CALCULO TABULAR DE VIGAS CONTINUAS DE DOS TRAMOS

Por JOSE MARIN TOYOS, Ingeniero de Caminos.

Presenta el autor en este artículo el resultado de su experiencia en numerosos trabajos de estudio de estructuras para edificios, con el plausible deseo de hacer menos pesados estos cálculos, aliviando así en su trabajo a quienes se dedican a esa clase de proyectos.

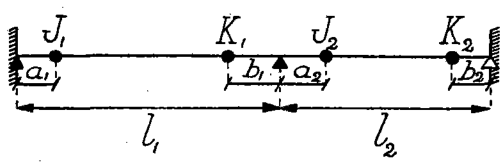
En el estudio de las estructuras de hormigón armado para edificios, una de las partes más laboriosas es la del cálculo de los forjados de piso, sobre todo cuando se trata de vigas continuas y se hace un estudio correcto que garantice la estabilidad y proporcione la máxima economía en la sección de hormigón y en la cuantía metálica. Es muy frecuente en esta clase de estudios la viga de dos tramos, que salva dos crujías, y muy frecuente también la diversidad de luces dentro del mismo edificio y la diversidad de cargas, ya que varían según se trate de la planta de tiendas, de la de pisos o de la de terrazas; la combinación de todos estos factores obliga a repetir muchas veces el cálculo corriente de la viga de dos tramos, haciéndolo fatigoso por su profusión.

El haber intervenido en numerosos trabajos de esta índole y haber padecido la pesadez que representa el cálculo ordinario, repetidamente efectuado, nos indujo a estudiar una transformación en el cálculo de esta clase de vigas, que pudiera traducirse en tablas en función de la relación de las luces. Con estas tablas, como más adelante se verá, el cálculo resulta tan cómodo como el de una viga sencilla. Como este trabajo puede resultar de utilidad para quienes a tales proyectos dedican sus actividades, lo damos a la publicidad, con el único deseo de que evite muchas horas de labor a los que necesiten de su utilización.

* * *

Las viguetas de piso en los edificios rara vez pueden considerarse como apoyadas en los extremos, pues siempre existe algún empotramiento producido por la fábrica de los muros o por el resto de la estructura; tampoco es prudente considerar un empotramiento perfecto, porque no se puede tener la seguridad de que así ocurra, por lo que lo más aconsejable es considerar que existe un semiempotramiento en los extremos.

Para poder calcular las secciones de las viguetas es preciso conocer el máximo momento flector en cada uno de los tres apoyos y en la parte central de los dos tramos, así como los máximos esfuerzos cortantes en los apoyos; a obtener estos datos de la manera más fácil posible es a lo que tiende la transformación estudiada.



Consideremos una viga de dos tramos en las condiciones de sustentación indicadas, y sean l_1 y l_2 las luces de los tramos; siempre podemos hacer que $l_1 > l_2$, y, por lo tanto, si hacemos $l_2 = k\, l_1$, el valor de k variará solamente entre 0 y 1. Cuando los extremos están libremente apoyados no existen los focos J_1 y K_2; cuando el empotramiento es perfecto, las distancias focales a_1 y b_2 valen, respectivamente, $\frac{l_1}{3}$ y $\frac{l_2}{3}$; como consideramos un semiempotramiento, los focos J_1 y K_2 estarán situados a las distancias:

$$a_1 = \frac{l_1}{6}; \quad b_2 = \frac{l_2}{6} = \frac{k\, l_1}{6}.$$

Para calcular las distancias focales b_1 y a_2 que definen los focos K_1 y J_2, tenemos (1):

$$a_2 = \frac{l_2}{3 + \frac{l_1}{l_2}\left(2 - \frac{\frac{l_1}{6}}{l_1 - \frac{l_1}{6}}\right)} = \frac{5\, k^2\, l}{9 + 15\, k};$$

$$b_1 = \frac{l_1}{3 + \frac{l_2}{l_1}\left(2 - \frac{\frac{l_2}{6}}{l_2 - \frac{l_2}{6}}\right)} = \frac{5\, l}{15 + 9\, k}.$$

(1) Strassner: *Nuevos Métodos*. Tomo I.

