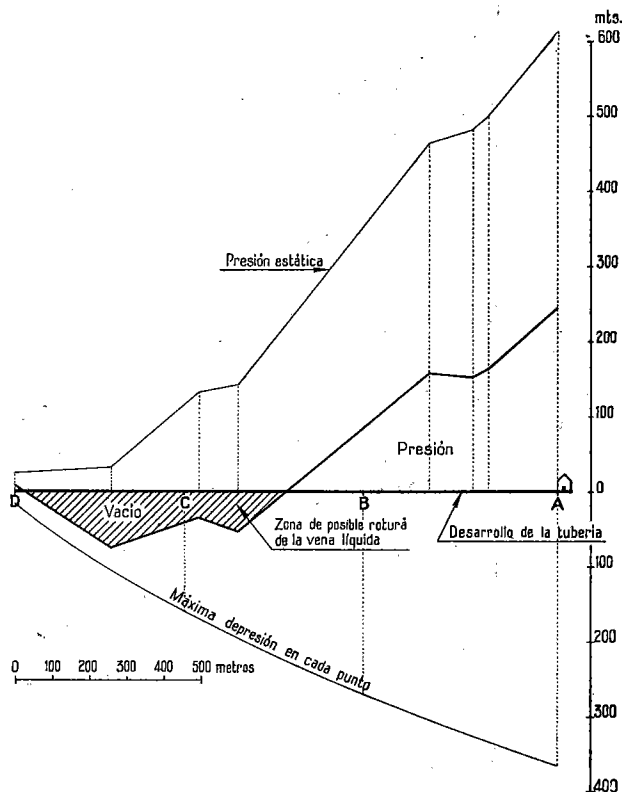


Fig. 12. — Problema núm. 1. Máxima depresión en cada sección de la tubería.

