

CALCULO TABULAR DE LA VIGA CONTINUA DE TRES TRAMOS SIMETRICA

Por JOSÉ MARÍN TOYOS, Ingeniero de Caminos.

Aporta el autor su experiencia personal en el cálculo que sirve de título al presente artículo, en cuyas últimas páginas se reproducen las tablas que ha obtenido y que pueden ser de utilidad para los proyectistas de esta clase de elementos estructurales.

En los proyectos de estructuras de hormigón armado para edificios es muy frecuente emplear en los pisos vigas continuas de tres tramos para salvar tres crujías, las que en muchas ocasiones tienen iguales las luces extremas. El cálculo correcto de estas vigas hasta llegar al conocimiento y representación gráfica de los máximos momentos flectores positivos y negativos, así como de los esfuerzos cortantes, es laborioso y se hace muy enojoso cuando hay diversidad de luces y distintas sobrecargas, que es lo corriente en esta clase de proyectos. Para facilitar estos cálculos, hemos estudiado una transformación que permite traducirlos en tablas con las que con gran facilidad se pueden representar las curvas de variación de los máximos momentos flectores y de los esfuerzos cortantes, necesarios para proyectar acertadamente las vigas y hacer una correcta distribución de armaduras y de estribos.

* * *

Sea (fig. 1.^a) una viga de tres tramos cuyas luces son l , kl y l , pudiendo ser k un número cualquiera positivo; está sometida a una carga permanente, p , y a una sobrecarga, $p \cdot \alpha$, ambas uniformemente re-

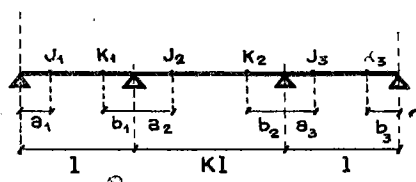


Fig. 1

partidas y pudiendo tomar α cualquier valor positivo. Como indicamos en la viga de dos tramos, y por las mismas razones allí expuestas, consideramos que en los apoyos se produce un semiempotramiento.

Las distancias que definen la posición de los focos J , son:

$$a_1 = \frac{l}{6}, \quad a_2 = \frac{kl}{3 + \frac{1}{k} \left(2 - \frac{1}{5} \right)} = \frac{5k^2 l}{3(5k+3)};$$

$$a_3 = \frac{l}{3 + k \left(2 - \frac{a_2}{kl - a_2} \right)} = \frac{(10k+9)l}{3(9+16k+5k^2)},$$

y las relativas a los focos K , son:

$$b_1 = \frac{(10k+9)l}{3(9+16k+5k^2)}, \quad b_2 = \frac{5k^2 l}{3(5k+3)}, \quad b_3 = \frac{l}{6}.$$

Supuesto cargado el primer tramo con la carga p , los momentos que se producen en los extremos son los siguientes:

$$S_a = -\frac{l}{4} \cdot p \cdot \frac{l}{6} = -\frac{p l^2}{24}, \quad S_b = -\frac{l}{4} \cdot p \times$$

$$\times \frac{(10k+9)l}{3(9+16k+5k^2)} = -\frac{p l^2}{12} \frac{10k+9}{9+16k+5k^2};$$

$$l-a = \frac{5l}{6}, \quad l-b = \frac{18+38k+15k^2}{3(9+16k+5k^2)};$$

$$l-a-b = \frac{(5k+3)(5k+9)}{9+16k+5k^2} \cdot \frac{l}{6};$$

$$m_1 = \frac{S_a(l-b) - S_b \cdot a}{l-a-b} = -\frac{p l^2}{12} \frac{9+28k+15k^2}{(5k+3)(5k+9)};$$

$$m_2 = \frac{S_b(l-a) - S_a \cdot b}{l-a-b} = -\frac{p l^2}{12} \frac{4(10k+9)}{(5k+3)(5k+9)}.$$

Cuando la carga actúe en el segundo tramo, por simetría se obtiene:

$$m'_2 = m_3 = S_a = S_b$$

$$m'_2 = -\frac{kl}{4} \cdot p \cdot \frac{5k^2 l}{3(5k+3)} = -\frac{p l^2}{12} \frac{5k^3}{5k+3}.$$

Los momentos transmitidos, es decir, los que reciben los apoyos procedentes de otros tramos en carga, son los siguientes:

$$m_3^I = m_2^{III} = -m_2 \frac{a_2}{kl - a_2} = + \frac{p l^2}{12} \frac{20k}{(5k+3)(5k+9)};$$

$$m_4^I = m_1^{III} = \frac{1}{5} m_3^I = - \frac{p l^2}{12} \frac{4k}{(5k+3)(5k+9)};$$

$$m_1^{II} = m_4^{II} = -\frac{1}{5} m_2' = + \frac{p l^2}{12} \frac{k3}{5k+3}.$$

La notación empleada expresa, con el índice, el tramo de que procede, y con el subíndice, el apoyo que recibe el momento.

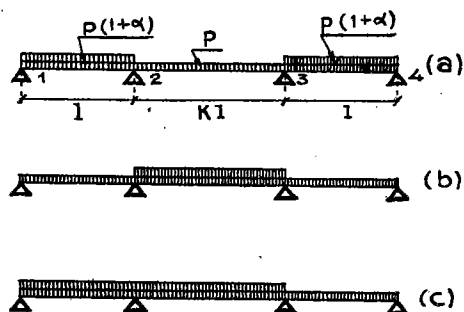


Fig. 2

De todas las combinaciones posibles con la sobrecarga, las más interesantes son las que se indican en la figura 2.^a, pues la primera proporciona el máximo momento negativo en el apoyo 1, y el máximo positivo en el tramo primero; la segunda da el máximo momento positivo en el segundo tramo, y la tercera produce el máximo momento negativo en el apoyo 2. Con estas tres combinaciones de la sobrecarga es suficiente para representar las curvas de variación de los momentos máximos positivos y negativos, pues aunque no sea rigurosamente exacta, como sí lo son los *maximorums*, es suficiente en la práctica para la buena distribución de armaduras.

