LA ESTABILIDAD INICIAL EN LAS CHIMENEAS DE EQUILIBRIO

Por ALFREDO SÉMELAS, Ingeniero de Caminos.

Continúa el autor su interesante estudio sobre este tema, iniciado en el número anterior, y hace un detenido análisis de la fórmula de Thöma. En el número próximo publicaremos el tercer artículo, con el que terminará el trabajo.

II

En nuestro estudio analítico anterior, de la estabilidad inicial en las chimeneas de equilibrio, nos limitamos al caso de una sola chimenea. En él llegábamos a la conclusión terminante de que era imprescindible, si se quería conseguir una buena regulación durante la explotación, el tener en cuenta la fórmula de Thöma. Fórmula que, como vimos, puede llegar en muchos casos a imponer unas condiciones muy duras en las dimensiones de la obra, cuyas condiciones no pueden ser alteradas en forma alguna por las disposiciones constructivas que puedan adoptarse aguas abajo de la chimenea, y sí únicamente variando aquellas que se sitúan en ella o aguas arriba (galería de presión con sus características de radio hidráulico, coeficiente de rugosidad, estrangulamientos, otras chimeneas, etcétera, etc.).

Podemos decir que nuestro contacto con las casas constructoras de turbinas nos ha afianzado aún más en esta idea, y que hoy día la tendencia general en estos problemas es más bien al exageramiento en las dimensiones de la chimenea, con tal de obtener plena seguridad en la regulación de las turbinas.

Así, en Francia y en Suiza, siempre que el problema de la estabilidad inicial se presenta, no sólo no se escatiman metros de diámetro en la sección de la chimenea, sino que, además, se efectúan estudios muy completos en modelos reducidos, con tal de no dejar por hacer ningún estudio previo, por caros que éstos puedan resultar.

Ya hemos dicho que las únicas posibilidades que existen de alterar las condiciones constructivas impuestas por la fórmula de Thöma, están en la galería de presión. Sin embargo, estas posibilidades son bastante pobres. Recordemos una vez más la fórmula de Thöma:

$$f_c = \frac{M^2 R^{4/3} F}{2 g H_1}.$$

H_1 = altura neta de salto.
F = sección de la galería de presión.
R = radio hidráulico de la galería de presión
M = coeficiente de rugosidad de Strickler.

Las únicas variables que están a nuestra disposición son aquí M, R y F, variables más bien ilusorias, ya que, al ser la sección de la galería circular, R y F dependen, única y exclusivamente, del diámetro D, cuya magnitud viene siempre determinada por un estudio económico con miras a la explotación, y cuyo margen de variabilidad es, por lo tanto, muy restringido. En cuanto al coeficiente M, una vez escogido, por consideraciones ajenas a la estabilidad inicial, el material con el que ha de construirse la galería, también le queda poco margen de variación.

Vemos, pues, por un lado, la importancia que tiene la elección de M y D, así como la determinación práctica de M, en su verdadero valor, por ensayos previos para poder tener una idea de sus consecuencias posibles en el cálculo de la chimenea de equilibrio. Y por otro lado, la dificultad que existe de poder soslayar las condiciones impuestas por la fórmula de Thöma.

Sólo nos queda por ver el efecto que sobre la estabilidad inicial puede tener el aumento del número de chimeneas de equilibrio. El tener varias chimeneas de equilibrio puede ser conveniente siempre y cuando la topografía del terreno sea de tal naturaleza que durante la construcción de la galería de presión no sea posible establecer bocas de ataque intermedias, con acceso por galería horizontal, y sea forzoso, por hallarse muy lejos las laderas del monte, establecer pozos de ataque, que, una vez acabada la excavación del túnel, fácilmente pueden convertirse en chimeneas de equilibrio intermedias. Un estudio analítico general del problema es prácticamente imposible. Aquí únicamente expondremos las bases de cálculo adoptadas y los resultados más generales que hemos alcanzado, sin entrar en el detalle del cálculo, que complicaría inútilmente la exposición de las ideas que vamos a desarrollar.