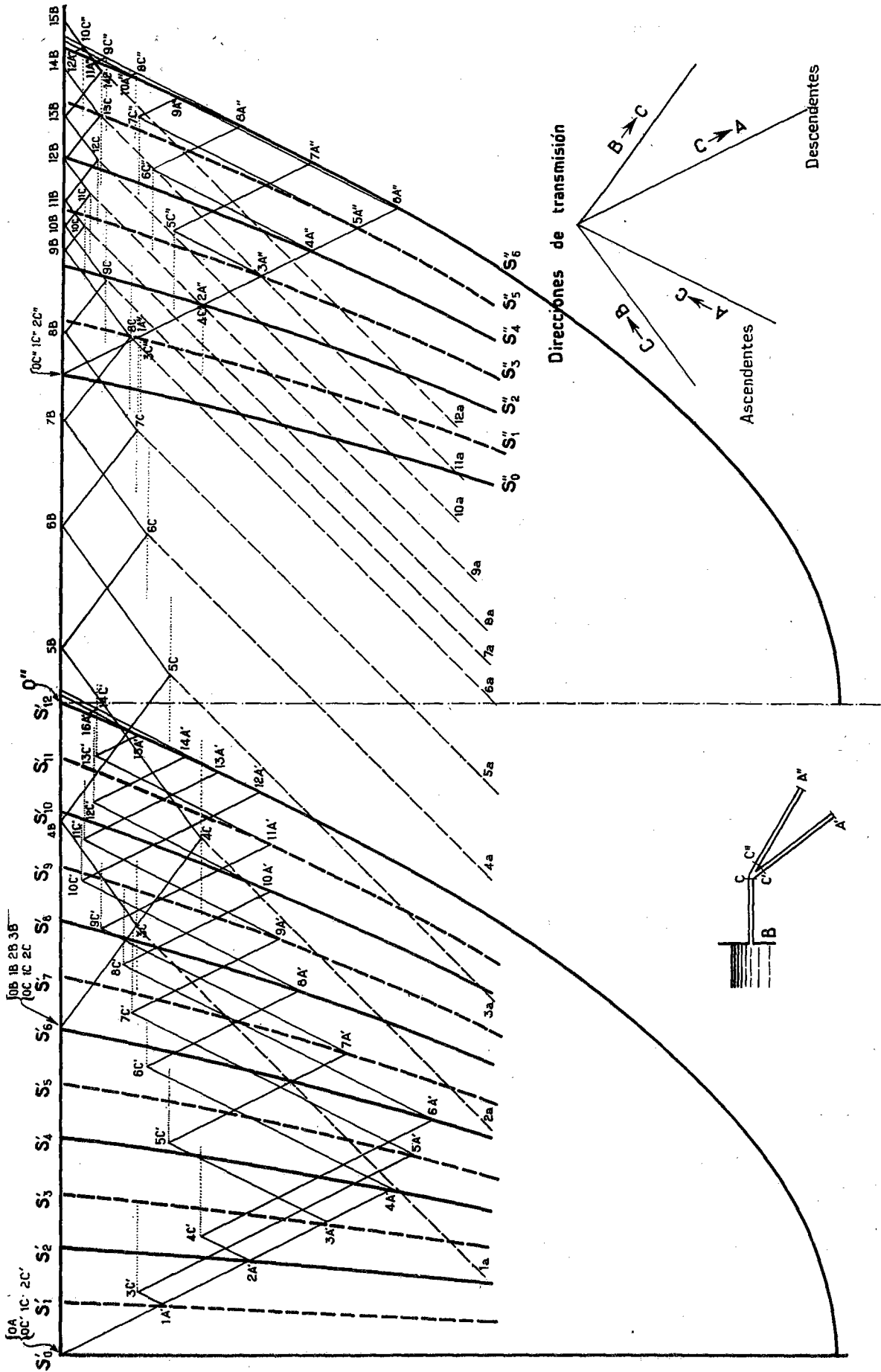


Fig. 13. — Problema núm. 2. Apertura disimétrica en tubería con bifurcación. Cálculo gráfico.

sición desde la media carga a la plena, y el otro pasa desde su funcionamiento en vacío también hasta plena carga.

El enunciado del problema basta para darse cuenta de que se trata de un caso imposible de resolver por el método de Allievi, a menos de acumular hipótesis desfavorables para no perder seguridad.

Para fijar ideas, supondremos las características de la tubería única tales que el tiempo invertido por la onda en recorrerla, cuyo tiempo tomamos como unidad, sea la mitad del que necesita para transmitirse desde la bifurcación hasta el pie de cada una de las dos tuberías gemelas. Suponemos la duración de la maniobra de apertura total igual a 12,18, y, siendo la ley de ésta lineal, el de la apertura total desde media carga será de 6,09. La proporción entre todos estos números corresponden a un caso que pudiera ser real.

Con estos datos, en la figura 13 comenzamos por marcar las direcciones correspondientes a las transmisiones ascendentes y descendentes en los trozos $A'C$ ó $A''C$ y BC , suponiendo elegida una cierta escala. Luego se dibujan las parábolas correspondientes a los distintos tiempos de la maniobra. Para mayor claridad del gráfico, ponemos en la parte izquierda las que corresponden a la apertura total (tubería $A'C$), dibujando a la derecha las parábolas características de la apertura a media carga (tubería $A''C$). Aunque el tiempo de maniobra no es divisible exactamente por la unidad de tiempo elegida, ello no influye en el gráfico, como ya advertimos en el ejemplo anterior, y por eso en el dibujo no marcamos sino las parábolas características de los tiempos enteros.

Lo mismo que en el problema precedente, hallamos los puntos $1A'$, $2A'$, ..., $4A'$, que definen el estado del extremo A' en los primeros cuatro tiempos de la maniobra. Los análogos para el extremo A'' se obtienen de igual manera, partiendo del estado inicial correspondiente a la media carga.

Veamos ahora cómo se obtienen los de C . Como el estado en las proximidades de esta sección sufre una discontinuidad al pasar del tramo CB a los CA' ó CA'' , es preciso suponer un desdoblamiento de la bifurcación, llamando C a la sección inmediatamente aguas arriba de ella (situada, por tanto, en el tramo CB), y C' y C'' a las situadas inmediatamente aguas abajo de la misma. *En las tres secciones C , C' y C'' , la presión será idéntica, pero los caudales han de ser forzosamente distintos y tales que el de C sea la suma de los que pasan por C' y C'' .*

En el párrafo anterior está la clave del problema y la única perplejidad que puede asaltar al tratar de resolverlo. Una vez compenetrados con el artificio — de absoluto rigor matemático y físico —, es sencillo llevarlo al gráfico, como vamos a ver.

En el estado inicial, en la sección C existe la pre-

sión de régimen y el caudal mitad del admisible por una de las turbinas. El punto representativo es el $0C$, el cual se confunde con los $1C$ y $2C$, puesto que, hasta el instante 2 no llega la onda a C (*). Por la misma razón coincidirán con esos puntos los $0B$, $1B$, $2B$ y $3B$, representativos de los estados en B hasta que le alcanza la transmisión del cambio operado en A' y A'' .