Los momentos en los apoyos para cada una de las situaciones de la sobrecarga indicadas, serán:

$$M_1^a = m_1 - m_1^{II} + m_1^{III} + n_1 + n_1^{III} =$$

$$= -p l^2 \left[\frac{1+3k-k^3}{12(3+3k)} + \alpha \frac{1+3k}{12(3+5k)} \right];$$

$$M_2^a = m_2 + m_2' - m_2^{III} + n_2 + n_2^{III} =$$

$$= -p l^2 \left[\frac{4+5k^3}{12(3+5k)} + \alpha \frac{4}{(3+5k)12} \right];$$

$$M_1^b = m_1 - m_1^{II} + m_1^{III} - n_1^{II} =$$

$$= -p l^2 \left[\frac{1+3k-k^3}{12(3+5k)} - \alpha \frac{k^3}{12(3+5k)} \right];$$

$$M_2^b = m_2 + m_2' - m_2^{III} + n_2' =$$

$$= -p l^2 \left[\frac{4+5k^3}{12(3+5k)} + \alpha \frac{5k^3}{12(3+5k)} \right];$$

$$M_1^c = m_1 - m_1^{II} + m_1^{III} + n_1 - n_1^{II} =$$

$$= -p l^2 \left[\frac{1+3k-k^3}{12(3+5k)} + \alpha \left(\frac{9+28k+15k^2}{12(3+5k)(9+5k)} - \frac{k^3}{12(3+5k)} \right) \right];$$

$$M_2^c = m_2 + m_2' - m_2^{III} + n_2 + n_2' =$$

$$= -p l^2 \left[\frac{4+5k^3}{12(3+5k)} + \alpha \left(\frac{10k+9}{3(3+5k)(9+5k)} + \frac{5k^3}{12(5k+3)} \right) \right];$$

$$M_3^c = m_2 + m_2' - m_2^{III} - n_3^I + n_2' =$$

$$= -p l^2 \left[\frac{4+5k^3}{12(3+5k)} + \alpha \left(\frac{5k^3}{12(3+5k)} - \frac{20k}{12(3+5k)(9+5k)} \right) \right];$$

$$M_4^c = m_1 - m_1^{II} + m_1^{III} - n_1^{II} + n_4^I =$$

$$= -p l^2 \left[\frac{1+3k-k^3}{12(3+5k)} + \alpha \left(\frac{4k}{12(3+5k)(9+5k)} - \frac{k^3}{12(3+5k)} \right) \right],$$

y en las expresiones anteriores hemos representado por n los momentos elementales debidos a la sobrecarga $p \alpha$.

Tomando como variables k y α , hemos desarrollado las expresiones anteriores formando las tablas I a VIII, que dan los coeficientes del valor constante $p l^2$, para tener los momentos en los cuatro apoyos de la viga. Los valores de k los hemos comprendido entre los límites $k=0$ y $k=3$, pues no es frecuente que la luz central sea superior al triple de las extremas. Para fijar los valores de α hemos tomado en cuenta las sobrecargas más frecuentes en la edificación, que son 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400, 450 y 500 Kg./m.², y como un tipo normal de piso

pesa aproximadamente 250 Kg./m.², resultan para α los siguientes valores:

$\alpha = 0,4; 0,6; 0,8; 1,00; 1,20; 1,40; 1,60; 1,80; 2,00;$

añadiendo, además, el valor $\alpha = 0$, con el que se incluye el caso de vigas sometidas exclusivamente a carga permanente, que a su vez equivale a una sobrecarga totalmente aplicada a la viga.

Conocidos los valores de los momentos en los extremos de un tramo con carga de g Kg./m.², la ecuación de momentos es:

$$M = -\frac{1}{2} g x^2 + \left(\frac{gl}{2} + \frac{M_2 - M_1}{l} \right) x + M_1; \quad [1]$$

la abscisa correspondiente al máximo, resulta:

$$\begin{aligned} x_m &= \frac{l}{2} + \frac{M_2 - M_1}{gl} = l \left(\frac{1}{2} + \frac{m_2 - m_1}{gl^2} \right) = \\ &= l \left(\frac{1}{2} + C_2 - C_1 \right); \end{aligned}$$

llamando C_2 y C_1 a los coeficientes de M_2 y M_1 que dan las tablas.

Calculada x_m , el valor máximo de M es:

$$M_x = \frac{g}{2} x_m^2 + M_1,$$

y las abscisas de momento nulo, contadas a partir de x_m , son:

$$x_0 = \pm \sqrt{\frac{2M_x}{g}}.$$

Con esto vemos que fácilmente, y con simples operaciones aritméticas, se determinan de cada curva cinco puntos, que son suficientes para representarla.

Apliquemos las fórmulas anteriores al caso de sobrecarga, $p \alpha$, y carga permanente, p , y tendremos:

$$\begin{cases} \text{Cargado} \dots \\ \text{Descargado} \dots \end{cases} \begin{cases} x_m = l \left(\frac{1}{2} + \frac{C_2 - C_1}{1 + \alpha} \right) \\ M_x = \frac{p(1 + \alpha)}{2} x_m^2 + M_1 \\ x_0 = \pm \sqrt{\frac{2M_x}{p(1 + \alpha)}} \\ x_m = l \left(\frac{1}{2} + C_2 - C_1 \right) \\ M_x = \frac{p}{2} x_m^2 + M_1 \\ x_0 = \pm \sqrt{\frac{2M_x}{p}} \end{cases}$$

Primer tramo

$$\begin{cases} \text{Cargado} \dots \\ \text{Descargado} \dots \end{cases} \begin{cases} x_m = kl \left(\frac{1}{2} + \frac{C_2 - C_1}{(1 + \alpha) k^2} \right) = \frac{kl}{2} + \frac{C_2 - C_1}{(1 + \alpha) k} \cdot l \\ M_x = \frac{p(1 + \alpha)}{2} x_m^2 + M_1 \\ x_0 = \pm \sqrt{\frac{2M_x}{p(1 + \alpha)}} \\ x_m = kl \left(\frac{1}{2} + \frac{C_2 - C_1}{k^2} \right) = \frac{kl}{2} + \frac{C_2 - C_1}{k} \\ M_x = \frac{p}{2} x_m^2 + M_1 \\ x_0 = \pm \sqrt{\frac{2M_x}{p}} \end{cases}$$

Ejemplo.— Para ver con qué facilidad se obtienen las curvas envolventes de los momentos máximos, hagamos aplicación de lo expuesto a un caso concreto. Sea una viga de tres tramos cuyas luces son 5,00, 8,00 y 5,00 metros, respectivamente (figura 3.^a), que forma parte de un piso con peso propio de 250 Kg./m.², y sometido a una sobrecarga de 350 Kg./m.², estando las vigas equidistantiadas 0,50 metros.