Suponemos cargado sólo el primer tramo con la carga p, uniformemente repartida, y la línea de cierre de momentos queda definida por:

$$S_a = -\frac{l}{6}\cdot p\cdot\frac{l}{4} = -\frac{p\,l^2}{24};$$

$$S_b = -p\,\frac{5\,l}{15+9\,k}\cdot\frac{l}{4} = -\frac{5\,p\,l^2}{4\,(15+9\,k)}.$$

Los momentos en los extremos son:

$$M_1 = \frac{S_a\,(l-b) - S_b\,a}{l-a-b} = -\frac{p\,l^2}{180}\cdot\frac{5+9\,k}{1+k};$$

$$M_2 = \frac{S_b\,(l-a) - S_a\,b}{l-a-b} = -\frac{p\,l^2}{9}\cdot\frac{1}{1+k}.$$

De la misma manera, al cargar el 2.º tramo con p, se obtienen los siguientes momentos en los extremos:

$$M'_2 = -\frac{p\,l^2}{9}\,\frac{k^3}{1+k}; \quad M_3 = -\frac{p\,l^2}{180}\,\frac{k^2\,(9+5\,k)}{1+k};$$

Obsérvese que todos los momentos anteriores se pueden poner en función de M_2, y resulta:

$$M_1 = \frac{5+9\,k}{20}\,M_2; \quad M'_2 = k^3\,M_2;$$

$$M_3 = \frac{k^2\,(9+5\,k)}{20}\,M_2.$$

Cuando se aplique la sobrecarga q en el primer tramo, los momentos que produce en los extremos son:

$$N_1 = M_1\,\frac{q}{p} = \frac{(5+9\,k)\,q}{20\,p}; \quad N_2 = \frac{q}{p}\,M_2;$$

$$N'_2 = \frac{k^3\,q}{p}\,M_2; \quad N_3 = \frac{k^2\,(9+5\,k)\,q}{20\,p}.$$

Con estos elementos podemos calcular los momentos máximos en los apoyos; en el primer apoyo, se produce cuando la carga p se extiende a los dos tramos, y la sobrecarga q, sólo al primero; en el apoyo segundo, cuando p y q se extienden a los dos tramos, y en el apoyo tercero, cuando la carga p se aplica a los dos tramos, y la sobrecarga q, sólo al segundo. Así se tiene:

$$M_A = M_1 + N_1 - \frac{M'_2}{5} = -\frac{(p+q)\,l^2}{9}\,\frac{5+9\,k}{20\,(1+k)} + \frac{p\,l^2}{9}\,\frac{k^3}{5\,(1+k)};$$

haciendo $p + q = g$;

$$M_A = -\frac{g\,l^2}{9}\cdot\frac{5+9\,k}{20\,(1+k)} + \frac{p\,l^2}{9}\,\frac{k^3}{5\,(1+k)}.$$

$$M_B = M_2 + N_2 + M'_2 + N'_2 = -\frac{g\,l^2}{9}\cdot\frac{1+k^3}{1+k};$$

$$M_C = M_3 + N_3 - \frac{M_2}{5} = -\frac{g\,l^2}{9}\cdot\frac{k^2\,(9+5\,k)}{20\,(1+k)} + \frac{p\,l^2}{9}\,\frac{1}{5\,(1+k)}.$$

Si desarrollamos cada una de las funciones de k, teniendo en cuenta que la variabilidad ha de estar comprendida entre los valores 0 y 1, tenemos la tabla que a continuación se indica, de la que se deducen los coeficientes de aplicación para obtener los momentos en los apoyos, advirtiendo que, tanto en esta tabla como en las demás, los valores de las funciones de k están en milésimas.

