LA ESTABILIDAD INICIAL EN LAS CHIMENEAS DE EQUILIBRIO

Por ALFREDO SÉMELAS, Ingeniero de Caminos.

Se hace a continuación una exposición analítica del importante problema hidráulico que se enuncia en el título del presente artículo, y el autor se muestra partidario de los ensayos en modelo reducido para llegar a la solución más adecuada en cada caso.

Después del artículo publicado en la REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS del mes de agosto, por los señores D. Angel del Campo y D. Miguel Hacar, quiero llamar la atención de los proyectistas de chimeneas de equilibrio, sobre un problema de capital importancia, y que generalmente no se estudia con el detenimiento que requiere. Es éste el de la llamada "estabilidad inicial", nombre usado por el turbinista Thöma, cuyos trabajos sobre esta materia se han hecho clásicos.

En general, en el proyecto de una chimenea de equilibrio, se limita el estudio al movimiento del agua en ella únicamente entre el momento de apertura o cirre del regulador y el momento en que se alcanza el primer desnivel máximo; con arreglo a este dato, que se supone calculado en la hipótesis más desfavorable (máximo caudal, máxima separación entre caudal final y caudal inicial, mínimo tiempo de maniobra, nivel inicial máximo o mínimo, según se trate de cierre o apertura, etc., etc.), se procede a dimensionar las cámaras necesarias, la altura de la chimenea, etc., con lo cual se supone *a priori* y de un modo implícito:

1.º Que el primer máximo así estudiado es el *máximo maximorum*. O sea, que el movimiento así establecido es un movimiento amortiguado.

2.º Que la influencia de los desniveles en la chimenea sobre el regulador de la turbina es despreciable siempre.

Ahora bien: ¿Es siempre lícito, en cualquier caso que sea, implicar estas dos hipótesis en nuestro cálculo?

Vamos a examinar dos casos bien distintos:

1. Caso de regulación a mano.

En este caso se cumplen plenamente las dos hipótesis anteriores. En efecto, el obturador, una vez hecho el cambio de caudal pertinente, queda en una posición fija, cualquiera que sean los cambios de estado a su entrada, y se concibe fácilmente que las pérdidas por rozamiento en el sistema galería-chimenea acaban por absorber la energía inicialmente establecida por la variación de régimen.

2. Caso de regulación automática.

Los reguladores automáticos, generalmente admitidos hoy día en toda instalación hidroeléctrica, están basados en el principio de la constancia de la velocidad de rotación del grupo. Según esto, vamos a analizar el curso que puede tomar el movimiento del agua en la chimenea, y para mayor claridad, vamos a suponer que la variación de potencia es una descarga hasta una nueva potencia de régimen, que supondremos constante.

Al ocurrir la descarga, el grupo en el cual el momento resistente ha disminuído respecto al momento motor, tiende a embalarse poniendo entonces en juego al regulador que cierra el obturador, disminuyendo el caudal admitido en la turbina hasta el valor necesario para que, con la altura de salto existente, la potencia sea la nueva que pide la red. Pero esta disminución de caudal ha acarreado una sobreelevación del nivel piezométrico en la chimenea correspondiente al nuevo régimen, con lo cual la altura de salto ya no es la de equilibrio H, sino $H - z$ (tomando las z positivas hacia abajo). Si el regulador quedase calado al final de su primera maniobra, no cabe duda que, como en el primer caso, se tendería hacia un estado de equilibrio.

Pero ya vemos que aquí, para una carga final constante en la red, los caudales admitidos por el regulador han de ser inversamente proporcionales a las magnitudes de las alturas de salto determinadas por la chimenea de equilibrio.

