Año XCV. - Núm. 2788 • Revista de Obras Públicas • Agosto de 1947

UNA CUBIERTA DE HORMIGON ARMADO TRANSLUCIDO

Por JOSÉ MARÍN TOYOS, Ingeniero de Caminos.

Se describe en el presente trabajo la cubierta construída, bajo la dirección del autor, en el patio de operaciones del Banco Español de Crédito, en la que el vidrio y hormigón colaboran en la resistencia del conjunto, según se pone de manifiesto en el estudio teórico del problema, que a continuación se hace, y en los detalles de construcción que se reseñan al final del interesante artículo.

La asociación del vidrio al hormigón armado da lugar a un elemento de construcción — que denominamos *hormigón armado translúcido* — que, por su impermeabilidad, dar paso a la luz y adaptarse a las formas más variadas que la arquitectura exija, resulta de gran aplicación en cubiertas cuya planta inferior no pueda recibir otra iluminación que la zenital, como ocurre cuando se trata de cubrir patios interiores para su utilización.

El vidrio se asocia al hormigón no como material inerte o pasivo, sino que interviene activamente en la resistencia del conjunto, y esto permite, en ocasiones, cuando la cubierta es plana, utilizar su propia planta para otros fines, pues se le puede proporcionar la resistencia adecuada a las cargas que haya de resistir.

Por considerarlo de algún interés, voy a describir la cubierta del patio de operaciones del Banco Español de Crédito, recientemente construída, como ejemplo de aplicación del hormigón armado translúcido, a la vez que puede dar idea de la flexibilidad del sistema para adaptarse a las soluciones más complicadas y del vasto campo de aplicación que puede tener en la construcción (1).

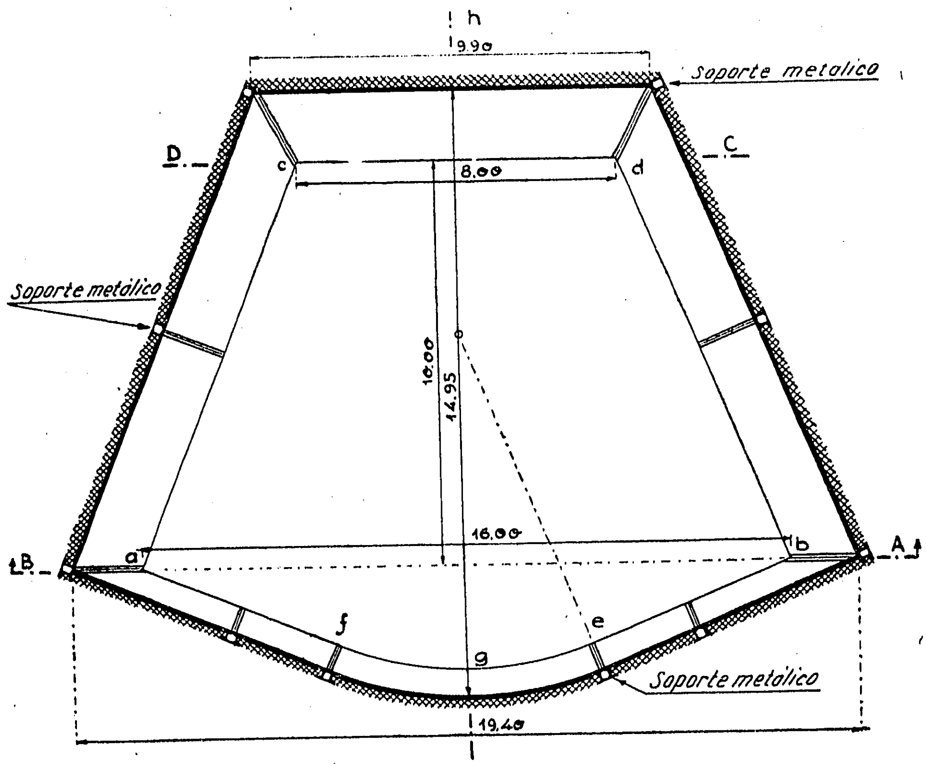


Fig. 1.ª — Planta del patio.