La ley de variación de momentos en el primer tramo, cuando actúa p en los dos y q sólo en el primero — régimen de carga que produce el máximo positivo —, se obtiene, por la suma de las tres expresiones siguientes:

$$M' = \frac{1}{2}\,p\,x\,(l-x) - \frac{M_2 - M_1}{l}\,x - M_1 =$$

$$= \frac{1}{2}\,p\,x\,(l-x) - \left[\frac{(15-9\,k)\,x}{20\,l} + \frac{5+9\,k}{20}\right] M_2$$

$$M'' = \frac{l-6\,x}{5\,l}\,M'_2 = \frac{k^3\,(l-6\,x)}{5\,l}\,M_2;$$

$$M''' = \frac{1}{2}\,q\,x\,(l-x) - \frac{(M_2 - M_1)\,q}{p\,l}\,x - M_1\,\frac{q}{p} =$$

$$= \frac{1}{2}\,q\,x\,(l-x) - \left[\frac{(15-9\,k)\,q\,x}{20\,p\,l} + \frac{(5+9\,k)\,q}{20\,p}\right] M_2$$

y efectuada la suma resulta:

$$M^I = -\frac{g\,x^2}{2} + \left[\frac{g\,l}{2} - \frac{(15-9\,k)\,g + 24\,k^3\,p}{20\,p\,l}\,M_2\right] - \frac{(5+9\,k)\,g - 4\,k^3\,p}{20\,p}\,M_2;$$

que podemos poner:

$$M^I = -\frac{g\,x^2}{2} + \left(\frac{g\,l}{2} - a\,M_2\right) - b\,M_2.$$

TABLA I. —*Momentos máximos en los apoyos.*

k	$\frac{5+9k}{20(1+k)}$ A	$\frac{k^3}{5(1+k)}$ B	$\frac{1+k^3}{1+k}$ C	$\frac{k^2(9+5k)}{20(1+k)}$ D	$\frac{1}{5(1+k)}$ E
0	250	0	1 000	0	200
0,05	260	0	953	2	190
0,10	267	0	910	4	181
0,15	276	0	873	10	174
0,20	283	1	840	17	167
0,25	290	3	813	26	160
0,30	296	4	790	36	153
0,35	302	6	773	49	149
0,40	307	9	760	63	143
0,45	312	13	753	78	138
0,50	317	17	750	96	133
0,55	321	21	753	115	129
0,60	325	27	760	135	125
0,65	329	33	773	157	120
0,70	332	40	790	180	117
0,75	336	48	813	205	114
0,80	339	57	840	231	111
0,85	342	66	873	259	108
0,90	344	76	910	286	104
0,95	347	87	953	318	102
1,00	350	100	1 000	350	100

$$M_A = 0{,}001 \left(-\frac{g\,l^2}{9} \times A + \frac{p\,l^2}{9} \times B\right). \qquad M_B = -0{,}001 \times \frac{g\,l^2}{9} \times C.$$

$$M_C = 0{,}001 \left(-\frac{g\,l^2}{9} \times D + \frac{p\,l^2}{9} \times E\right).$$

La abscisa que produce el máximo momento es:

$$\frac{d\,M^I}{d\,x} = -g\,x + \frac{g\,l}{2} - a\,M_2 = 0; \quad x = \frac{l}{2} - \frac{a\,M_2}{g};$$

y substituído su valor resulta:

$$M^I = \frac{g\,l^2}{8} + \frac{a^2\,M^2{}_2}{2\,g} - \left(\frac{a\,l}{2} + b\right) M_2$$

$$M^I = \frac{g\,l^2}{8} +$$

$$+ \frac{(15-9\,k)^2\,g^2 + 576\,k^6\,p^2 + 48\,k^3\,p\,g\,(15-9\,k)}{400\,l^2\,p^2}\,\frac{M^2{}_2}{2\,g} -$$