Dicho de otro modo, si el regulador se ve obligado a disminuir el caudal de admisión por una descarga parcial brusca y precisa en la red, se producirá en la chimenea, como consecuencia del cierre del regulador, un incremento de altura $-z$, con lo cual pasará a ser la altura de salto $H - z$. Este incremento $-z$, incrementará el caudal, incrementará la carga del grupo, incrementará sus revoluciones, puesto que la red ha precisado ya sus necesidades finales y obligará, por lo tanto, a un nuevo cierre del regulador, que, al disminuir el caudal, provocará un segundo incremento en la altura de agua de la chimenea $-z'$. Este segundo incremento producirá, lo mismo que el primero, un nuevo cierre del regulador, y así sucesivamente. Se comprende entonces que los desniveles en la chimenea no dejan de tener su influencia en la regulación automática de las turbinas, cuyo regulador tenderá siempre a establecer un caudal inversamente proporcional a la magnitud $H - z$.

Podremos, pues, decir que se cumplen las dos hipótesis planteadas al principio de este estudio, siempre y cuando el desnivel z sea insignificante respecto a la altura de salto H. O sea, en un salto de gran altura y con una sección de chimenea suficientemente amplia para que el valor de z sea siempre despreciable respecto a H.

Pero no podremos decir lo mismo en un salto de altura pequeña, en el cual la chimenea tenga una sección reducida.

¿Cuáles son, pues, las dimensiones de la chimenea en relación con los demás datos del problema necesarias para el cumplimiento de las dos hipótesis anteriores? Éste es el problema que vamos a resolver en el siguiente estudio.

* * *

Los movimientos a que puede dar lugar un cambio de régimen en el sistema galería de presión-chimenea de equilibrio, pueden ser:

1. Periódicos:
   a) Amortiguado.
   b) Entretenido.
   c) Amplificado.
2. Aperiódicos:
   a) Amortiguado.
   b) Amplificado.

De estos movimientos, sólo los 1 *a*) y 2 *a*) son admisibles desde el punto de vista de la explotación, como fácilmente se comprende, debiéndose descartar de modo absoluto los demás tipos. Vemos, por lo tanto, que un estudio cualitativo del fenómeno es suficiente.

Por otra parte, el movimiento ha de amortiguarse siempre, y esto a partir de cualquier desnivel inicial, sea éste el que sea. Podremos, pues, hacer la hipótesis de que el desnivel inicial sea tan pequeño como queramos; si el movimiento así establecido se amortigua, *a fortiori*, podremos deducir que se amortiguará también a partir de cualquier otro desnivel inicial mayor.

Refiriéndonos a la figura 1.ª, la ecuación general del movimiento del líquido en el sistema galería de presión-chimenea de equilibrio es:

$$\frac{L}{g} \cdot \frac{dU}{dt} \pm \frac{H' - z}{g} \cdot \frac{dV}{dt} = z \pm K\,U^2 \pm K'\,V^2 \text{ (1)}.$$

En donde:

L = longitud de la galería de presión.
U = velocidad en la galería de presión positiva cuando el movimiento es del embalse hacia la chimenea.
H' = altura sobre el fondo de la chimenea del nivel del agua en el embalse.
V = velocidad del agua en la chimenea.
z = desniveles en la chimenea, contados positivamente hacia abajo y a partir del nivel estático.
$K\,U^2$ = pérdida de carga en la galería que siempre se opone al movimiento y que lleva, por lo tanto, el signo + cuando es negativa la velocidad, y el —, si ésta es positiva.
$K'\,V^2$ = pérdida de carga en la chimenea con la misma hipótesis que la anterior en cuanto a su signo.

(1) REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS de agosto de 1945, página 353.