En el caso más general, y refiriéndonos a la figura 3.ª, las ecuaciones del movimiento son:

$$\frac{L_1}{g}\frac{d U_1}{d t} = z_1 - k_1 U_1^2; \qquad f_1 \frac{d z_1}{d t} = U_2 F_2 - U_1 F_1;$$

$$\frac{L_2}{g}\frac{d U_2}{d t} = z_2 - z_1 - k_2 U_2^2; \qquad f_2 \frac{d z_2}{d t} = U_3 F_3 - U_2 F_2;$$

. . . .

$$\frac{L_{n-1}}{g}\,\frac{d\,U_{n-1}}{d\,t} = z_{n-1} - z_{n-2} - k_{n-1}\,U_{n-1}^{2}; \qquad f_{n-1}\,\frac{d\,z_{n-1}}{d\,t} = U_n\,F_n - U_{n-1}\,F_{n-1};$$

$$\frac{L_n}{g}\cdot\frac{d\,U_n}{d\,t} = z_n - z_{n-1} - k_n\,U_n^{2}; \qquad f_n\,\frac{d\,z_n}{d\,t} = q - U_n\,F_n.$$

O sea: para n chimeneas, un sistema de $2\,n$ ecuaciones diferenciales, correspondiendo a cada chimenea 2 ecuaciones similares a las que correspondían en el caso de una chimenea única, con las dos diferencias siguientes: que en las ecuaciones de continuidad se sustituye el término q por el $U\,F$ correspondiente a la galería inmediatamente aguas abajo (que juega aquí el mismo papel que la tubería forzada), y en las ecuaciones dinámicas se resta a la z correspondiente la z de la chimenea anterior (con lo cual aquí la chimenea anterior juega el papel de embalse).

En la última ecuación de continuidad, el caudal variable q viene, como siempre, dado por la fórmula:

$$q = \frac{Q_1\,H_1}{H - z_n}.$$

Al resolver este sistema de ecuaciones diferenciales, respecto a la variable z_n siguiendo el mismo proceso y con las mismas hipótesis de cálculo y cambios de variables, expuestos en el caso de una sola chimenea, se llega a la ecuación:

$$\frac{d^{2n} z_n}{d\,t^{2n}} + a\,\frac{d^{2n-1} z_n}{d\,t^{2n-1}} + b\,\frac{d^{2n-2} z_n}{d\,t^{2n-2}} + \ldots + 1\,\frac{d\,z_n}{d\,t} + m\,z_n = 0. \qquad [I]$$

Ecuación diferencial cuya integral general es:

$$z_n = C_1\,e^{r_1 t} + C_2\,e^{r_2 t} + \ldots + C_{2-n}\,e^{r_{2n} t} \qquad [II]$$

Siendo C_1, C_2 ... C_n coeficientes constantes que dependen de los datos del problema L_1, L_2 ... L_n, F_1, F_2 ... F_n, f_1, f_2 ... f_n, etc., etc., y r_1, r_2 ... r_n, las raíces de la ecuación:

$$r^{2n} + a\,r^{2n-1} + b\,r^{2n-2} + \ldots + 1\,r + m = 0. \qquad [III]$$

Y para que el movimiento sea amortiguado, es absolutamente necesario que las raíces r sean: o reales negativas o imaginarias con la parte real negativa, y que no haya ninguna real positiva o imaginaria con parte real positiva. En el caso de existir dos o más raíces imaginarias con parte real nula, siendo las restantes negativas reales o imaginarias con parte real negativa, el movimiento sería oscilatorio entretenido. Ya sabemos que, salvo en el caso de la ecuación de segundo grado, existe la imposibilidad de imponer condiciones necesarias y suficientes a los coeficientes