$$-\frac{(25+9\,k)\,g + 16\,k^3\,p}{40\,p};$$

substituyendo M_2 por su valor $-\frac{p l_2}{9}\,\frac{1}{1+K}$, se llega a la expresión final:

$$M^I = \frac{g\,l^2}{8}\left[1 + \left(\frac{5-3\,k}{30\,(1+k)}\right)^2 - \frac{25+9\,k}{45\,(1+k)}\right] +$$

$$+ \frac{p\,l^2}{8}\left[\left(\frac{2\,k^3}{15\,(1+k)}\right)^2 k\,(5-3\,k) - \frac{16\,k^3}{45\,(1+k)}\right] +$$

$$+ \frac{p\,l^2}{8\,\frac{g}{p}}\left(\frac{4\,k^3}{15\,(1+k)}\right)^2.$$

Repitiendo el mismo proceso para el segundo tramo, teniendo en cuenta que la luz es $k\,l$ y que el máximo momento se produce con la carga p, extendida a toda la viga, y la sobrecarga q sólo al segundo tramo, se llega a la siguiente expresión:

$$M^{II} = \frac{g\,l^2}{8}\left[k^2 + \left(\frac{k^2\,(5-3\,k)}{30\,(1+k)}\right)^2 - \frac{k^3\,(25+9\,k)}{45\,(1+k)}\right] +$$

$$+ \frac{p\,l^2}{8}\left[(5-3\,k)\left(\frac{2\,k}{15\,(1+k)}\right)^2 - \frac{8\,(5-3\,k)}{45\,(1+k)}\right] +$$

$$+ \frac{p\,l^2}{8\,\frac{g}{p}}\left(\frac{4}{15\,(1+k)}\right)^2.$$

Desarrollando las funciones de k, tenemos la tabla II para obtener los máximos momentos positivos.

TABLA II. — *Momentos máximos positivos.*

k	$1+\left(\frac{5-3k}{30(1+k)}\right)^2-\frac{25+9k}{45(1+k)}$	$\left(\frac{2k}{15(1+k)}\right)^2 k(5-3k)-\frac{16k^3}{45(1+k)}$	$\left(\frac{4k^3}{15(1+k)}\right)^2$	$k^2+\left(\frac{k^2(5-3k)}{30(1+k)}\right)^2-\frac{k^3(25+9k)}{45(1+k)}$	$(5-3k)\left(\frac{2k}{15(1+k)}\right)^2-\frac{8(5-3k)}{45(1+k)}$	$\left(\frac{4}{15(1+k)}\right)^2$
	F	G	H	F'	G'	H'
0	472	0	0	0	889	71
0,05	486	0	0	3	821	64
0,10	497	0	0	9	758	58
0,15	508	1	0	21	702	54
0,20	519	2	0	36	650	51
0,25	529	3	0	55	601	45
0,30	537	6	0	77	557	42
0,35	546	9	0	103	515	39
0,40	554	14	0	131	474	36
0,45	562	19	0	161	442	34
0,50	569	26	0	195	408	31
0,55	575	34	1	231	377	30
0,60	582	43	1	270	348	28
0,65	589	53	2	309	321	26
0,70	594	65	3	351	294	24
0,75	600	78	4	394	270	23
0,80	605	94	6	438	248	22
0,85	610	109	8	482	226	21
0,90	615	127	10	529	206	20
0,95	619	145	13	575	187	19
1,00	622	168	18	623	169	18

$$M^I = 0{,}001\left(\frac{g\,l^2}{8}\times F-\frac{p\,l^2}{8}\times G+\frac{p\,l^2}{8\,\frac{g}{p}}\times H\right) \qquad M^{II} = 0{,}001\left(\frac{g\,l^2}{8}\times F'-\frac{p\,l^2}{8}\times G'+\frac{p\,l^2}{8\,\frac{g}{p}}\times H'\right)$$