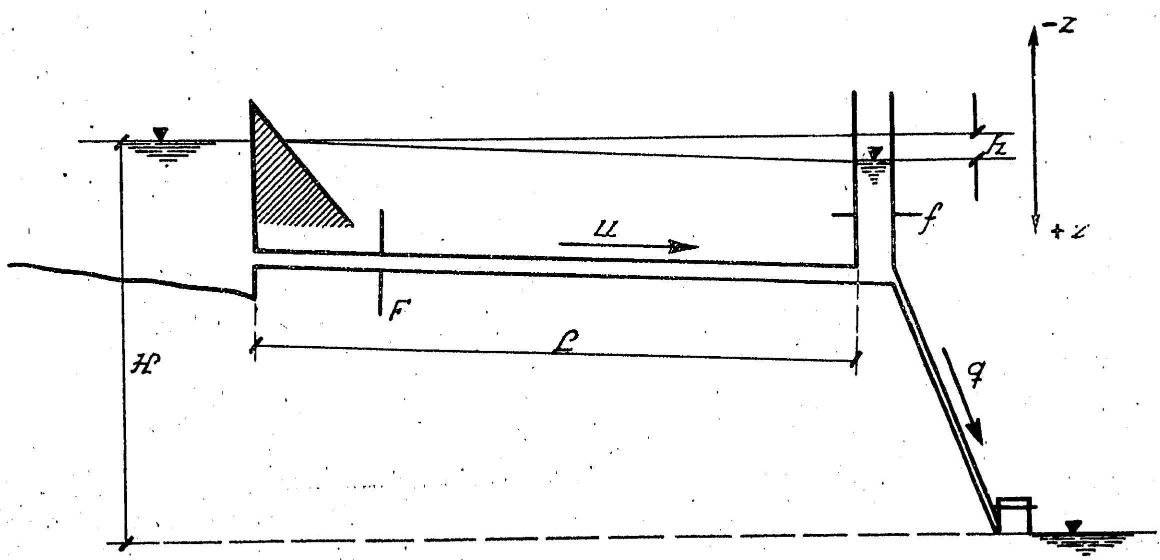

Figura 1.ª

Para deducir el valor de las constantes K y K', se puede utilizar la fórmula de Strickler:

$$K = \frac{L}{M^2 R^{4/3}} \quad \text{y} \quad K' = \frac{H-z}{M'^2 R'^{4/3}} .$$

En donde:

M = coeficiente de rugosidad de Strickler, que para hormigón puede variar de 70 a 90.

R y R' = los radios hidráulicos de la galería y chimenea, respectivamente.

Si admitimos que la longitud de la galería a presión es muy grande respecto a la altura de la chimenea de equilibrio, podemos despreciar el sumando $\frac{H'-z}{g} \frac{dV}{dt}$ frente al $\frac{L}{g} \frac{dU}{dt}$ y el $K' V^2$ frente al $K U^2$.

Suponiendo también que las oscilaciones z sean muy pequeñas, con lo cual la velocidad U en la galería será siempre positiva, tendremos la ecuación:

$$\frac{L}{g} \cdot \frac{dU}{dt} = z - K U^2 .$$

Si llamamos ahora:

F = sección de la galería a presión.

f = sección de la chimenea.

q = el caudal variable absorbido en cada instante por las turbinas.

La ecuación de continuidad se escribirá:

$$f \frac{dz}{dt} = q - U F .$$

En donde q es una función de z. Supongamos el paso de una potencia N_0 a otra muy próxima. N_1 (para que la perturbación sea lo más pequeña posible y los desniveles iniciales muy pequeños). Una vez el nuevo régimen establecido, tendremos:

$$N_1 = \rho \cdot Q_1 \cdot (H - h) .$$

H = la altura del nivel estático.

h = la pérdida de carga correspondiente al régimen establecido.

Q_1 = el nuevo caudal pedido por las turbinas para tener, con la altura neta de salto $H-h$, la potencia N_1 que pide la red.

ρ = el producto de los rendimientos de las turbinas y de la conducción.