Si partimos de B en el instante 2 en sentido descendente llegaremos a C en el 3, y el punto $3C$ estará, por lo tanto, en la recta descendente $2B-3C$ del gráfico. Necesitamos otra línea para determinar el punto $3C$, pero no nos basta, como en todos los casos vistos hasta ahora, salir de A' o de A'' en el tiempo 1, a causa de la discontinuidad en C . En efecto: saliendo de A' en dicho momento, llegamos a C' en el 3, resultando que el punto $3C'$ estará en la recta ascendente $1A'-3C'$ y, de forma análoga, llegaríamos a que el $3C''$ se encuentra sobre la recta $1A''-3C''$, pero desconocemos la posición exacta de dichos puntos.

Para resolver la dificultad, fijémonos en que, siendo el caudal de C en todo instante la suma de los que pasan por C' y C'' y la presión idéntica en las tres secciones, el punto $3C$ buscado estará, desde luego, en la recta $1a$ obtenida sumando las abscisas de las rectas $1A'-3C'$ y $1A''-3C''$ para cada ordenada. Nótese que los puntos de la recta $1a$ corresponden a estados de puntos imaginarios, excepto para el punto $3C$ buscado, pues en éste sí es cierto que la ordenada es la misma que en los $3C'$ y $3C''$ y la abscisa suma de las de éstos. Por consiguiente, el punto $3C$ estará en la intersección de $1a$ con $2B-3C$.

Para hallar $3C'$ y $3C''$ basta trazar una horizontal por $3C$ hasta que corte a $1A'-3C'$ y $1A''-3C''$, respectivamente.

Partiendo ahora de estos nuevos puntos obtenidos, podemos hallar los $4B$, $5A'$ y $5A''$, y con éstos hallamos los $5C$, $5C'$ y $5C''$, y así sucesivamente (**).

De la figura 13 se obtienen las 14 y 15, análogas a las 10 y 11 del problema 1.º. Como puede verse, el gráfico se obtiene sin mayor complicación, y sus resultados son de los más completos y satisfactorios. Su eficacia e importancia aumentan si nos ponemos a considerar la imposibilidad de resolver el problema con otro método distinto del seguido, y tanto más cuanto que, no solamente hemos obtenido las máximas depresiones en cada punto del sistema, sino las curvas

(*) Para evitar confusiones, recordamos que el origen del eje de caudales está en el punto OA , excepto para el tramo $A''C$, que lo tiene en el punto O'' .

(**) En la figura, por la causal coincidencia de estar $3C'$ y $4C''$ en la misma recta $OC''-2A''$, los puntos $5A''$ y $6A''$ resultan en la prolongación de dicha recta, que, de otra forma, se interrumpiría en $4A''$, lo mismo que le ocurre a la $OC'-4A'$.

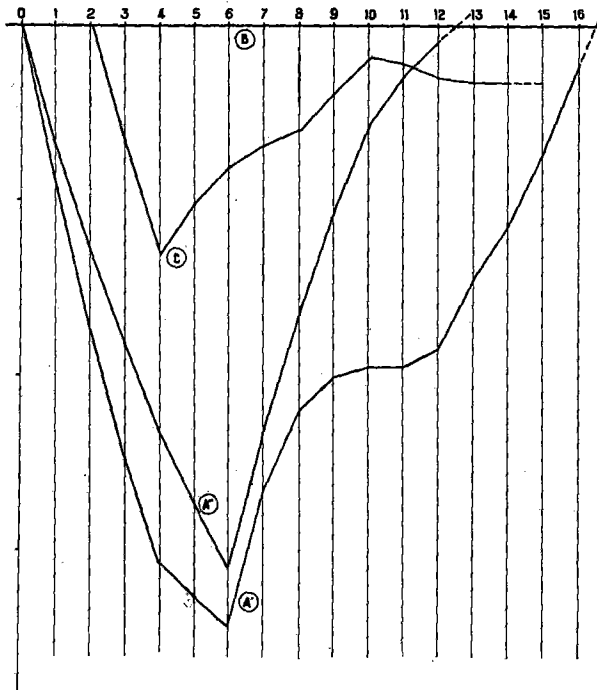


Fig. 14. — Problema núm. 2. Curvas de variación de la presión en las secciones A', A'' y C.

de variación de caudales y presiones para las cuatro secciones más interesantes, y lo mismo podríamos haberlo hecho para otras.