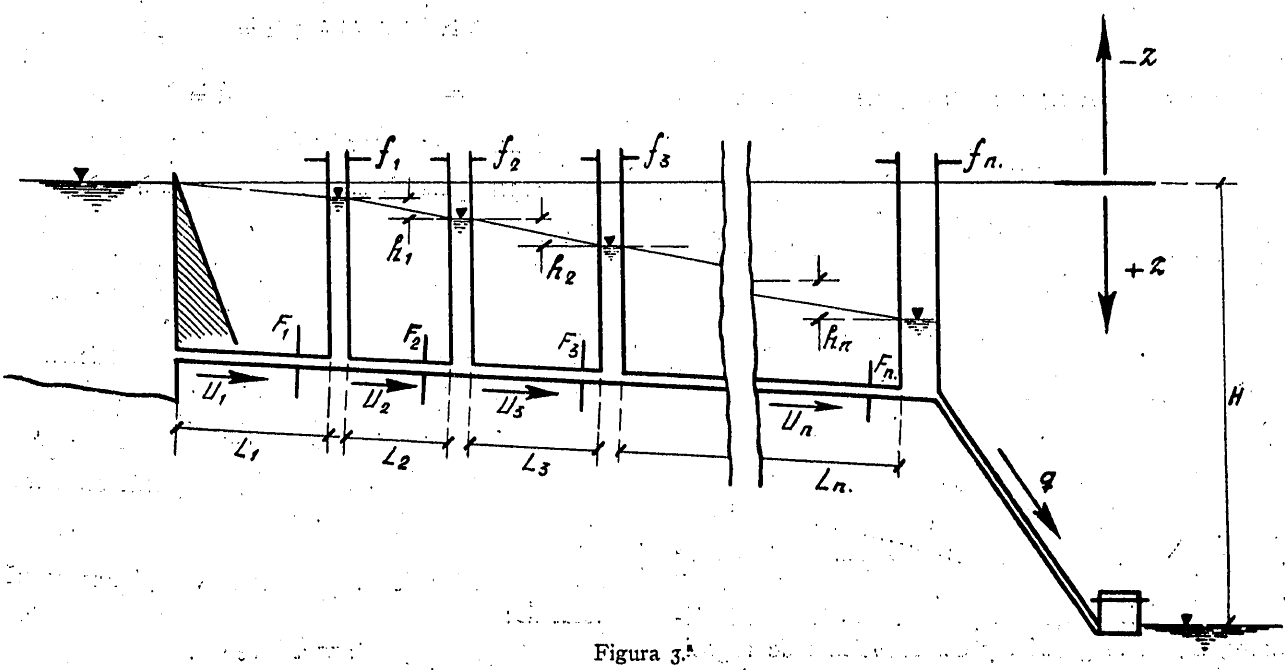

Figura 3.ª

de $a, b \dots l$ y m para que las raíces r cumplan con las condiciones impuestas, máxime cuando estos coeficientes $a, b \dots l$ y m son, a su vez, funciones complejísimas de los datos del problema.

Únicamente cabe la posibilidad de calcular numéricamente los coeficientes $a, b, c \dots l$ y m una vez determinado el proyecto y resolviendo la ecuación [III] por tanteos, o cualquier otro método, comprobar que las raíces r son las deseadas.

Sin embargo, ya se sabe que en la ecuación [III], el significado de los coeficientes $a, b \dots l$ y m es llamando $r_1, r_2 \dots r_{2n}$ a las raíces:

$$a = -\Sigma r_i$$
$$b = +\Sigma r_i \; r_j$$
$$c = -\Sigma r_i \; r_j \; r_h$$
$$d = +\Sigma r_i \; r_j \; r_h \; r_g$$
$$\dots\dots\dots\dots$$
$$m = r_1, r_2, r_3 \dots r_{2n}$$

por ser el grado par.

Y para que el movimiento sea amortiguado, serán condiciones, aunque no suficientes, sí absolutamente necesarias, que:

$$a \geqq 0; \qquad b \geqq 0; \qquad c \geqq 0 \dots m \geqq 0.$$

Con estas condiciones necesarias, aunque no suficientes, se llega a los resultados siguientes:

La condición $m \geqq 0$ se traduce siempre en:

$$\frac{1}{2} H_1 \geqq \sum_1^n h_i \; ;$$

condición que casi siempre se cumple, ya que la mitad del salto neto suele ser, en general, mayor que la pérdida de carga total. Es de notar que cuando no sucede así la estabilidad es imposible, sean cuales fueren las dimensiones de las chimeneas, ya que el movimiento es aperiódico amplificado, al existir por lo menos una raíz positiva.

La condición $a \geqq 0$ da la expresión:

$$f_n = \frac{L_1 L_2 \dots L_n}{2g - H_1} : \left[L_1 L_2 \dots L_{n-1} \frac{k_n}{F_n} + \right.$$
$$\left. + L_1 L_2 \dots L_{n-2} L_n \frac{k_{n-1}}{F_{n-1}} + \dots + L_2 L_3 \dots L_n \frac{K_1}{F_1} \right].$$

Expresión ya muy complicada. Sin embargo, se puede simplificar mucho, teniendo en cuenta que al ser muy restringido el campo de variabilidad del diámetro, D, de la galería, y del coeficiente de rugosidad, M; en general, la galería será de sección y rugosidad constantes a lo largo de toda su longitud. Al ser entonces:

$$F_1 = F_2 = \dots = F_n = F; \qquad R_1 = R_2 = \dots = R_n = R;$$
$$N_1 = N_2 = \dots = M_n = M,$$

y tener que:

$$k_i = \frac{L\,i}{M^2 R^{4/3}}.$$

La condición $a \geqq 0$ da, en el caso general de n chimeneas:

$$f_n \geqq \frac{1}{n} \frac{F \,.\, M^2 \,.\, R^{4/3}}{2\,g \,.\, H_1}.$$

Y si llamamos $f_c = \dfrac{F\,M^2\,R^{4/3}}{2\,g\,H_1}$ a la sección estricta de Thöma, para el caso de una sola chimenea, queda:

$$f_n = \frac{1}{n} \cdot f_c \,.$$

Para las demás condiciones, los cálculos son ya muy complicados. En el caso de dos chimeneas solamente se puede llegar, sin embargo, a conclusiones definitivas.