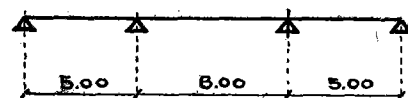
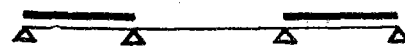


Fig. 3

La carga permanente y la sobrecarga por metro lineal de viga son, respectivamente, $p = 125$ kilogramos-metro, y $p \alpha = 175$ Kg./m., y los datos fundamentales:

$$\begin{aligned} l &= 5,00; \quad k = \frac{8,00}{5,00} = 1,60; \quad \alpha = \frac{175}{125} = 1,40; \\ p l^2 &= 125 \times 5^2 = 3125. \end{aligned}$$

Primer tramo:



$$M_1^a = -3125 \times 0,075 = -234,37 \text{ m./Kg.}$$

$$M_2^a = -3125 \times 0,228 = -712,50 \text{ m./Kg.}$$

$$x_m = 5,00 \left(\frac{1}{2} - \frac{0,228 - 0,075}{1 + 1,40} \right) = 2,18.$$

$$M_x^a = \frac{125 \times 2,4}{2} \times 2,18^2 - 234,37 = + 478,49.$$

$$x_0 = \pm \sqrt{\frac{2 \times 478,49}{125 \times 2,4}} = \pm 1,78 \text{ m.}$$

Segundo tramo:

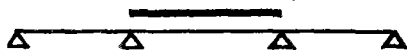
$$M_2^a = M_3^a = - 712,50 \text{ m./Kg.}$$

$$x_m = \frac{1,6 \times 5}{2} = 4,00 \text{ m.}$$

$$M_x = \frac{125}{2} \times 4,00^2 - 712,50 = + 287,50 \text{ m./Kg.}$$

$$x_0 = \pm \sqrt{\frac{2 \times 287,50}{125}} = \pm 2,15 \text{ m.}$$

Primer tramo:



$$M_1^b = 3125 \times 0,0305 = + 95,31 \text{ m./Kg.}$$

$$M_2^b = - 3125 \times 0,4022 = - 1256,88 \text{ m./Kg.}$$

$$x_m = 5,00 \left(\frac{1}{2} - 0,4022 - 0,0305 \right) = 0,34 \text{ m.}$$

$$M_x = \frac{125}{2} \times 0,34^2 + 95,31 = + 102,53 \text{ m./Kg.}$$

$$x_0 = \pm \sqrt{\frac{2 \times 102,53}{125}} = \pm 1,64 \text{ m.}$$

Segundo tramo:

$$M_2^b = M_3^b = - 1256,88 \text{ m./Kg.}$$

$$x_m = \frac{1,60 \times 5,00}{2} = 4,00.$$

$$M_x^b = \frac{125 \times 2,40}{2} \times 4,00^2 - 1256,88 = + 1143,12.$$

$$x_0 = \pm \sqrt{\frac{2 \times 1143,12}{125 \times 2,4}} = \pm 2,76 \text{ m.}$$

Primer tramo:



$$M_1^c = - 3125 \times 0,027 = - 84,37 \text{ m./Kg.}$$

$$M_2^c = - 3125 \times 0,4645 = - 1451,56 \text{ m./Kg.}$$

$$x_m = 5,00 \left(\frac{1}{2} - \frac{0,4645 - 0,027}{2,4} \right) = 1,59 \text{ m.}$$

$$M_x = \frac{125 \times 2,4}{2} \times 1,59^2 - 84,37 = + 294,84 \text{ m./Kg.}$$

$$x_0 = \pm \sqrt{\frac{2 \times 294,84}{125 \times 2,4}} = \pm 1,40.$$

Segundo tramo:

$$M_2^c = - 1451,56 \text{ m./Kg.}$$

$$M_3^c = - 3125 \times 0,3825 = - 1195,31 \text{ m./Kg.}$$

$$x_m = \frac{1,6 \times 5,00}{2} + \frac{0,4645 - 0,3825}{2,4 \times 1,60} \times 5,00 = 4,106 \text{ m.}$$

$$M_x = \frac{125 \times 2,4}{2} \times 4,106^2 - 1451,56 = \pm 1076,82 \text{ m./Kg.}$$

$$x_0 = \pm \sqrt{\frac{2 \times 1076,82}{125 \times 2,4}} = \pm 2,62.$$

Tercer tramo:

$$M_3^c = - 1195,31 \text{ m./Kg.}$$

$$M_4^c = + 3125 \times 0,0263 = + 82,18 \text{ m./Kg.}$$

$$x_m = 5,00 \left(\frac{1}{2} + 0,3825 + 0,0263 \right) = 4,54 \text{ m.}$$

$$M_x = \frac{125}{2} \times 4,54^2 - 1195,31 = + 92,91 \text{ m./Kg.}$$

$$x_0 = \pm \sqrt{\frac{2 \times 92,91}{125}} = \pm 1,22 \text{ m.}$$

Con estos datos se dibujan fácilmente las curvas de momentos, como hemos hecho en la figura 4.^a.

Si el cálculo de la viga no precisa un análisis tan minucioso, y basta, como suele ocurrir en la práctica, el conocimiento de los máximos momentos positivos y negativos en cada tramo o en cada apoyo, éstos se obtienen con sólo hacer las operaciones M_1^a , M_x^a , M_2^b y M_2^c , con lo que un problema laborioso queda reducido a efectuar cuatro sencillas operaciones aritméticas.

Si partimos de la ecuación [1], la correspondiente a los esfuerzos cortantes será:

$$E = -gx + \frac{gl}{2} + \frac{M_2 - M_1}{l} =$$

$$= -gx + g \left(\frac{l}{2} + \frac{M_2 - M_1}{gl} \right);$$

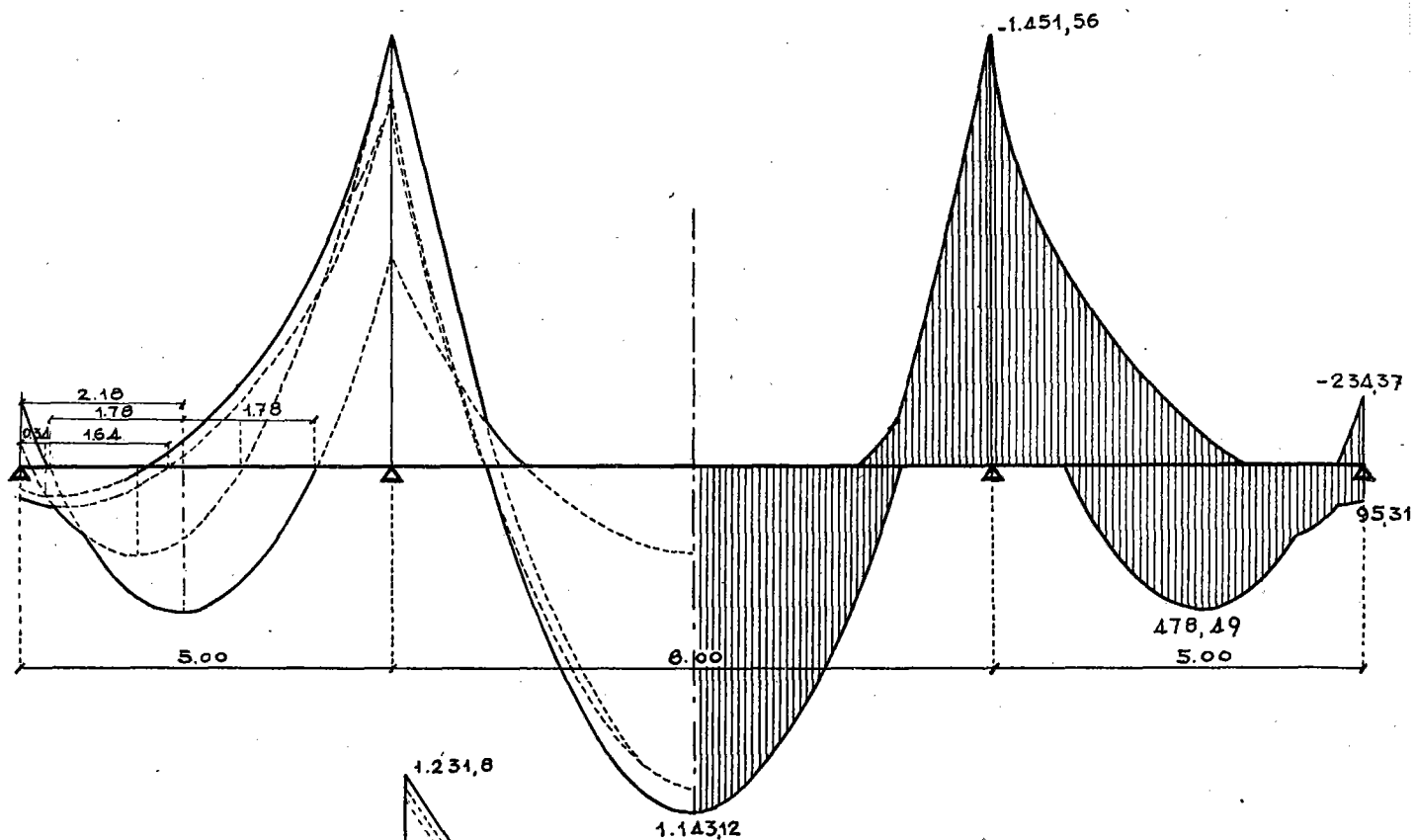


Fig. 4

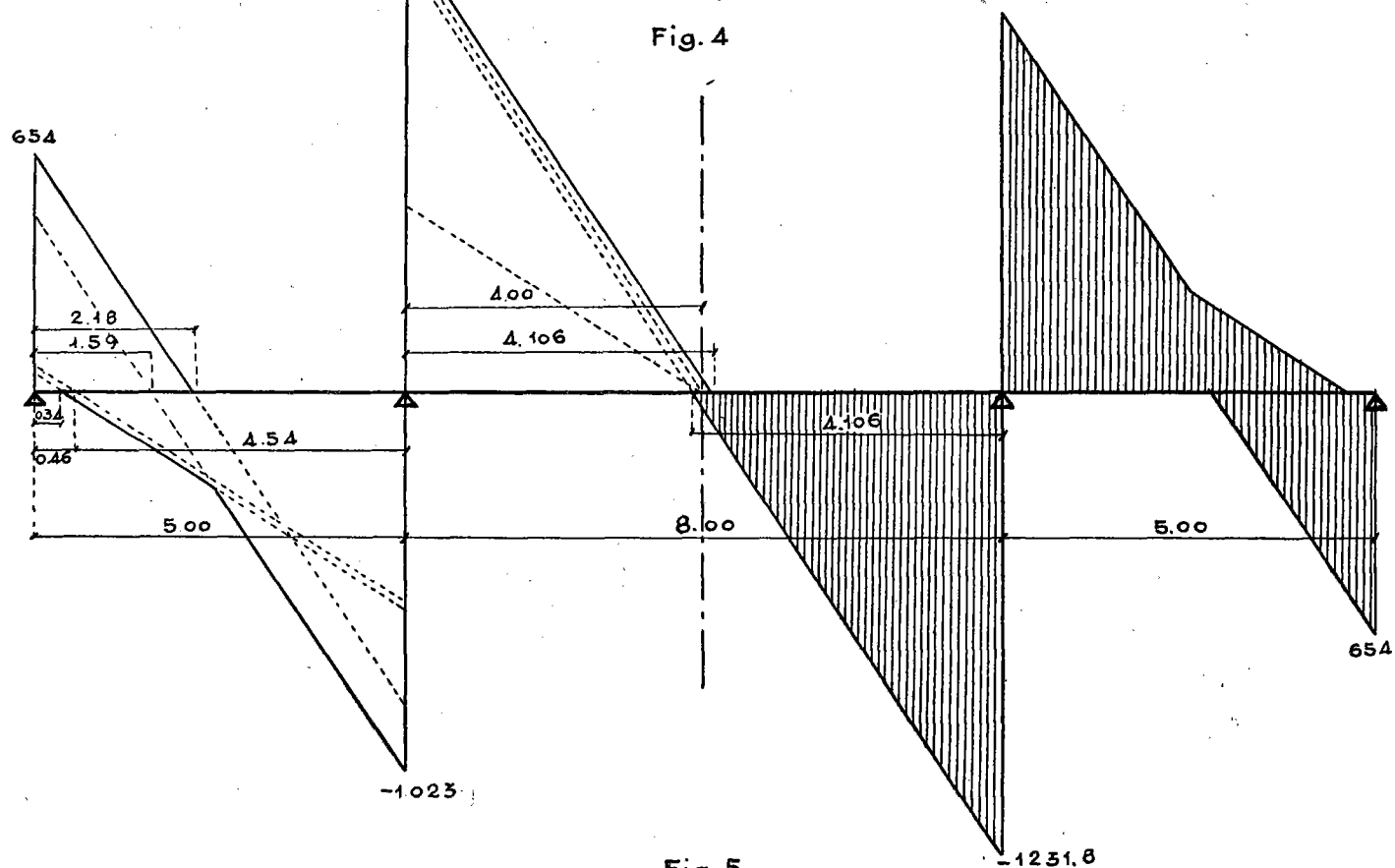


Fig. 5

y como:

$$\frac{l}{2} + \frac{M_2 - M_1}{gl} = x_m,$$

$$E = g(x_m - x).$$

Aplicando esta expresión a nuestro caso, resulta, para un tramo cargado:

$$E = p(1 + \alpha)(x_m - x),$$

y si está descargado, $E = p(x_m - x)$; de aquí se deduce que para $E = 0$, $x = x_m$, como debía suceder, puesto que $E = \frac{dM}{dx}$; para $x = 0$, el esfuerzo cortante es igual a la carga por la abscisa del momento máximo, y para $x = l$, el esfuerzo cortante es negativo e igual a la carga por la abscisa del momento máximo medida desde el apoyo izquierdo.