En el paso de la potencia N_0 a la N_1 hay una perturbación en el régimen de caudales que acarrea una variación en los niveles piezométricos de la chimenea. Durante estas variaciones, que son muy lentas, ya que el período de oscilación del sistema galería-chimenea es muy grande, el caudal variable, q, ha de ser tal que a cada altura de salto neta $(H-z)$ le corresponda la potencia constante N_1, ya que el regulador es a potencia constante, y se tendrá, por lo tanto, que:

$$N_1 = \rho' \cdot q \cdot (H - z).$$

Admitiendo que $\rho' = \rho$, por ser las variaciones de pequeña amplitud, e igualando las dos expresiones de N_1, se tiene:

$$q = \frac{H-h}{H-z} \cdot Q_1 .$$

Así tenemos ya el sistema:

$$\mathrm{I} \left\{ \begin{aligned} & \frac{L}{g} \cdot \frac{dU}{dt} = z - K U^2 \\ & f \frac{dz}{dt} = \frac{H-h}{H-z}\, Q_1 - U F . \end{aligned} \right.$$

Para el cálculo analítico que sigue, vamos a efectuar un cambio de variables. Los desniveles z, en lugar de tomarlos a partir del nivel estático H, los tomaremos a partir del nivel dinámico $H-h$, correspondiente a la potencia N_1, lo cual supone un cambio de z en $z+h$.

Por otro lado, para la deducción del sistema I se ha hecho la hipótesis de que la galería tiene una lon-

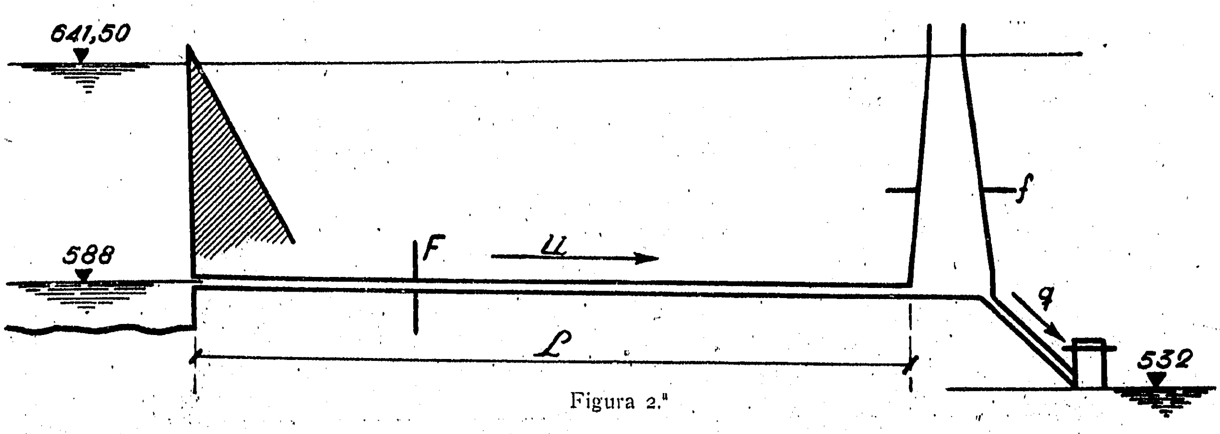

Figura 2.ª

gitud muy grande en comparación con la altura de la chimenea.

Admitiremos, además, que los desniveles z son muy pequeños, por ser la perturbación de caudales muy pequeña, lo cual supone también que la velocidad en la chimenea, o sea $\frac{dz}{dt}$, es insignificante, como se desprende de la segunda ecuación del sistema I. Con esto se puede escribir:

$$q = \frac{H - h}{H - z - h} Q_1 = \frac{H_1 \cdot Q_1}{H_1 - z} =$$

$$= H_1 Q_1 \cdot \frac{H_1 + z}{H^2_1} = Q_1 + \frac{Q_1}{H_1} z ,$$

y el sistema I se convierte en:

$$\text{II} \left\{ \begin{aligned} & \frac{L}{g} \cdot \frac{dU}{dt} = z - K U^2 + h \\ & f \frac{dz}{dt} = Q_1 + \frac{Q_1}{H_1} z - U F . \end{aligned} \right.$$

Vamos ahora a eliminar la variable z, y ver, de la ecuación diferencial que resulte, la clase de movimiento que puede establecerse en el sistema galería-chimenea.