Adviértase también que, si no necesitásemos tanta aproximación, podríamos haber considerado solamente tiempos pares, y el número de líneas de la figura se reduciría a la mitad. Tampoco es necesario llegar hasta el tiempo 16, como en la figura 13, pues si solamente buscamos las máximas depresiones, basta interrumpir el gráfico en el instante 12, en que termina la apertura, y aun antes, porque a partir del 6 se puede colegir fácilmente del dibujo la disminución de las presiones negativas originadas por la maniobra.

Influencia de la pérdida de carga y de la energía cinética.

Hasta aquí hemos prescindido de ambos efectos, ya que, en general, influyen poco en los resultados y de manera distinta. Vamos a ver cómo pueden tenerse en cuenta en el gráfico.

En realidad, lo que se propaga por medio de ondas no es solamente la presión h , sino la energía total variable $h + \frac{v^2}{2g}$. La energía de posición no se trans-

mite, como es lógico, puesto que es fija. Por esto, en todos los problemas resueltos hasta ahora, hemos operado para hallar las sobrepresiones como si la tubería fuese horizontal. Las presiones verdaderas serán la

suma de las así obtenidas y las *estáticas* debidas al perfil de la tubería, según vimos ya en el problema número 1.

Por otra parte, sabemos que, al fluir el agua, la energía total al final de un cierto recorrido no es la misma que al principio, siendo la diferencia lo que llamamos pérdida de carga. Ésta es debida al movimiento del líquido, no a la transmisión, que suponemos se verifica sin pérdidas. Por consiguiente, al final de un cierto trayecto del agua hemos de tener en cuenta la disminución de energía.

Pero observemos que, mientras la velocidad y la presión son características de cada punto en un cierto instante, la pérdida de carga por rozamiento actúa a lo largo de una longitud. Para salvar este inconveniente se supone concentrada la pérdida de carga en el extremo aguas abajo del trozo que se estudia, lo que, como hace notar Bergeron, es suficientemente aproximado.

Pasemos al gráfico. Como ejemplo, nos fijaremos en el punto 6 B de la figura 9.^a, cuya modificación al tener en cuenta la pérdida de carga se reproduce en la figura 16. En ésta se nota con (6 B) el punto que obteníamos antes. El recorrido 5 A-6 B que hacemos ficticiamente acompañando a una onda es contra la corriente y, por lo tanto, es puramente de transmisión, sin pérdida de carga. En cambio el 5 C-(6 B) lo hacemos en el mismo sentido que el agua, y al llegar a (6 B) una parte de la energía se habrá perdido. En realidad, la recta 5 C-(6 B) se convertirá, al tener en cuenta esta pérdida, en la curva de trazos 5 C-6 B,

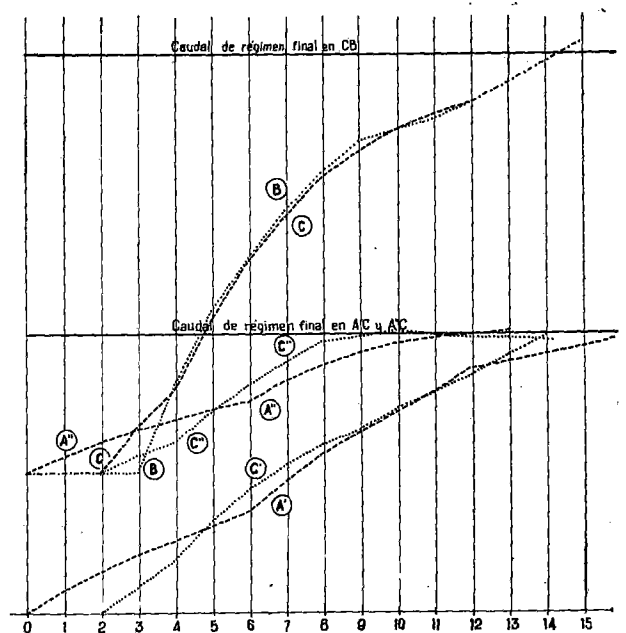


Fig. 15. — Problema núm. 2. Curvas de variación de los caudales en las secciones A', A'', C, C', C'' y B.

y el punto 6B se obtendría por su intersección con 5A-6B. Como la ventaja del método gráfico estriba en el manejo de rectas, evitamos la utilización de la curva 5C-6B hallando el punto 6B tal que 6B-6B' sea igual a la pérdida de carga en el recorrido 5C-6B. Ésta será, en realidad, la integral de las pérdidas diferenciales en aquel trayecto, pero como las velocidades en 5C y 6B no difieren mucho, puede suponerse con suficiente aproximación que esa pérdida de carga es la correspondiente a la velocidad en (6B) a lo largo de todo el tramo CB.