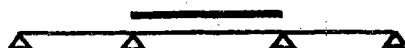
Para completar el ejemplo propuesto, calculemos los esfuerzos cortantes haciendo aplicación de lo expuesto:

Primer tramo:



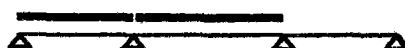
$$E_1^a = 125 \times 2,40 \times 2,18 = 654 \text{ Kgs.}$$

$$E_2^a = -125 \times 2,4 \times 2,82 = -846 \text{ Kgs.}$$



$$E_1^b = 125 \times 0,34 = 42,50 \text{ Kgs.}$$

$$E_2^b = -125 \times 4,66 = -582,50 \text{ Kgs.}$$



$$E_1^c = 125 \times 2,40 \times 1,59 = 477 \text{ Kgs.}$$

$$E_2^c = -125 \times 2,40 \times 3,41 = -1023 \text{ Kgs.}$$

Segundo tramo:

$$E_2^{1a} = 125 \times 4,00 = 500 \text{ Kgs.}$$

$$E_3^a = -125 \times 4,00 = -500 \text{ Kgs.}$$

$$E_2^{1b} = 125 \times 2,40 \times 4,00 = 1200 \text{ Kgs.}$$

$$E_3^b = -125 \times 2,40 \times 4,00 = -1200 \text{ Kgs.}$$

$$E_2^{1c} = 125 \times 2,40 \times 4,106 = 1231,8 \text{ Kgs.}$$

$$E_3^c = -125 \times 2,40 \times 3,894 = -1168,2 \text{ Kgs.}$$

Tercer tramo:

$$E_3^{1c} = 125 \times 4,54 = 567,5 \text{ Kgs.}$$

$$E_4^c = -125 \times 0,46 = -57,5 \text{ Kgs.}$$

con lo que hemos representado la ley de variación de los esfuerzos cortantes en la figura 5.^a. La reacción en el apoyo 2 resulta de:

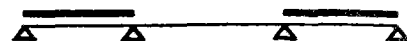
$$1231,8 + 1023 = 2254,8 \text{ Kgs.}$$

Si solamente se hubieran querido conocer los máximos, hubiera bastado hacer las operaciones:

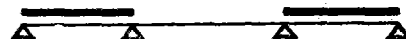
$$E_1^a, E_2^c \text{ y } E_2^{1c}.$$

* * *

La utilización de las tablas y el sistema de cálculo expuestos, nos ha evitado muchas horas de trabajo en el cálculo de las estructuras de edificios que hemos proyectado; su publicación no tiene otra finalidad que el proporcionar el mismo beneficio a quien precise de su uso.

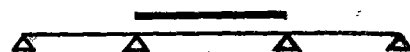
Tabla I. $M_1^a = -p \cdot C.$ 

k	VALORES DE C EN DIEZMILÉSIMAS PARA LOS DE α SIGUIENTES:										k
	0,0	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	
0,0	278	388	444	500	554	611	667	722	778	834	0,0
0,1	309	432	494	557	618	679	741	803	865	926	0,1
0,2	323	456	523	590	656	722	790	856	923	990	0,2
0,3	346	488	557	628	698	767	839	910	981	1051	0,3
0,4	356	502	577	652	729	795	869	942	1016	1090	0,4
0,5	360	511	587	663	738	814	890	964	1042	1117	0,5
0,6	359	514	592	671	749	827	904	983	1061	1139	0,6
0,7	353	512	591	671	750	830	910	990	1070	1150	0,7
0,8	344	506	588	669	749	830	911	991	1072	1153	0,8
0,9	330	494	576	659	742	822	905	986	1068	1150	0,9
1,0	312	479	562	646	728	812	896	979	1062	1146	1,0
1,1	291	460	545	630	714	797	881	966	1050	1136	1,1
1,2	266	436	521	606	691	776	861	946	1032	1116	1,2
1,3	237	409	495	589	667	752	839	925	1011	1097	1,3
1,4	205	379	465	551	638	725	811	898	985	1076	1,4
1,5	169	344	431	517	606	693	780	866	953	1040	1,5
1,6	130	306	392	491	670	658	746	833	921	1008	1,6
1,7	86	262	351	439	527	616	704	792	881	969	1,7
1,8	39	217	306	395	483	572	661	749	837	934	1,8
1,9	— 10	169	258	348	436	526	615	704	793	882	1,9
2,0	— 65	114	204	286	383	473	563	653	743	833	2,0
2,1	— 121	59	149	239	329	420	510	600	690	780	2,1
2,2	— 181	0	91	182	272	362	453	544	635	726	2,2
2,3	— 245	— 70	27	120	209	300	391	481	572	663	2,3
2,4	— 311	— 129	— 39	52	144	235	326	416	507	598	2,4
2,5	— 382	— 200	— 108	— 17	75	167	258	350	441	533	2,5
2,6	— 456	— 273	— 182	— 90	2	93	185	276	368	460	2,6
2,7	— 535	— 351	— 260	— 168	— 75	16	107	199	291	382	2,7
2,8	— 615	— 431	— 339	— 248	— 154	— 62	— 31	62	154	246	2,8
2,9	— 705	— 521	— 428	— 337	— 240	— 151	— 61	33	126	218	2,9
3,0	— 787	— 602	— 510	— 417	— 325	— 232	— 140	— 47	45	137	3,0

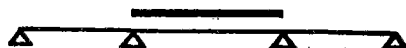
Tabla II. $M_2^a = -p^2.C.$ 

k	VALORES DE C EN DIEZMILÉSIMAS PARA LOS DE α SIGUIENTES:										k
	0,0	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	
0,0	1111	1555	1777	2000	2222	2444	2666	2888	3110	3333	0,0
0,1	953	1334	1524	1715	1905	2096	2286	2477	2667	2858	0,1
0,2	916	1249	1415	1582	1748	1915	2081	2248	2414	2581	0,2
0,3	781	1077	1225	1373	1521	1669	1817	1965	2113	2261	0,3
0,4	721	987	1120	1254	1387	1520	1653	1787	1920	2053	0,4
0,5	698	940	1061	1182	1303	1424	1545	1666	1787	1908	0,5
0,6	706	928	1039	1150	1261	1372	1483	1594	1705	1816	0,6
0,7	733	938	1041	1143	1246	1348	1451	1553	1655	1757	0,7
0,8	780	970	1065	1160	1255	1350	1445	1540	1635	1730	0,8
0,9	848	1025	1114	1203	1292	1381	1470	1559	1648	1737	0,9
1,0	937	1104	1187	1270	1353	1436	1519	1602	1685	1768	1,0
1,1	1042	1198	1276	1354	1432	1510	1588	1666	1744	1822	1,1
1,2	1170	1318	1392	1466	1540	1614	1688	1762	1836	1910	1,2
1,3	1313	1453	1523	1593	1663	1733	1803	1873	1943	2013	1,3
1,4	1475	1608	1674	1741	1807	1874	1940	2007	2073	2140	1,4
1,5	1655	1782	1845	1909	1972	2036	2099	2163	2226	2290	1,5
1,6	1852	1973	2033	2094	2154	2215	2275	2336	2396	2457	1,6
1,7	2069	2185	2243	2301	2359	2417	2475	2533	2591	2649	1,7
1,8	2302	2411	2466	2522	2577	2633	2688	2744	2799	2855	1,8
1,9	2550	2656	2709	2762	2816	2869	2922	2975	3029	3082	1,9
2,0	2822	2924	2975	3026	3077	3128	3179	3230	3281	3336	2,0
2,1	3105	3204	3253	3302	3352	3401	3450	3499	3548	3597	2,1
2,2	3411	3506	3553	3601	3648	3695	3743	3791	3838	3886	2,2
2,3	3726	3818	3864	3910	3956	4002	4048	4094	4140	4186	2,3
2,4	4060	4149	4193	4238	4282	4327	4371	4416	4461	4506	2,4
2,5	4415	4501	4544	4587	4630	4673	4716	4759	4802	4845	2,5
2,6	4783	4866	4908	4949	4991	5032	5074	5115	5157	5198	2,6
2,7	5172	5253	5293	5333	5374	5414	5454	5495	5535	5575	2,7
2,8	5575	5653	5692	5731	5770	5809	5848	5887	5926	5975	2,8
2,9	6023	6099	6137	6175	6213	6251	6289	6327	6365	6403	2,9
3,0	6435	6509	6546	6583	6620	6657	6694	6731	6768	6805	3,0