Es también de interés conocer en cada caso el valor de la abscisa correspondiente al máximo positivo; para el primer tramo tenemos:

$$x_1=\frac{l}{2}-\frac{a\,M_2}{g}=$$

$$=\frac{l}{2}\left[1-\frac{15-9\,k}{80\,(1+k)}-\frac{1}{\frac{g}{p}}\;\frac{3\,k^3}{10\,(1+k)}\right];$$

para el segundo tramo se obtiene:

$$x_2=\frac{l}{2}\left[k+\frac{k^2\,(15-9\,k)}{80\,(1+k)}+\frac{1}{\frac{g}{p}}\;\frac{3}{10\,(1+k)}\right],$$

y desarrollando las funciones de k se forma la tabla III, que facilita la determinación de estas abscisas.

TABLA III. — *Abscisas de momentos máximos.*

k	$1-\frac{15-9k}{80(1+k)}$	$\frac{3k^3}{10(1+k)}$	$k+\frac{k^2(15-9k)}{80(1+k)}$	$\frac{3}{10(1+k)}$
	I	J	I'	J'
0	812	0	0	300
0,05	826	0	50	285
0,10	840	0	102	271
0,15	852	1	153	261
0,20	862	2	206	251
0,25	872	4	258	240
0,30	882	6	311	230
0,35	890	10	363	223
0,40	898	14	416	215
0,45	906	19	469	207
0,50	913	25	522	200
0,55	919	32	575	193
0,60	925	41	627	188
0,65	931	49	679	180
0,70	936	60	731	176
0,75	941	72	783	171
0,80	946	85	834	167
0,85	951	99	885	162
0,90	955	114	936	156
0,95	959	131	987	153
1,00	962	150	1 038	150

$$x_1 = 0{,}001 \times \frac{l}{2}\left(I - \frac{1}{\frac{g}{p}} \times J\right)$$

$$x_2 = 0{,}001 \times \frac{l}{2}\left(I' + \frac{1}{\frac{g}{p}} \times J'\right).$$

De una manera análoga se pueden establecer tablas que faciliten el cálculo de los máximos esfuerzos cortantes en los apoyos y el de la reacción en el apoyo central.

Cargando sucesivamente los tramos con p y después con q, se tienen los siguientes esfuerzos cortantes:

Cargado el primero con p:

$$E_1 = \frac{p\,l}{2} - \frac{15-9\,k}{20\,l} M_2;$$

$$E_2 = -\frac{p\,l}{2} - \frac{15-9\,k}{20\,l} M_2;$$

$$E'_2 = \frac{6}{5\,k\,l} M_2;$$

$$E_3 = \frac{6}{5\,k\,l} M_2.$$

Cargado el segundo con p:

$$E_1 = -\frac{6\,k^3}{5\,l} M_2;$$

$$E_2 = -\frac{6\,k^3}{5\,l} M_2;$$

$$E'_2 = \frac{k\,p\,l}{2} - \frac{k\,(9-15\,k)}{20\,l} M_2;$$

$$E_3 = -\frac{k\,p\,l}{2} - \frac{k\,(9-15\,k)}{20\,l} M_2.$$

Cargado el primero con q:

$$E_1 = \frac{q\,l}{2} - \frac{(15-9\,k)\,q}{20\,p\,l};$$

$$E_2 = -\frac{q\,l}{2} - \frac{(15-9\,k)\,q}{20\,p\,l};$$

$$E'_2 = \frac{6\,q}{5\,k\,l\,p} M_2;$$

$$E_3 = \frac{6\,q}{5\,k\,l\,p} M_2.$$

Cargado el segundo con q:

$$E_1 = -\frac{6\,k^3\,q}{5\,p\,l} M_2;$$

$$E_2 = -\frac{6\,k^3\,q}{5\,p\,l};$$

$$E'_2 = \frac{k\,q\,l}{2} - \frac{k\,(9-15\,k)\,q}{20\,l\,p} M_2;$$

$$E_3 = -\frac{k\,q\,l}{2} - \frac{k\,(9-15\,k)\,q}{20\,l\,p} M_2.$$

El máximo esfuerzo cortante en el apoyo I se produce cuando la sobrecarga q afecta sólo al primer tramo, y resulta:

$$E_1 = \frac{g\,l}{2} - \frac{(15-9\,k)\,g}{20\,p\,l} M_2 - \frac{6\,k^3}{5\,l} M_2 =$$

$$= \frac{g\,l}{2}\,\frac{25+33\,k}{30\,(1+k)} - \frac{p\,l}{2}\,\frac{4\,k^3}{15\,(1+k)}$$

En el apoyo 2 se produce el máximo esfuerzo cortante con la sobrecarga total, y vale:

$$E_2 = -\frac{g\,l}{2} - \frac{(15-9\,k)\,g}{20\,p\,l} M_2 - \left(\frac{6\,k^3}{5\,l} + \frac{6\,k^3\,q}{5\,p\,l}\right) M_2 = -\frac{g\,l}{2}\,\frac{35-8\,k+8\,k^2}{30}.$$

$$E'_2 = \frac{g\,k\,l}{2} - \frac{k\,(9-15\,k)}{20\,p\,l} M_2 + \frac{6\,g}{5\,k\,l\,p} M_2 = \frac{g\,l}{2}\,\frac{8-8\,k+35\,k^2}{30\,k}.$$

El máximo en el apoyo 3 se produce cuando la sobrecarga se aplica al segundo tramo, y vale:

$$E_3 = -\frac{g\,k\,l}{2} - \frac{k\,(9-15\,k)\,g}{20\,p\,l} M_2 + \frac{6}{5\,k\,l} M_2 = -\frac{g\,l}{2}\,\frac{k\,(33+25\,k)}{30\,(1+k)} + \frac{p\,l}{2}\,\frac{4}{15\,k\,(1+k)};$$

Para tener la reacción máxima en el apoyo central basta sumar en valor absoluto los valores E_2 y E'_2, y resulta:

$$R = \frac{g\,l}{2}\left[\frac{35+27\,k+8\,k^3}{30\,(1+k)} + \frac{8+27\,k^2+35\,k^3}{30\,k\,(1+k)}\right] = \frac{g\,l}{2}\,\frac{(1+k)\,(8+19\,k+8\,k^2)}{30\,k}.$$

Desarrollando las funciones de k, formamos la tabla IV.

Ejemplo de aplicación. — Sea una viga continua de dos tramos con luces de 4,00 y 3,00 metros, respectivamente, con una carga permanente, $p = 400$ Kg. por metro lineal, y una sobrecarga, $q = 600$ Kg. por

TABLA IV. — *Esfuerzos cortantes máximos.*

k	$\frac{25+33\,k}{30\,(1+k)}$	$\frac{4\,k^3}{15\,(1+k)}$	$\frac{35-8\,k+8\,k^2}{30}$	$\frac{8-8\,k+35\,k^2}{30\,k}$	$\frac{(33+25\,k)\,k}{30\,(1+k)}$	$\frac{4}{15\,k\,(1+k)}$	$\frac{(1+k)\,(8+19\,k+8\,k^2)}{30\,k}$
	L	M	N	N'	O	P	Q
0	833	0	1 167	∞	0	∞	∞
0,05	846	0	1 154	5 658	55	5 340	6 812
0,10	858	0	1 143	2 517	107	2 420	3 660
0,15	868	1	1 133	1 551	160	1 540	2 684
0,20	876	2	1 124	1 300	211	1 110	2 424
0,25	887	3	1 117	1 091	262	852	2 208
0,30	895	6	1 111	972	311	683	2 083
0,35	902	9	1 106	904	360	563	2 010
0,40	910	12	1 103	867	409	475	1 970
0,45	916	17	1 101	851	458	406	1 952
0,50	922	22	1 100	850	506	356	1 950
0,55	928	29	1 101	859	553	312	1 960
0,60	933	36	1 103	878	600	278	1 981
0,65	938	44	1 106	907	647	247	2 013
0,70	943	54	1 111	931	693	223	2 042
0,75	948	64	1 117	963	740	202	2 080
0,80	952	75	1 124	1 000	786	185	2 124
0,85	955	88	1 133	1 038	831	169	2 171
0,90	959	102	1 143	1 079	877	155	2 222
0,95	963	117	1 154	1 122	939	143	2 276
1,00	967	133	1 167	1 167	967	133	2 334