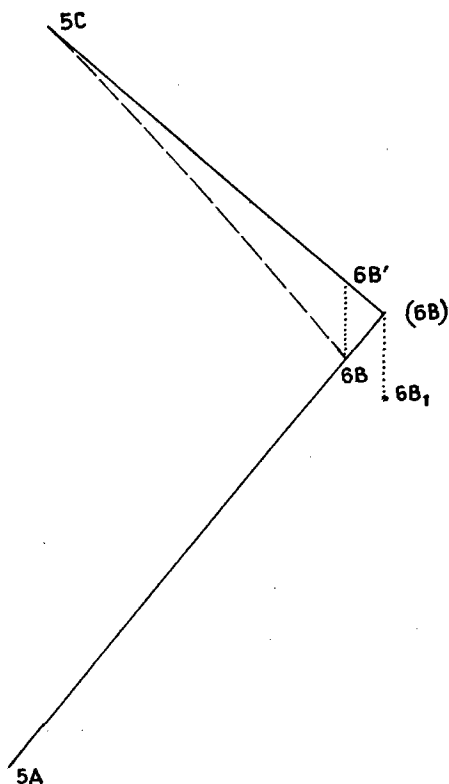


Fig. 16. — Esquema de la obtención de un punto, teniendo en cuenta la pérdida de carga.

También puede obtenerse 6B con suficiente aproximación bajando (6B) hasta 6B₁, de manera que (6B)-6B₁ sea la pérdida de carga.

Para continuar la figura partiríamos ahora del punto 6B en lugar del (6B).

En algunas ocasiones no nos basta saber que las ordenadas del gráfico son la energía total en cada punto, sino que necesitamos hallar la presión. Basta entonces restar de cada ordenada el sumando $\frac{v^2}{2g}$.

Éste, sobre todo en los extremos, puede significar energía perdida y en este caso puede suponerse acumulado a la pérdida de carga h_p , resultando entonces

un término correctivo que puede ponerse en la forma αv^2 .

En general, en los casos en que se considera la pérdida de carga, basta suponerla acumulada en el extremo de la tubería. En estos casos, nosotros empleamos un artificio que se podría llamar de "curvas características ficticias". Consiste en añadir a las curvas características del o de los extremos en que suponemos concentrada la pérdida de carga — más $\frac{v^2}{2g}$, según los casos — las ordenadas de la parábola $h = \alpha v^2$. De esta manera, la intersección de una recta de transmisión con esa curva característica ficticia da directamente un punto, cuya proyección vertical sobre la característica verdadera es el buscado. Ilustramos esta explicación con dos problemas en los que se aplica.

Problema núm. 3. — Oscilaciones forzadas en una tubería de unión entre dos depósitos.

En la figura 17 y en su parte superior puede verse el esquema de la instalación. El depósito A se vacía naturalmente en el B por diferencia de niveles. Éstos se suponen constantes. A la entrada del depósito B hay una válvula que está cerrada al principio. En un cierto momento se abre ésta en un tiempo muy corto — inferior al tiempo $\frac{L}{a}$ que tardaría la onda en recorrer B A — y el agua irá de A a B siguiendo su tendencia natural. Pero en el instante $2\frac{L}{a}$ se vuelve a cerrar la válvula, también muy rápidamente, volviéndose a abrir en el tiempo $4\frac{L}{a}$, etc. Es decir, la maniobra de la válvula se efectúa rítmicamente y con período $4\frac{L}{a}$.

Suponemos que la pérdida de carga y energía cinética son relativamente importantes. Al llegar el agua a uno cualquiera de los depósitos (*), además de la carga perdida por rozamiento, se pierde la energía cinética $\frac{v^2}{2g}$, pudiendo considerar englobadas ambas en un sumando correctivo αv^2 .