De la segunda ecuación del sistema II sacamos:

$$U^2 = \frac{1}{F^2} \left[Q^2_1 + 2 \frac{Q^2_1}{H_1} z - 2 f \cdot Q_1 \frac{dz}{dt} \right]; \quad \frac{dU}{dt} =$$

$$= \frac{1}{F} \left[\frac{Q_1}{H_1} \cdot \frac{dz}{rt} - f \frac{d^2 z}{dt^2} \right].$$

Reemplazando valores en la primera ecuación, se tiene:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} - 2 \left[\frac{Q_1}{2 f H_1} - \frac{g K Q_1}{L F} \right] \frac{dz}{dt} +$$

$$+ \left[\frac{g F}{L f} - 2 \frac{g K}{L f F} \frac{Q^2_1}{H_1} \right] z + \qquad [A]$$

$$+ \frac{g F}{L f} h - \frac{K g}{L f F} Q^2_1 = 0;$$

que puede escribirse:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} - 2 a \frac{dz}{dt} + b z + c = 0$$

Pero es fácil ver que $c = 0$; en efecto:

$$\frac{g F}{L f} h - \frac{K g}{L f F} \cdot Q^2_1 = \frac{g F}{L f} \left[h - K \frac{Q^2_1}{F^2} \right] =$$

$$= \frac{g F}{L f} [h - K U^2_1] = 0;$$

y nos queda entonces:

$$\boxed{\frac{d^2 z}{dt^2} - 2 a \frac{dz}{dt} + b z = 0}$$

La integral general es de la forma:

$$Z = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t} .$$

En donde r_1 y r_2 son raíces de la ecuación:

$$r^2 - 2 a r + b = 0 .$$

Ya sabemos entonces que cuando $b > 0$ si:

1) $a \geqq + \sqrt{b}$, el movimiento es aperiódico amplificado.
2) $+ \sqrt{b} > a > 0$, el movimiento es periódico amplificado.
3) $a = 0$, el movimiento es periódico entretenido.
4) $0 > a > - \sqrt{b}$, el movimiento es periódico amortiguado.
5) $- \sqrt{b} \geqq a$, el movimiento es aperiódico amortiguado.

Hemos de señalar que en la práctica la condición $b > 0$ se cumple casi siempre, ya que:

$$b > 0 \text{ equivale a } \frac{g F}{L f} > \frac{2 Q^2_1 g K}{L f F H_1}, \text{ o sea, } F > 2 \frac{Q^2_1}{F} K \cdot \frac{1}{H_1}.$$

Y teniendo en cuenta que $\frac{Q_1}{F} = U_1$ y que $k U^2_1 = h$ pérdida de carga, tenemos que:

$$b > 0 \text{ equivale a } \frac{1}{2} H_1 > h:$$

Y la mitad del salto neto suele ser casi siempre mayor que la pérdida de carga h.

Si el salto fuese tan bajo que resultase ser $b < 0$, la regulación sería imposible, pues el movimiento sería aperiódico amplificado, ya que una de las dos raíces, r_1 ó r_2, sería real y positiva, y al tender t a infinito, uno de los términos $C e^{rt}$ tendería también a infinito.

La cuarta condición nos da, volviendo a la ecuación [A]:

$$a \leqq 0; \quad \frac{1}{2fH_1} \leqq \frac{gK}{Lf},$$

o sea:

$$f \geqq \frac{LF}{2gKH_1},$$

fórmula conocida de Thöma.

Si usamos la quinta condición y llamando:

$$f_c = \frac{LF}{2gKH_1},$$

se tiene:

$$a \leqq -\sqrt{b}; \left[\frac{Q_1}{2H_1} \frac{1}{f} - \frac{1}{f_c}\right] \leqq$$

$$\leqq -\sqrt{\frac{1}{f}} \cdot \sqrt{\frac{gF}{L} - \frac{2Q_1^2 gK}{LFH_1}}.$$

Y como suponemos que el término b es positivo, se deduce que el segundo miembro es real y negativo, y que, por lo tanto, f ha de ser mayor que f_c.