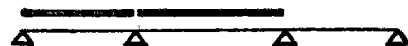
Tabla III. $M_1^b = -p l^2 \cdot C.$



k	VALORES DE C EN DIEZMILÉSIMAS PARA LOS DE α SIGUIENTES:										k
	0,0	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	
0,0	278	278	278	278	278	278	278	278	278	278	0,0
0,1	309	309	309	309	309	309	309	309	309	309	0,1
0,2	323	322	322	322	322	322	321	321	320	320	0,2
0,3	346	345	343	342	341	341	340	338	337	336	0,3
0,4	356	352	350	348	346	344	342	340	338	336	0,4
0,5	360	353	350	346	343	339	336	332	329	325	0,5
0,6	359	347	341	335	329	328	317	311	305	299	0,6
0,7	353	335	326	317	308	299	290	281	272	263	0,7
0,8	344	320	308	296	284	272	260	248	236	224	0,8
0,9	330	298	282	266	250	234	218	202	186	170	0,9
1,0	312	270	249	228	207	186	165	144	123	102	1,0
1,1	291	239	213	187	161	135	109	83	57	31	1,1
1,2	266	202	170	138	106	74	42	10	— 22	— 54	1,2
1,3	237	160	122	83	45	6	— 32	— 71	— 109	— 148	1,3
1,4	205	114	69	23	— 22	— 68	— 113	— 159	— 204	— 250	1,4
1,5	169	62	9	— 45	— 98	— 152	— 205	— 259	— 312	— 366	1,5
1,6	130	6	— 56	— 118	— 180	— 242	— 304	— 366	— 428	— 490	1,6
1,7	86	— 56	— 127	— 198	— 269	— 340	— 411	— 482	— 553	— 624	1,7
1,8	39	— 123	— 204	— 285	— 366	— 447	— 528	— 609	— 690	— 771	1,8
1,9	— 10	— 192	— 283	— 374	— 465	— 566	— 647	— 738	— 829	— 920	1,9
2,0	— 65	— 270	— 373	— 475	— 578	— 680	— 783	— 885	— 988	— 1090	2,0
2,1	— 121	— 349	— 463	— 577	— 691	— 805	— 919	— 1033	— 1147	— 1261	2,1
2,2	— 181	— 434	— 560	— 687	— 813	— 940	— 1066	— 1193	— 1319	— 1446	2,2
2,3	— 245	— 525	— 665	— 805	— 945	— 1085	— 1225	— 1365	— 1505	— 1645	2,3
2,4	— 311	— 618	— 771	— 925	— 1078	— 1232	— 1385	— 1539	— 1692	— 1846	2,4
2,5	— 382	— 718	— 886	— 1054	— 1222	— 1390	— 1558	— 1726	— 1894	— 2062	2,5
2,6	— 456	— 822	— 1005	— 1188	— 1371	— 1554	— 1737	— 1920	— 2103	— 2286	2,6
2,7	— 535	— 932	— 1131	— 1330	— 1529	— 1728	— 1927	— 2126	— 2325	— 2524	2,7
2,8	— 615	— 1045	— 1260	— 1475	— 1690	— 1905	— 2120	— 2335	— 2550	— 2765	2,8
2,9	— 705	— 1173	— 1406	— 1639	— 1872	— 2105	— 2338	— 2571	— 2804	— 3137	2,9
3,0	— 787	— 1287	— 1537	— 1787	— 2037	— 2287	— 2537	— 2787	— 3037	— 3287	3,0

Tabla IV. $M_2^b = -p l^2 \cdot C$.

k	VALORES DE C EN DIEZMILÉSIMAS PARA LOS DE α SIGUIENTES:										k
	0,0	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	
0,0	1111	1111	1111	1111	1111	1111	1111	1111	1111	1111	0,0
0,1	953	953	953	953	953	954	954	954	954	954	0,1
0,2	916	919	920	922	923	925	926	928	929	931	0,2
0,3	781	791	796	801	806	811	816	821	826	831	0,3
0,4	721	742	753	764	775	786	797	808	819	830	0,4
0,5	698	734	752	770	793	811	829	847	865	883	0,5
0,6	706	766	796	826	856	886	916	946	976	1006	0,6
0,7	733	821	865	909	953	997	1041	1085	1129	1173	0,7
0,8	780	902	963	1023	1084	1145	1206	1267	1328	1389	0,8
0,9	848	1010	1091	1172	1253	1334	1415	1496	1577	1658	0,9
1,0	937	1145	1249	1353	1457	1561	1665	1769	1873	1977	1,0
1,1	1042	1302	1432	1562	1692	1822	1952	2082	2212	2342	1,1
1,2	1170	1490	1650	1810	1970	2130	2290	2450	2610	2770	1,2
1,3	1313	1698	1890	2083	2275	2468	2660	2853	3045	3238	1,3
1,4	1475	1931	2159	2387	2615	2843	3071	3299	3527	3755	1,4
1,5	1655	2190	2457	2725	2992	3260	3527	3795	4062	4330	1,5
1,6	1852	2472	2782	3092	3402	3712	4022	4332	4642	4952	1,6
1,7	2069	2782	3138	3494	3850	4206	4562	4918	5274	5630	1,7
1,8	2302	3112	3517	3922	4327	4732	5137	5542	5947	6352	1,8
1,9	2550	3463	3918	4374	4829	5285	5740	6196	6651	7107	1,9
2,0	2822	3848	4361	4874	5387	5900	6413	6926	7439	7952	2,0
2,1	3105	4247	4818	5389	5960	6531	7102	7673	8244	8815	2,1
2,2	3411	4680	5314	5949	6583	7218	7852	8487	9121	9756	2,2
2,3	3726	5124	5823	6522	7221	7920	8619	9318	10017	10716	2,3
2,4	4060	5595	6362	7130	7897	8665	9432	10200	10967	11735	2,4
2,5	4415	6095	6935	7775	8615	9455	10295	11135	11975	12815	2,5
2,6	4783	6613	7528	8443	9358	10273	11188	12103	13028	13943	2,6
2,7	5172	7162	8156	9150	10144	11138	12132	13126	14120	15114	2,7
2,8	5575	7727	8803	9879	10955	12031	13107	14183	15259	16335	2,8
2,9	6023	8355	9521	10687	11853	13019	14185	15351	16517	17683	2,9
3,0	6435	8935	10185	11435	12685	13935	15185	16435	17685	18935	3,0