La ecuación diferencial es:

$$\frac{d^4 z_2}{d\,t^4} + a\,\frac{d^3 z_2}{d\,t^3} + b\,\frac{d^2 z_2}{d\,t^2} + c\,\frac{d\,z_2}{d\,t} + d \,.\, z_2 = 0.$$

Como ya sabemos:

$$a \geqq 0 \text{ supone que } f_2 \geqq \frac{1}{2} \cdot f_c \,;$$
$$d = 0 \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \frac{1}{2} H_1 \geqq h_1 + h_2.$$

Al examinar la condición $c \geqq 0$, si suponemos que se adopta para f_c un valor $\alpha\, f_c$ $\left(1 > \alpha \geqq \dfrac{1}{2}\right)$, se tiene:

$$f_1 \geqq (1 - \alpha) \cdot f_c \frac{L}{L_1} \cdot \frac{H_1}{H_1 - 2\,h_2}. \quad [C]$$

Y una vez cumplidas estas tres condiciones, el coeficiente b es siempre positivo.

Al ser $\dfrac{L}{L_1}$ y $\dfrac{H_1}{H_1 - 2\,h_2}$ términos siempre mayores que la unidad, con mayor razón se puede escribir:

$$f_1 > (1 - \alpha) \,.\, f_c \,.$$

Y entre las dos chimeneas se tendrá una sección total de:

$$f_1 + f_2 > f_c \,.$$

Al colocar dos chimeneas de equilibrio en serie, en lugar de una, el problema de la estabilidad inicial se agudiza, y la suma de las secciones de las dos chimeneas es siempre bastante superior a la sección que necesitaría una sola chimenea.

Resultado éste que podía presumirse, ya que en las dos chimeneas los movimientos irán más o menos defasados, pero nunca podrán estar en oposición de fase, por ser la misma maniobra la que provoca los dos movimientos y tener el mismo modo de reaccionar los dos sistemas galería-chimenea. Esto (fig. 4.ª) hace que la línea piezométrica, variable con el tiempo, tenga entre las dos chimeneas una pendiente muy pequeña; al ser entonces el gradiente de presiones pequeño, la aceleración o deceleración del agua que corre por la galería es también pequeña, con lo cual se favorece el entretenimiento de las oscilaciones.

En la fórmula [C] se refleja este razonamiento perfectamente. Cuanto más pequeña es L_1, es decir, cuanto mayor es la longitud de galería a presión comprendida entre las dos chimeneas y, por lo tanto, cuanto mayor es la cantidad de agua cuya aceleración o deceleración es pequeña, tanto mayor ha de ser la sección f_1 de la chimenea intermedia para que puedan ser los desniveles en ella pequeños (por razón de su gran sección) con respecto a los desniveles en la segunda chimenea (de sección comparativamente más pequeña, ya que sus dimensiones, como es lógico, no vienen influídas por la longitud L_1). Se consigue así entre las dos chimeneas el desnivel suficiente para frenar debidamente el agua que corre entre las dos.

De todas estas consideraciones, y con los resultados obtenidos analíticamente, podemos deducir que el mínimo de sección total, necesario para cubrir las necesidades de la "estabilidad inicial", corresponde al caso de una sola chimenea de equilibrio.

Cuando, por razones específicas del proyecto, el desagüe de las turbinas se efectúa mediante una galería de presión de gran longitud, es menester entonces colocar también en ella una chimenea de equilibrio, situada inmediatamente aguas abajo de la Central. El estudio de esta chimenea es exactamente el mismo que en los casos anteriores, teniendo en cuenta que las ecuaciones del movimiento son entonces (figura 5.ª):

$$\frac{L^1}{g} \cdot \frac{d\,U^1}{d\,t} = -y - k^1\,U^{1^2}; \quad -f^1\,\frac{d\,y}{d\,t} = q - U^1\,F^1.$$

Y que aquí:

$$q = \frac{Q_1\,H_1}{H+y}.$$

Todo cuanto llevamos dicho sobre la estabilidad inicial, se aplica con absoluto rigor a esta chimenea, cuando es la única que existe, siendo entonces la fórmula de Thöma exactamente la misma.