(1) Otras cubiertas de hormigón translúcido, con formas muy variadas, se han construído en el Banco de España, Banco de Bilbao, Banco Ibérico (en su instalación provisional y en la definitiva), Academia de Bellas Artes de San Fernando, y es particularmente interesante la construída en La Equitativa (Fundación Rosillo), que dió lugar a una superficie de 6.º grado.

Datos del problema.

Se trata de cubrir un patio, cuya planta es la que representa la figura 1.ª, y las necesidades arquitectónicas imponían las siguientes condiciones:

1.ª Dejar un pasillo lateral junto a los muros, para la limpieza y conservación de la cubierta.

2.ª La máxima altura no podía exceder de 2,00 metros y había de estar situada en la línea *A B*.

3.ª Coincidiendo con la línea *C D*, habrían de establecerse ventanales para dar ventilación al interior, y su altura no podía exceder de 1,00 m., para no restar visibilidad a los huecos próximos.

4.ª Dentro del espacio destinado a cubierta había que solucionar la disposición de las limas que recogiesen las aguas de aquélla.

5.ª No podía disponerse de otros elementos resistentes del edificio que los soportes metálicos representados en la figura 1.ª.

La solución propuesta, aceptada y construída, ha sido cubrir la superficie *a b c d* con una bóveda cónica, de directriz parabólica de 2.º grado, por ser la que mejor se adapta para resistir una carga uniformemente repartida, como ha de ser la que actúe sobre la cubierta, y cubrir la superficie *a b e f* con una superficie reglada definida por la directriz vertical parabólica proyectada en *a b*; otra directriz horizontal *a e g f b*, formada por dos elementos rectos, *a e* y *f b*, unidos tangencialmente por el arco de circunferencia *e g f*, y una generatriz que, apoyándose en las dos directrices indicadas, permanezca constantemente paralela al plano vertical cuya traza es *h g*.

La necesidad de establecer el pasillo lateral y el no disponer de otros elementos resistentes que los soportes metálicos indicados, obligó a transmitir a éstos las cargas de la cubierta por medio de ménsulas metálicas en las que se apoyan las vigas resistentes de la cubierta.

La solución más favorable para disponer la línea de recogida de aguas fué suspenderla del mismo pasillo proyectado en voladizo sobre las vigas resistentes, con lo que puede darse libremente a aquélla la pendiente necesaria.

Como las bóvedas *a b c d* y *a b e f* tienen condiciones de trabajo elástico totalmente diferentes, no era prudente que fuesen rígidamente unidas, y de aquí nació la necesidad de proyectar una junta de dilatación, siguiendo la línea *a b* de la cumbrera.

Después de los razonamientos anteriores, que tienden a dar satisfacción a las condiciones impuestas, el esquema de la estructura lo representa la figura 2.ª en secciones longitudinal y transversal.

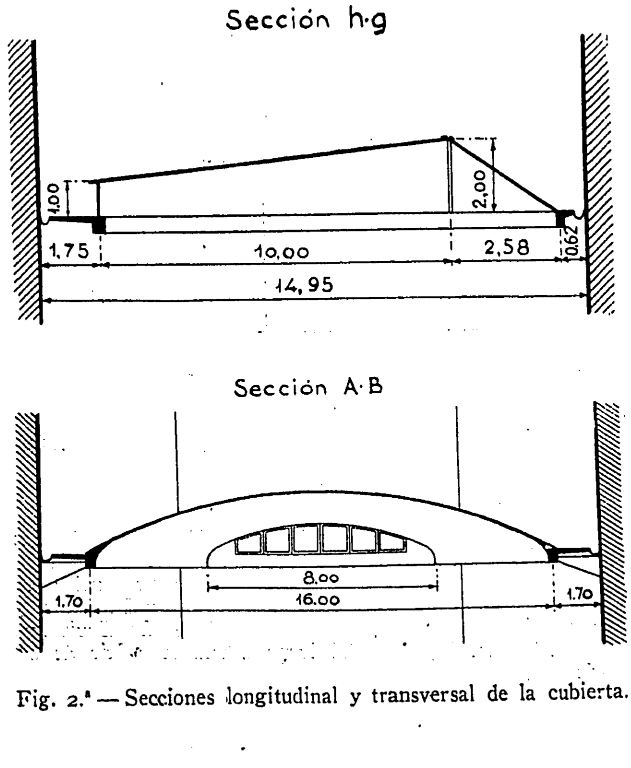


Fig. 2.ª — Secciones longitudinal y transversal de la cubierta.