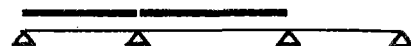
Tabla V. $M_1^c = -p l^2 \cdot C$.

k	VALORES DE C EN DIEZMILÉSIMAS PARA LOS DE α SIGUIENTES:										k
	0,0	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	
0,0	278	389	444	500	555	611	666	722	777	833	0,0
0,1	309	429	489	549	609	669	729	789	849	909	0,1
0,2	323	449	512	575	638	701	764	827	890	953	0,2
0,3	346	476	541	606	671	736	801	866	931	996	0,3
0,4	356	482	548	614	680	740	812	878	944	1010	0,4
0,5	360	494	561	628	695	762	829	896	963	1030	0,5
0,6	359	491	557	623	689	755	821	887	953	1019	0,6
0,7	353	483	548	613	678	743	808	873	938	1003	0,7
0,8	344	470	533	596	659	722	785	848	911	974	0,8
0,9	330	450	510	570	630	690	750	810	870	930	0,9
1,0	312	425	481	538	594	651	707	764	820	877	1,0
1,1	291	395	447	499	551	603	655	707	759	811	1,1
1,2	266	360	407	454	501	548	595	642	689	736	1,2
1,3	237	320	361	403	444	486	527	569	610	652	1,3
1,4	205	275	310	345	380	415	450	485	520	555	1,4
1,5	169	225	253	281	309	337	365	393	421	469	1,5
1,6	130	172	193	214	235	256	277	298	319	340	1,6
1,7	86	109	120	132	143	154	165	177	188	200	1,7
1,8	39	44	46	48	50	52	54	56	58	60	1,8
1,9	— 10	— 25	— 32	— 40	— 47	— 55	— 62	— 70	— 77	— 85	1,9
2,0	— 65	— 101	— 119	— 137	— 155	— 173	— 191	— 209	— 227	— 245	2,0
2,1	— 121	— 180	— 209	— 239	— 268	— 298	— 327	— 357	— 386	— 416	2,1
2,2	— 181	— 264	— 305	— 347	— 388	— 430	— 471	— 513	— 554	— 596	2,2
2,3	— 245	— 353	— 407	— 461	— 515	— 569	— 623	— 677	— 731	— 785	2,3
2,4	— 311	— 446	— 513	— 581	— 648	— 716	— 783	— 851	— 918	— 986	2,4
2,5	— 382	— 545	— 626	— 708	— 789	— 871	— 952	— 1034	— 1115	— 1197	2,5
2,6	— 456	— 648	— 744	— 840	— 936	— 1032	— 1128	— 1224	— 1320	— 1416	2,6
2,7	— 535	— 759	— 871	— 983	— 1095	— 1207	— 1319	— 1431	— 1543	— 1655	2,7
2,8	— 615	— 871	— 999	— 1127	— 1255	— 1383	— 1511	— 1639	— 1767	— 1895	2,8
2,9	— 705	— 996	— 1143	— 1290	— 1437	— 1583	— 1730	— 1876	— 2023	— 2169	2,9
3,0	— 787	— 1111	— 1273	— 1435	— 1597	— 1759	— 1921	— 2083	— 2245	— 2407	3,0

Tabla VI. $M_2^c = -p l \cdot C$ 

k	VALORES DE C EN DIEZMILÉSIMAS PARA LOS DE α SIGUIENTES:										k
	0,0	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	
0,0	1111	1555	1777	2000	2222	2444	2666	2888	3110	3333	0,0
0,1	953	1355	1556	1757	1958	2159	2360	2561	2762	2963	0,1
0,2	916	1286	1471	1656	1841	2026	2211	2396	2581	2766	0,2
0,3	781	1129	1303	1477	1651	1825	2000	2174	2348	2522	0,3
0,4	721	1057	1225	1393	1561	1729	1897	2065	2233	2401	0,4
0,5	698	1030	1196	1362	1528	1694	1860	2026	2192	2358	0,5
0,6	706	1044	1213	1382	1551	1720	1889	2058	2127	2396	0,6
0,7	733	1083	1258	1433	1608	1783	1958	2133	2308	2483	0,7
0,8	780	1150	1335	1520	1705	1890	2075	2260	2445	2630	0,8
0,9	848	1246	1445	1644	1843	2043	2242	2441	2640	2839	0,9
1,0	937	1371	1588	1805	2022	2239	2456	2673	2890	3107	1,0
1,1	1042	1518	1756	1994	2232	2470	2708	2946	3184	3422	1,1
1,2	1170	1698	1962	2226	2490	2754	3018	3282	3546	3810	1,2
1,3	1313	1897	2189	2481	2773	3065	3357	3649	3941	4233	1,3
1,4	1475	2123	2447	2771	3095	3419	3743	4067	4391	4715	1,4
1,5	1655	2375	2735	3095	3455	3815	4175	4535	4895	5255	1,5
1,6	1852	2650	3049	3448	3847	4246	4645	5044	5443	5842	1,6
1,7	2069	2953	3395	3837	4279	4721	5163	5605	6047	6489	1,7
1,8	2302	3278	3766	4254	4742	5230	5718	6206	6694	7182	1,8
1,9	2550	3624	4161	4698	5235	5772	6309	6846	7383	7920	1,9
2,0	2822	4005	4596	5188	5779	6371	6962	7554	8145	8737	2,0
2,1	3105	4398	5045	5693	6340	6988	7635	8283	8930	9578	2,1
2,2	3411	4825	5532	6239	6946	7653	8360	9067	9774	10481	2,2
2,3	3726	5268	6039	6810	7581	8352	9123	9894	10665	11436	2,3
2,4	4060	5734	6571	7408	8245	9082	9919	10756	11593	12430	2,4
2,5	4415	6231	7139	8047	8955	9863	10771	11679	12587	13495	2,5
2,6	4783	6745	7726	8707	9688	10669	11650	12631	13612	14593	2,6
2,7	5172	7290	8349	9408	10459	11518	12577	13636	14695	15754	2,7
2,8	5575	7853	8992	10131	11270	12409	13548	14687	15826	16965	2,8
2,9	6023	8479	9707	10935	12163	13391	14619	15847	17085	18313	2,9
3,0	6435	9055	10365	11675	12985	14295	15605	16915	18225	19535	3,0