Las líneas características de los depósitos serán las horizontales de trazo grueso continuo. La curva característica ficticia del depósito B cuando el agua llega a él será la parábola b de ecuación $h = \alpha v^2$. De manera análoga, la parábola a es la curva característica ficticia del depósito A cuando el flujo lleva el sentido B → A. Por último, la característica de B

(*) A pesar de la diferencia de nivel, veremos hay momentos en que la corriente se invierte y va de B hacia A.

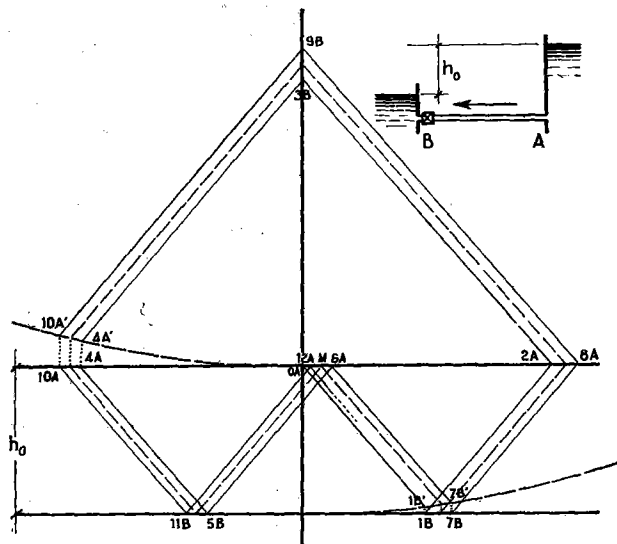


Fig. 17. — Tubería de comunicación entre dos depósitos. Oscilaciones forzadas con pérdida de carga y energía cinética no despreciables.

cuando la válvula está cerrada es la vertical $O A-3 B$, puesto que $v = 0$.

Y, aclarados estos puntos, el gráfico se sigue perfectamente. Hemos tomado como unidad de tiempos $\frac{L}{a}$, y señalamos en la figura solamente los tiempos pares en A e impares en B . Es fácil ver que los puntos que faltan coinciden uno a uno con los obtenidos, por cuya razón nos ha parecido más claro no duplicar la notación.

Observemos que los puntos $O A, 6 A, 12 A$, distantes 6 unidades de tiempo, van saliendo alternativamente a la derecha y a la izquierda del punto M de la línea de trazos largos, y convergiendo hacia él. Esta línea es tal que si, en un cierto instante, el punto representativo del estado en A fuera el M , el ciclo se repetiría indefinidamente. Es fácil ver que la oscilación producida varía en cada período y tiene por límite la definida por la línea citada.

Si no tuviésemos en cuenta el sumando αv^2 , se repetiría el ciclo desde el primer período. Obsérvese que este sumando produce una disminución de la primera sobrepresión debida al golpe de ariete (punto $3 B$), pero la siguiente (punto $9 B$) resulta aumentada.

Problema núm. 4. — Puesta en marcha de una bomba centrífuga que alimenta un depósito de nivel constante, siendo notables las pérdidas de carga en la tubería.

En la figura 18 dibujamos primeramente las direcciones de transmisión y la curva característica de la bomba, que se señala con a .

Podemos tener en cuenta el sumando αv^2 , de la

manera siguiente: Suponiendo concentrado dicho sumando correctivo al final del recorrido $A B$, es decir, en B , resulta que a este punto hemos de llegar con un exceso de energía sobre h_0 igual a αv^2 . Por lo tanto, podemos obtener los puntos B como proyecciones de los $1 B', 2 B', 3 B' \dots$, obtenidos por intersección de las rectas de transmisión descendentes con la parábola b de ecuación $h = h_0 + \alpha v^2$ que podría considerarse como la curva característica ficticia del depósito. Y siendo el gráfico suficientemente claro, no creemos necesaria más extensa explicación.

Conclusión.

El método gráfico, tan sencillo en sus fundamentos y aplicación, sirve para toda clase de problemas de golpe de ariete y es insustituible en los siguientes:

- Quando la tubería no puede asimilarse sin considerable error a una de características uniformes.
- Quando la ley del cierre no es lineal.
- Quando una de las curvas características de los extremos no es expresable en forma algebraica.
- Quando se trata de problemas de resonancia y oscilaciones en general.
- Quando hay más de una tubería y hay que considerar distintas maniobras simultáneas o sucesivas en cada una.
- Quando interesa conocer el momento preciso en que ocurre una sobrepresión.
- Quando se precisa conocer lo que ocurre en una sección intermedia.