Ecuaciones de las superficies.

Para poder construir con exactitud las cimbras, fué preciso determinar analíticamente las superficies, como se indica a continuación.

La figura 3.ª indica los ejes coordenados adoptados. Para determinar la ecuación de la superficie cónica, conocemos las coordenadas del vértice v, que son $(-20, 0, 0)$, y se sabe que su sección por el plano $x = 0$ es la parábola de 16,00 m. de luz y 2,00 m. de flecha, cuya ecuación es:

$$y^2 = 32\,(2 - z)\,,$$

con lo que fácilmente se obtiene la ecuación de la superficie, que es:

$$4\,x^2 - 25\,y^2 - 40\,x\,z + 160\,x - 800\,z + 1600 = 0\,.$$

Dando a x valores de metro en metro, desde $x = 0$ hasta $x = 10$, se obtienen las ecuaciones de las once cerchas que fué preciso preparar para formar la cimbra de esta bóveda.

Para definir la superficie proyectada según *a b f g e*, es preciso descomponerla en dos partes: una, la *a e e'* y su simétrica *b f f'*, y la otra, la *e' e g f f'*. La primera tiene por directriz vertical la parábola:

$$\left.\begin{array}{l} x = 0 \\ y^2 = 32\,(2 - z) \end{array}\right\};$$

por directriz horizontal, la recta:

$$\left.\begin{array}{r}\dfrac{x}{3{,}20}+\dfrac{y}{8}=1\\ z=0\end{array}\right\}$$

y por generatriz, la recta paralela al plano $Z\,X$:

$$\left.\begin{array}{l}z=a\,x+b\\ y=m\end{array}\right\}.$$

Estableciendo la condición de que la generatriz corte a las dos directrices, y eliminando los parámetros a, b y m, se llega a la ecuación siguiente:

$$\frac{y^2}{32}=\frac{16\,z-2\,y\,z}{2\,y+5\,x-16}+2$$

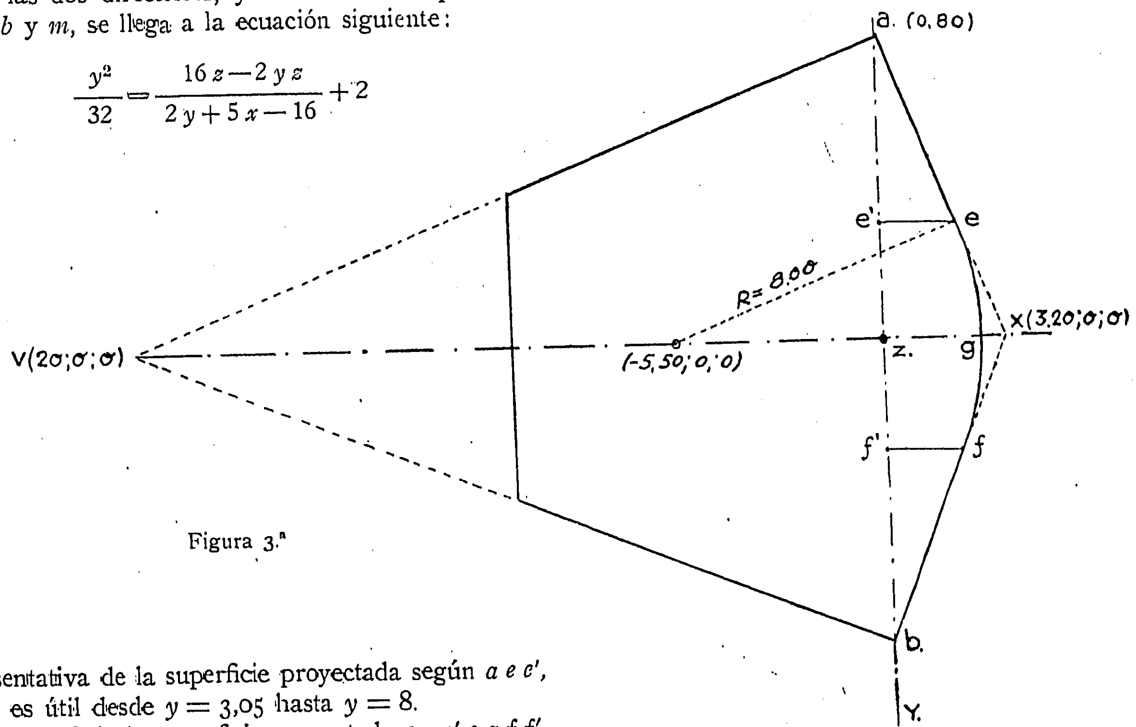


Figura 3.ª

representativa de la superficie proyectada según $a\,e\,e'$, y que es útil desde $y=3{,}05$ hasta $y=8$.

Para definir la superficie proyectada en $e'\,e\,g\,f\,f'$, tenemos que la directriz horizontal es una circunferencia de ecuación:

$$\left.\begin{array}{r}(x+5{,}50)^2+y^2=64\\ z=0\end{array}\right\}\qquad [1]$$

siendo la directriz vertical y la generatriz las mismas del caso anterior. Como entonces, establecemos la condición de que la generatriz corte a las dos directrices, eliminamos los parámetros a, b y m, y se llega a la ecuación siguiente:

$$y^2=64-\left[5{,}50+\frac{(y^2-64)\,x}{y^2+32\,z-64}\right]^2. \qquad [2]$$

cuya utilidad se extiende desde $y=3{,}05$ hasta $y=-3{,}05$.

Dando a z los valores convenientes en las ecuaciones [1] y [2], se obtienen las de los zunchos horizontales que fué necesario colocar para formar la cimbra de esta bóveda, con un entablado sobre ellos.

La definición analítica de las dos bóvedas, aunque algo laboriosa, es lo que ha permitido construir con toda exactitud las cimbras que, después de entabladas totalmente, todavía se rectificaron con un tendido de yeso; esta pulcritud en la preparación ha dado por resultado que las bóvedas se hayan construído con la máxima fidelidad geométrica.

Estructura de las bóvedas.

Hasta aquí no hemos hecho más que exponer las características generales del proyecto, independientes de su estructura, que se han visto convertidas en realidad gracias a la Matemática, instrumento de inestimable valor cuando se lleva a las aplicaciones, como acaba de verse, y de la que siempre serán escasos los conocimientos que se tengan, aunque a veces se juzguen excesivos los que por obligación nos impongan.

Las bóvedas se han construído con hormigón armado translúcido, formado por la asociación de baldosas de vidrio prensado, que tienen dimensiones de 30 × 30 cm. y espesor de 2,5 cm., con nervios de hormigón armado que forman cuadrícula y de los que, unos, son resistentes o principales, y los otros, de arriostramiento o secundarios. La figura 4.ª indica, en planta, la disposición de nervios y baldosas en el caso que estudiamos, y la figura 5.ª, una sección transversal.

En la bóveda cónica son nervios principales los compuesto, heterogéneo, de tercer grado, pues son tres los materiales que lo integran: hormigón, acero y vidrio, todos ellos activos a los efectos de resistencia, pero de características físicas diferentes. Para poderlo