Tabla VII. $M_3^c = -p l^2 . C$.



k	VALORES DE C EN DIEZMILÉSIMAS PARA LOS DE α SIGUIENTES:										k
	0,0	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	
0,0	1111	1111	1111	1111	1111	1111	1111	1111	1111	1111	0,0
0,1	953	933	923	913	903	893	883	873	863	853	0,1
0,2	916	886	871	856	841	826	811	796	781	766	0,2
0,3	781	750	735	719	704	688	673	657	642	626	0,3
0,4	721	694	681	667	654	640	627	613	600	586	0,4
0,5	698	682	674	666	658	650	642	634	626	618	0,5
0,6	706	710	712	714	716	718	720	722	724	726	0,6
0,7	733	764	779	795	810	826	841	857	872	888	0,7
0,8	780	843	874	906	937	969	1000	1032	1063	1095	0,8
0,9	848	899	924	950	975	1001	1026	1051	1076	1102	0,9
1,0	937	1086	1160	1235	1309	1384	1458	1533	1607	1682	1,0
1,1	1042	1242	1342	1442	1542	1642	1742	1842	1942	2042	1,1
1,2	1170	1431	1561	1692	1822	1953	2083	2214	2344	2475	1,2
1,3	1313	1639	1802	1965	2128	2291	2454	2617	2780	2943	1,3
1,4	1475	1873	2072	2271	2470	2669	2868	3067	3266	3465	1,4
1,5	1655	2131	2369	2607	2845	3083	3321	3559	3797	4035	1,5
1,6	1852	2415	2696	2978	3259	3541	3822	4104	4385	4667	1,6
1,7	2069	2724	3051	3379	3706	4034	4361	4689	5016	5344	1,7
1,8	2302	3056	3433	3810	4187	4564	4941	5318	5695	6072	1,8
1,9	2550	3408	3837	4266	4695	5124	5553	5982	6411	6840	1,9
2,0	2822	3794	4280	4766	5252	5738	6224	6710	7196	7682	2,0
2,1	3105	4195	4740	5285	5830	6375	6920	7465	8010	8555	2,1
2,2	3411	4652	5272	5891	6511	7132	7752	8373	8993	9614	2,2
2,3	3726	5072	5745	6418	7091	7764	8437	9110	9783	10456	2,3
2,4	4060	5544	6286	7028	7770	8512	9254	9996	10738	11480	2,4
2,5	4415	6045	6860	7675	8490	9305	10120	10935	11750	12565	2,5
2,6	4783	6564	7454	8345	9235	10126	11016	11907	12797	13688	2,6
2,7	5172	7112	8082	9052	10022	10992	11962	12932	13902	14872	2,7
2,8	5575	7679	8731	9783	10835	11887	12939	13991	14043	15095	2,8
2,9	6023	8309	9452	10595	11738	12881	14024	15167	16310	17453	2,9
3,0	6435	8889	10116	11343	12570	13797	15024	16251	17478	18705	3,0

Tabla VIII. $M_4^c = - p l^2 C.$



k	VALORES DE C EN DIEZMILÉSIMAS PARA LOS DE α SIGUIENTES:										k
	0,0	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	
0,0	278	278	278	278	278	278	278	278	278	278	0,0
0,1	309	313	315	317	319	321	323	325	327	329	0,1
0,2	323	329	332	335	338	341	344	347	350	353	0,2
0,3	346	352	355	358	361	364	367	370	373	376	0,3
0,4	356	361	364	366	369	371	374	376	379	381	0,4
0,5	360	363	364	366	367	369	370	372	373	375	0,5
0,6	359	358	358	357	357	356	356	355	355	354	0,6
0,7	353	347	344	341	338	335	332	329	326	323	0,7
0,8	344	332	326	320	314	308	302	296	290	284	0,8
0,9	330	310	300	290	280	270	260	250	240	230	0,9
1,0	312	282	267	252	237	222	207	192	177	162	1,0
1,1	291	251	231	211	191	171	151	131	111	91	1,1
1,2	266	214	188	162	136	110	84	58	32	6	1,2
1,3	237	172	140	107	75	42	10	— 23	— 55	— 88	1,3
1,4	205	125	85	45	5	— 35	— 75	— 115	— 155	— 195	1,4
1,5	169	73	25	— 23	— 71	— 119	— 167	— 215	— 263	— 311	1,5
1,6	130	18	— 38	— 94	— 150	— 206	— 262	— 318	— 374	— 430	1,6
1,7	86	— 45	— 110	— 176	— 241	— 307	— 372	— 438	— 503	— 569	1,7
1,8	39	— 112	— 187	— 263	— 338	— 414	— 489	— 565	— 640	— 716	1,8
1,9	— 10	— 182	— 268	— 354	— 440	— 526	— 612	— 698	— 784	— 870	1,9
2,0	— 65	— 259	— 356	— 453	— 550	— 647	— 744	— 841	— 938	— 1035	2,0
2,1	— 121	— 339	— 448	— 557	— 666	— 775	— 884	— 993	— 1102	— 1211	2,1
2,2	— 181	— 424	— 545	— 667	— 788	— 910	— 1031	— 1153	— 1274	— 1396	2,2
2,3	— 245	— 515	— 650	— 785	— 920	— 1055	— 1190	— 1325	— 1460	— 1595	2,3
2,4	— 311	— 608	— 756	— 905	— 1053	— 1202	— 1350	— 1499	— 1648	— 1796	2,4
2,5	— 382	— 708	— 871	— 1034	— 1197	— 1360	— 1523	— 1686	— 1849	— 2012	2,5
2,6	— 456	— 812	— 990	— 1168	— 1346	— 1524	— 1702	— 1880	— 2058	— 2236	2,6
2,7	— 535	— 923	— 1117	— 1311	— 1505	— 1699	— 1893	— 2087	— 2281	— 2495	2,7
2,8	— 615	— 1036	— 1246	— 1457	— 1667	— 1878	— 2088	— 2299	— 2509	— 2720	2,8
2,9	— 705	— 1162	— 1390	— 1619	— 1847	— 2076	— 2304	— 2533	— 2761	— 2990	2,9
3,0	— 787	— 1277	— 1522	— 1767	— 2012	— 2255	— 2500	— 2745	— 2990	— 3235	3,0