Como para la explotación nos basta que el movimiento sea amortiguado, aunque antes sea periódico o no, podemos contentarnos con cumplir la condición:

$$f = \eta \frac{LF}{2gKH_1}; \qquad [B]$$

en donde η es un coeficiente de seguridad que puede oscilar entre 1,2 y 1,4.

En este estudio no se han tenido en cuenta el efecto frenante debido a la inercia de las masas en rotación y al dispositivo de freno de aceite del regulador, así como la variación de rendimientos de las máquinas y de la conducción al variar la altura de salto, efectos todos que si bien favorecen la estabilidad y permiten valores más pequeños en la fórmula [B], tiene una acción insignificante, como lo ha demostrado Thöma en un cálculo matemático aproximado.

Si, además, en la fórmula [B] reemplazamos k por su valor

$$\frac{L}{M^2 R^{4/3}}:$$

$$\boxed{F = \frac{\eta M^2 \cdot R^{4/3} \cdot F}{2gH_1}}$$

y podemos llegar, con Calame y Gaden, a la conclusión terminante de que:

"... ni la forma de construcción del regulador, ni el perfeccionamiento de sus diversos dispositivos, pueden por sí solos lograr un amortiguamiento eficaz en los movimientos de oscilación en masa del sistema galería-chimenea de equilibrio. Amortiguamiento eficaz, que sólo corresponde a las dimensiones y a las obras del sistema galería-chimenea de equilibrio."

Después de esta conclusión, cabría la esperanza en aquellos aprovechamientos hidroeléctricos que proceden de un embalse regulador, cuya variación de niveles obliga a la construcción de una chimenea de equilibrio de grandes dimensiones verticales y que, por otro lado, tiene gran caudal, sin llegar a tener una gran altura de salto, de reducir la sección de la chimenea adoptando en ella dispositivos especiales, tales como estrechamiento en la base, cámara diferencial, cámaras múltiples, etc., etc.

En el caso de una chimenea con cámaras, una superior y otra inferior, por ejemplo, para limitar las máximas oscilaciones, fácilmente se comprende que respecto a las pequeñas oscilaciones, es decir, respecto a la estabilidad inicial, el problema no queda resuelto de no cumplir la sección del elevador la condición de Thöma, ya que de otro modo, aun suponiendo que la sección de las cámaras fuera suficiente para que en ellas muriera la oscilación, un desnivel inicial pequeño daría lugar a una oscilación constante entre el nivel del embalse y la cámara más próxima a él, resultado éste que, además de acarrear un desgaste constante de los órganos reguladores, es absolutamente inadmisible bajo el punto de vista de la explotación.

Otro tanto sucedería en una chimenea de vertedero, en la cual éste no haría más que limitar la amplitud de la oscilación, sin lograr que ésta desapareciera.

En cuanto a las chimeneas de tipo diferencial, o con estrangulamiento, cuyo frenado del movimiento del agua se basa en la pérdida de carga adicional provocada por el estrechamiento o por los orificios diferenciales (tipo tubo de Borda), casi nada se consigue tampoco, pues al ser las oscilaciones pequeñas, y sobre todo no muy rápidas, la velocidad del agua en la chimenea es tan pequeña que esta pérdida de carga adicional se hace insignificante y no actúa de freno con la energía suficiente. Es posible que al llegar a una cierta amplitud, el efecto frenante sea suficientemente enérgico para que no pueda crecer más. No deja por esto de quedar establecido un movimiento entretenido, siempre inadmisible.

Por consiguiente, la sección de la chimenea con estrangulamiento, como la sección de la cámara exterior en la chimenea de tipo diferencial, no pueden dejar de cumplir la fórmula de Thöma.