Sin embargo la coexistencia de dos chimeneas de equilibrio, una aguas arriba de la Central y otra aguas abajo, es fatal para una buena "estabilidad inicial", ya que entonces el caudal variable, q, sería:

$$q = \frac{Q_1\,H_1}{H-z+y}.$$

Y como para una misma maniobra del obturador los desniveles z e y son de signos contrarios, resulta

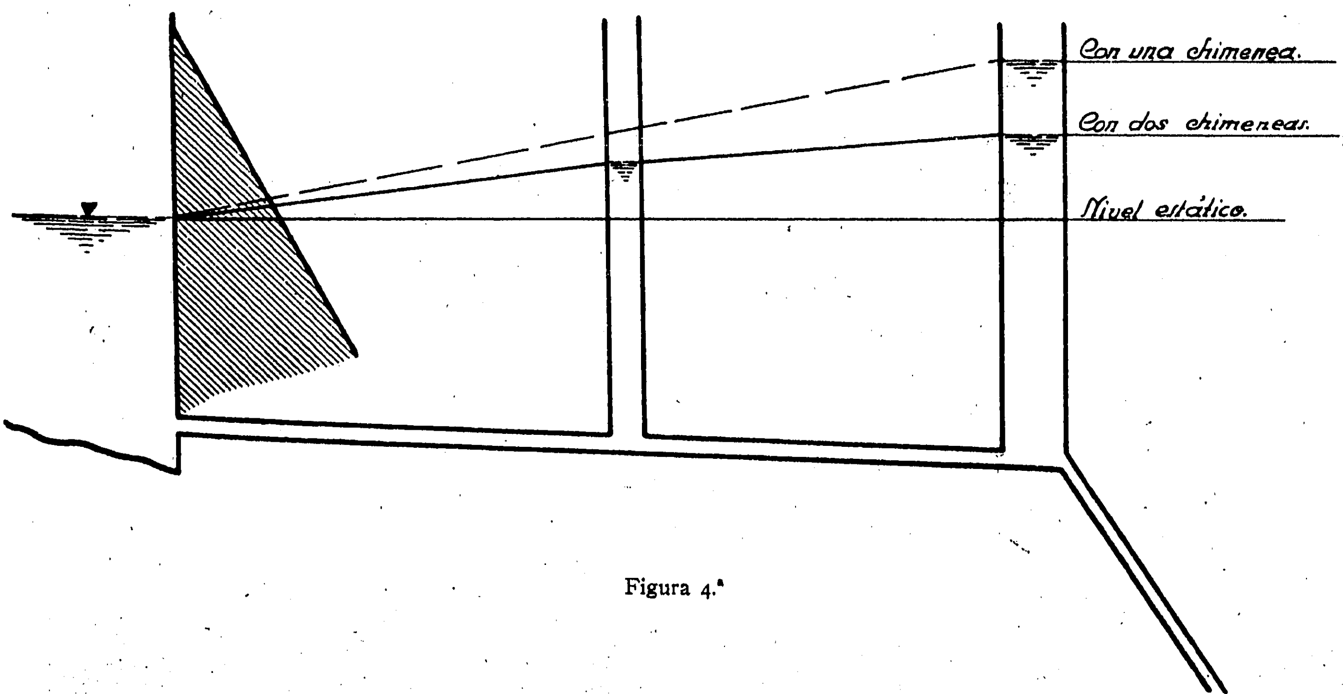

Figura 4.ª

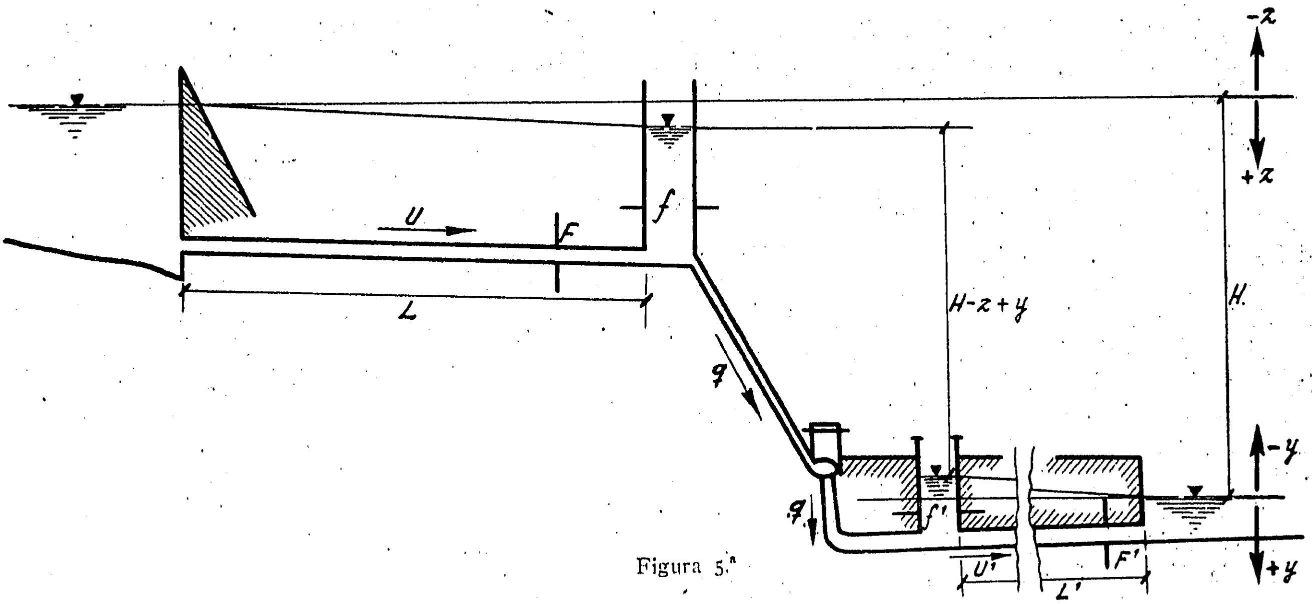

Figura 5.ª

que, en realidad, la altura neta de salto en cada momento es:

$$H \pm [\,|z| + |y|\,];$$

esto hace que las variaciones de caudal sean más acentuadas, y, por lo tanto, las condiciones de estabilidad peores, como se ve fácilmente al considerar que los mismos desniveles que tendría la chimenea única de aguas arriba se ven ahora incrementados por los de la chimenea de aguas abajo.

Así, por ejemplo, si la conducción de aguas abajo tiene las mismas características que la de aguas arriba, en cada momento se tendrá que:

$$z + y = 0,$$

o sea, una simetría perfecta en los desniveles, con relación a sus respectivos niveles estáticos, y en este caso la fórmula de Thöma para cada chimenea es precisamente el doble:

$$f \geq \frac{M^2 R^{4/3} F}{g H_1}.$$

Los casos que acabamos de analizar se presentarán raras veces en la realidad, sobre todo en España, dadas sus condiciones topográficas. Sin embargo, son muy de tener en cuenta las dos conclusiones siguientes:

Que si la chimenea de equilibrio propia del aprovechamiento, es decir, la situada inmediatamente aguas arriba de la central, cumple con la condición de Thöma, el añadir otras chimeneas, situándolas entre el embalse y la Central, no afecta para nada a la "estabilidad inicial". Ésta puede verse, sin embargo, gravemente comprometida, cuando se añada una chimenea aguas abajo de la central.

Si la chimenea de equilibrio propia del aprovechamiento no cumple las condiciones de Thöma, al añadir otras chimeneas de equilibrio, ya sea aguas abajo de la central o aguas arriba (estas últimas pueden ser incluso solamente pozos abiertos de maniobra de rejas o compuertas), se empeorarán notablemente las condiciones de estabilidad, ya de por sí precarias, de la chimenea.

Después de este estudio se deduce la absoluta necesidad de respetar la fórmula de Thöma en cualquier caso que se presente: sean las chimeneas de sección constante o no, con cámaras diferenciales o con estrangulamientos, estén situadas aguas arriba o aguas abajo de la Central.

Y si existen varias chimeneas, basta con que tenga la sección de Thöma la chimenea más próxima a la Central cuando el canal de desagüe es corto y no lleva chimenea. Pero si existiesen chimeneas a un lado y a otro de la Central, sería imprescindible hacer un estudio del caso, según las normas que hemos establecido en lo que precede, para deducir las secciones convenientes, que serían entonces mayores que la que marca la fórmula de Thöma para el caso sencillo.

Bibliografía.

Forchheimer: *Tratado de Hidráulica.*

Calamme y Gaden: *Théorie des chambres d'équilibre.*

L. Escande: *Recherches théoriques et expérimentales sur les oscillations de l'eau dans les chambres d'équilibre.*