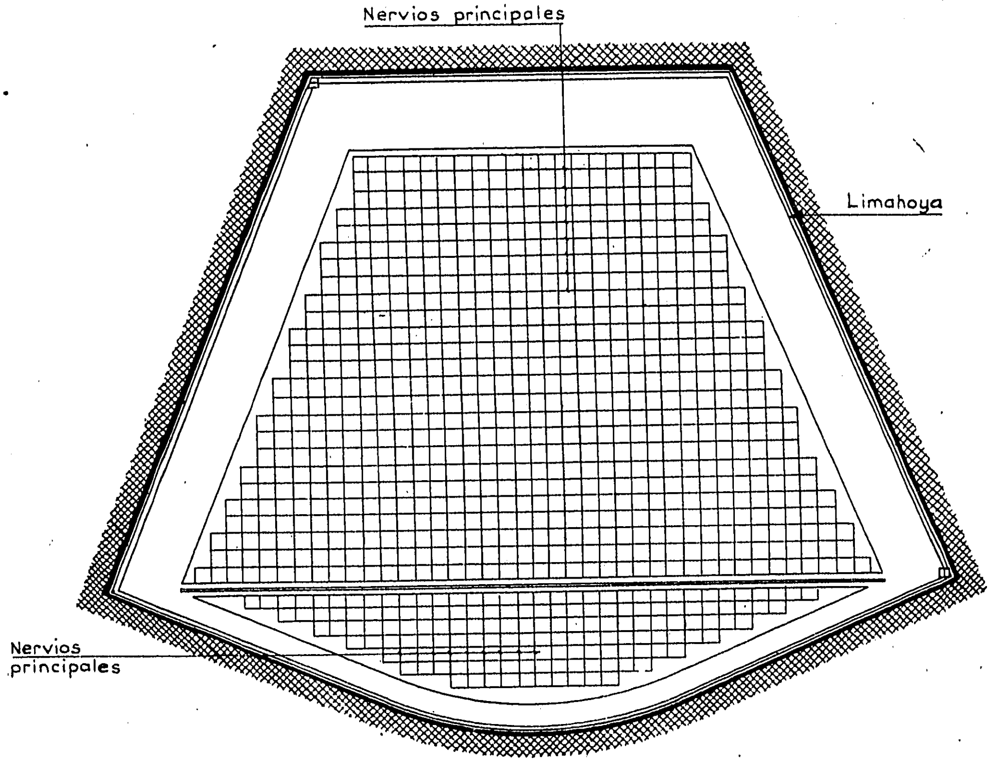


Fig. 4.ª — Estructura de las bóvedas.

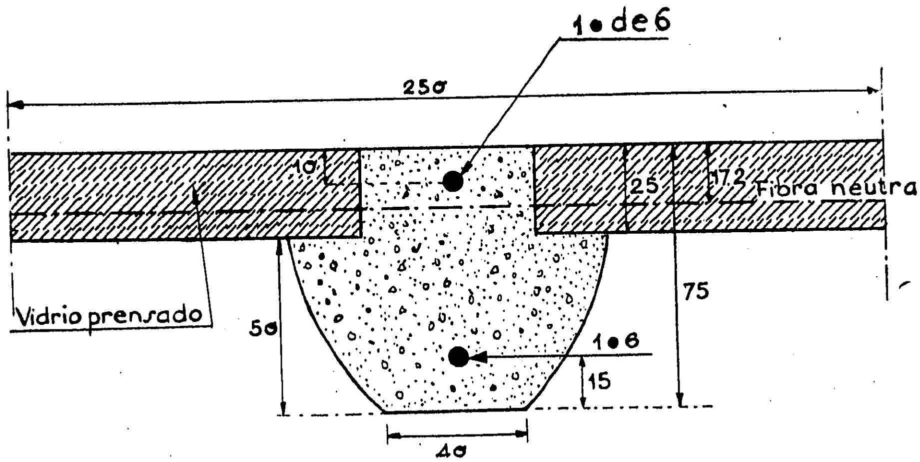


Fig. 5.ª — Hormigón translúcido.

que siguen las directrices parabólicas, y en la otra bóveda, los que llevan la dirección de las generatrices.

El hormigón armado translúcido es un material someter al cálculo, es preciso transformar las secciones reales heterogéneas en otras virtuales homogéneas, mediante los coeficientes de equivalencia, tomando como base uno de los tres materiales simples. Para ello tenemos que los coeficientes de elasticidad medios de dichos tres materiales son:

Hormigón .... $E_h = 175\,000$ Kg./cm.²
Vidrio .... $E_v = 700\,000$ "
Acero .... $E_a = 2\,000\,000$ "

Y si tomamos como material básico el vidrio, los coeficientes de equivalencia citados son:

$$r = \frac{E_a}{E_v} = \frac{20}{7} = \sim 3 \quad , \quad r' = \frac{E_h}{E_v} = \frac{1}{4} .$$

La comprobación de secciones vamos a limitarla a las de mayor luz de la bóveda cónica, que es suficiente como ejemplo de aplicación. La sección resistente elemental es la representada en la figura 5.ª, que puede asimilarse a una sección en T y que, como tal, cumple todas las condiciones que para éstas se exigen en cuanto a relación de magnitud entre sus diversos elementos. El peso propio de este hormigón translúcido es de 100 Kg./m.², y la sobrcarga a considerar en este caso, de otros 100 Kg./m.², para prevenir los efectos de la nieve o el peso de una cuadrilla de operarios sobre la cubierta para la limpieza o reparación; resulta, pues, una carga total de 200 kilogramos por metro cuadrado.