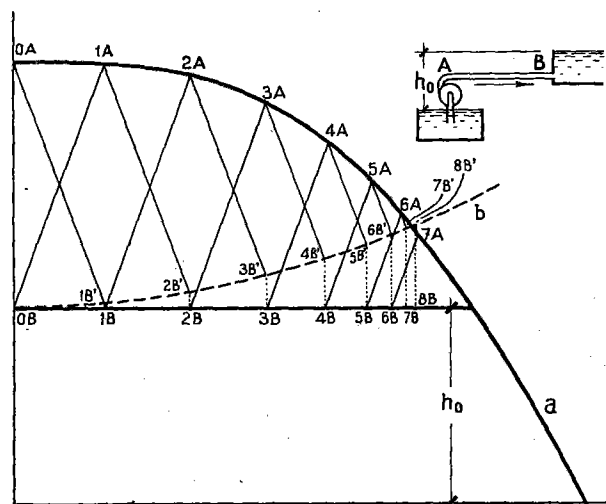


Fig. 18. — Puesta en marcha de una bomba alimentadora de un depósito de nivel constante. Pérdida de carga y energía cinética no despreciables.

h) Cuando se quiere hacer un análisis completo y obtener las curvas de variación de presiones y caudales en el tiempo para distintas secciones.

Aun en los problemas que podrían resolverse acudiendo a los desarrollos de Fourier — con la complejidad que es fácil imaginar —, el método de Bergeron lleva ventajas notorias por su exactitud, pues, mientras que en la serie tendríamos que detenernos en la primera o segunda armónicas, las rectas de transmisión en el método gráfico engloban la onda fundamental y todas sus armónicas, dada la forma como hemos obtenido las ecuaciones [11] y [12] y recordando (*) que las ondas F y f engloban *todas* las que se propagan en uno u otro sentido, respectivamente.

Desde luego, hay problemas que requieren gran reflexión hasta ver el artificio que permite aplicar el método gráfico, pero éstos *no pueden resolverse por ningún otro procedimiento*. Por lo que atañe a nuestra propia experiencia podemos asegurar que, una vez adquirida cierta práctica del método, se está en disposición de resolver cualquier problema de golpe de ariete con toda la exactitud deseable.

ERRATAS

Aunque el buen juicio del lector las habrá subsanado, queremos rectificar dos erratas observadas en los artículos anteriores.

Primer artículo, página 42, primera columna, primera línea: En vez de "A. Allievi", debe decir "A Allievi".

Segundo artículo, pág. 93, primera columna, 26.ª línea: En vez de " F " debe decir " f ".

Bibliografía.

[J] BERGERON: "Pompes centrifuges et usines elevatoires". *La Technique Moderne*, pág. 173, 1.º de marzo de 1935.

Conferencia de Bergeron. — Estudia primeramente las bombas centrífugas. Trata después del golpe de ariete (método gráfico), analizando el caso en que las pérdidas de carga no sean despreciables y el de tubería de características múltiples con y sin pérdida de carga, tubería con depósito de aire, con "by-pass", con descargador y con cámara de vacío. Todos ellos con su correspondiente y detallado gráfico. Por último, estudia las protecciones contra el golpe de ariete (válvulas, volantes, ventosas).

[K] BERGERON: "Étude des coups de bélier dans les conduites". *La Technique Moderne*, 15 de enero de 1936, pág. 33, y 1.º de febrero de 1936, pág. 75.

En el primer artículo sintetiza el fundamento del método expuesto en [J]. Diagramas de apertura y cierre de un orificio en una derivación de una tubería en servicio detalladamente explicados.

En el segundo, estudia los fenómenos de resonancia en las tuberías, la brusca puesta en servicio de una bomba en una red, y funcionamiento de una bomba de pistón con una tubería sin cámara de aire.

[L] RAMPONI: "Di alcuni metodi per la risoluzione dei problemi di moto vario nelle condotte forzate". *L'Energia Elettrica*, diciembre de 1942, pág. 615.

Empieza por exponer los fundamentos y mecanismo del método gráfico, aplicándolo a algunos casos de cierre y apertura. Estudia la pérdida de carga y hace una interesante comparación de los resultados del método gráfico con los de experiencias realizadas. Resuelve casos de tubería con cámara de equilibrio de varios tipos.

(*) Véase el final del primer artículo.