$$E_1 = 0{,}001\left(\frac{g\,l}{2} \times L - \frac{p\,l}{2} \times M\right) \qquad E_2 = -0{,}001\,\frac{g\,l}{2} \times N \qquad E'_2 = 0{,}001\,\frac{g\,l}{2} \times N'$$

$$E_3 = 0{,}001\left(-\frac{g\,l}{2} \times O + \frac{p\,l}{2} \times P\right) \qquad R = 0{,}001\,\frac{g\,l}{2} \times Q$$

metro lineal. Los valores auxiliares que se necesitan son:

$$k = \frac{3,00}{4,00} = 0,75\,; \quad g = 600 + 400 = 1\,000 \text{ Kg.};$$

$$\frac{g}{p} = \frac{1000}{400} = 2,5\,; \quad \frac{g\,l^2}{9} = 1\,777,78\,;$$

$$\frac{g\,l^2}{8} = 2\,000\,; \quad \frac{p\,l^2}{9} = 711,11\,; \quad \frac{p\,l^2}{8} = 800\,;$$

$$\frac{g\,l}{2} = 2\,000\,; \quad \frac{p\,l}{2} = 800\,; \quad \frac{p\,l^2}{8\,\frac{g}{p}} = 320\,.$$

Momentos máximos en los apoyos. (Tabla I.)

$M_A = -1\,777,78 \times 0,336 + 711,11 \times 0,048 = 563,2$ m. Kg.

$M_B = -1\,777,78 \times 0,813 = -1\,445,33$ m. Kg.

$M_C = -1\,777,78 \times 0,205 + 711,11 \times 0,114 = -283,37$ metros por Kg.

Momentos máximos positivos. (Tabla II.)

Tramo 1.º: $M^I = 2000 \times 0,6 - 800 \times 0,078 + 320 \times \times 0,004 = 1\,138,68$ m. Kg.

Tramo 2.º: $M^{II} = 2000 \times 0,394 - 800 \times 0,270 + + 320 \times 0,023 = 579,36$ m. Kg.

Abscisas de los momentos máximos. (Tabla III.)

$$x_1 = \frac{4,00}{2}\left(0,941 - \frac{1}{2,5}\,0,072\right) = 1,82 \text{ m.}$$

$$x_2 = \frac{4,00}{2}\left(0,783 + \frac{1}{2,5}\,0,171\right) = 1,70 \text{ m.}$$

Esfuerzos cortantes máximos. (Tabla IV.)

$E_1 = 2000 \times 0,948 - 800 \times 0,064 = 1\,844,8$ Kg.

$E_2 = -2000 \times 1,117 = -2\,234$ Kg.

$E'_2 = 2000 \times 0,963 = 1\,926$ Kg.

$E_3 = -2000 \times 0,740 + 800 \times 0,202 = -1\,318,4$ Kg.

$R = 2000 \times 2,08 = 4\,160$ Kg.

La aplicación a este ejemplo de las tablas calculadas demuestra su utilidad, aun en el caso de ser una viga única, pues con una facilidad extraordinaria y con un mínimo de operaciones aritméticas, se logran todos los elementos necesarios; esta utilidad aumenta notablemente cuando el problema se repite para muchas vigas con diversidad de luces y variación de cargas, que es lo que ocurre en el caso de estructuras de edificios.