* * *

Veamos ahora un ejemplo práctico que se ha presentado en el estudio del aprovechamiento hidroeléctrico del Pantano del Tranco de Beas, realizado en la Sección de Estudios y Obras de la Compañía Anónima Mengemor.

Es un embalse regulador de cabecera, cuyos niveles de agua pueden oscilar entre las cotas 641,50 y 588. La cota en el desagüe es la 532. Los demás datos son:

$L = 3\,305$ m.; $F = 14{,}20$ m.^{2}; $U_0 = 2{,}25$ m./s.; $Q_0 = 32$ m.^{3}/s.

La fórmula de Thöma estricta, da una sección:

$$f_c = \frac{F \cdot M^2 R^{4/3}}{2\,g\,H_1};$$

Siendo H_1 la altura neta de salto y adoptando para M un valor desfavorable probable, $M = 90$, tenemos que para el nivel del embalse:

en la cota 588,00: $f_c = 116{,}00$ m.^{2}, o sea 12,20 m. Φ
en la cota 641,50: $f_c = 58{,}50$ m.^{2}, o sea 8,65 m. Φ

Si además aplicamos el coeficiente 1,4 para que las oscilaciones no sean entretenidas, sino amortiguadas, tenemos:

en la cota 588,00: $f_c = 162{,}50$ m.^{2}, o sea 14,40 m. Φ
en la cota 641,50: $f_c = 82{,}00$ m.^{2}, o sea 10,20 m. Φ

Y buscando la máxima economía, se puede formar una chimenea que tenga entre las cotas 588,00 y 641,50 la forma troncocónica con diámetros 14,40 y 10,20 m., respectivamente, en las bases inferior y superior (fig. 2.ª).

Por encima y por debajo de estas cotas se pueden establecer cámaras de dimensiones adecuadas para absorber las oscilaciones máximas posibles y evitar así un alargamiento en la altura, ya de por sí excesiva, de la chimenea.

El establecimiento de estas cámaras vendrá ya subordinado, sobre todo, al detalle topográfico del terreno, pudiendo servir la cámara inferior como galería de ataque durante la construcción y la cámara de arriba ser amplia y de poca altura, o establecer en su lugar un vertedero con canalillo de descarga adecuado.

Vemos en este ejemplo las condiciones durísimas que impone la "estabilidad inicial", que, de no existir, hubiera hecho posible la solución de chimenea con cámara superior e inferior (de dimensiones no muy superiores a las que de todos modos han de ponerse) y con un elevador de 63,50 m. de alto y 4,25 m. de diámetro, lo que supondría una economía extraordinaria.

Para terminar esta somera exposición analítica de la estabilidad inicial, queremos señalar que, en general, aunque el problema que acabamos de estudiar no se aborde de lleno, siempre se tiene en cuenta de un modo implícito, al limitar las oscilaciones en la chimenea a un tanto por ciento determinado del salto total, tanto por ciento éste casi siempre fijado por las casas constructoras de turbinas, para que la regulación de éstas sea posible, con lo cual se alcanza siempre un resultado similar al que se deduciría de la aplicación de la fórmula de Thöma.

Sin embargo y para la mayor seguridad de concepción en el Ingeniero proyectista, creemos que no está de más un estudio profundo del fenómeno, tal y como se presenta en la realidad, estudio que, acompañado de los ensayos en modelo reducido que cada día se hacen más imprescindibles en estos problemas, ha de guiarle sin duda con pleno conocimiento de causa a la solución más adecuada:

Bibliografía.

FORCHHEIMER: *Tratado de Hidráulica.*
SCHOKLITSCH: *Arquitectura hidráulica.*
GÓMEZ NAVARRO: *Saltos de agua.*
CALAME y GADEN: *Théorie des chambres d'équilibre.*
THÖMA: *Zur Theorie des Wasserschlosses bei selbsttätig geregelten Turrbinenanlagen.*