La sección virtual homogénea equivalente a la real que representa la figura 5.ª, se compone así:

Vidrio: $2 \times 10 \times 2{,}5$ .... $= 50{,}00$ cm.²

Hormigón: $50 \text{ cm.}^2 \times \frac{1}{4}$ .... $= 12{,}50$ "

Acero: $0{,}56 \times 3$ .... $= 1{,}68$ "

$s = 64{,}18$ cm.²

La profundidad de la fibra neutra, tomando momentos de superficies parciales respecto a la cara superior, es de:

$$x = \frac{2 \times 10 \times 2{,}5 \times 1{,}25 + \frac{1}{4}\, 5 \times 2{,}5 \times 1{,}25 + 3 \times 0{,}28 \times 1{,}00 + \frac{1}{4}\,\frac{4+9}{2} \times 5 \times 4{,}63 + 3 \times 0{,}28 \times 6{,}00}{64{,}18} = 1{,}72 \text{ cm.}$$

El momento de inercia de la sección virtual respecto a la fibra neutra se obtiene por elementos, como se indica a continuación:

$$\begin{aligned}
\mathrm{I} = \frac{1}{3} \times 2 \times 10 \times 1{,}72^3 &= 33{,}92 \text{ cm.}^4 \\
+ \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times 5 \times 1{,}72^3 &= 2{,}12 \quad " \\
+ 3 \times 0{,}28 \times 0{,}72^2 &= 0{,}43 \quad " \\
+ \frac{1}{3} \times 2 \times 10 \times 0{,}78^3 &= 3{,}16 \quad " \\
+ \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times 5 \times 0{,}78^3 &= 0{,}20 \quad " \\
+ 3 \times 0{,}28 \times 4{,}28^2 &= 15{,}39 \quad " \\
+ \frac{6 \times 16 + 6 \times 4 \times 5 + 25}{4 \times 36\,(8+5)} \times 5^3 &= 16{,}10 \quad " \\
+ \frac{1}{4} \times \frac{4+9}{2} \times 5 \times 2{,}96^2 &= 71{,}19 \quad " \\
&\overline{\;142{,}51 \text{ cm.}^4}
\end{aligned}$$

El cuadrado del radio de giro resulta:

$$\rho^2 = \frac{I}{s} = \frac{142{,}51}{64{,}18} = 2{,}22 \text{ cm.}^2 .$$

Consideremos un ancho de bóveda de 35 cm., constituído por dos semibaldosas y el nervio intermedio, que corresponda a la máxima luz de 16 m.; la carga que actúa por metro lineal de luz es:

$$0{,}35 \times 200 = 70 \text{ Kg.};$$

y la ecuación de la directriz referida a la luz y a la vertical en el extremo izquierdo de ella, recordando que la flecha es 2,00 metros, es:

$$y^2 = \frac{1}{32}\, x\,(16 - x) .$$

Puede admitirse el empotramiento de los arranques en las vigas resistentes, y en tal caso las reacciones en el empotramiento izquierdo son:

$$m = -\frac{1}{12}\,\frac{45\,p\,l^2\,\rho^2}{4\,f^2 + 45\,\rho^2};$$

$$x = \frac{p\,f\,l^2}{2\,(4\,f^2 + 45\,\rho^2)}; \qquad y = \frac{1}{2}\,p\,l;$$

en las que p = carga por cm. = 0,70 Kg.:

l = luz = 1 600 cm.
ρ^2 = cuadrado del radio de giro = 2,22 cm.^{2}.
f = flecha = 200 cm.

Aplicando estos valores, se obtienen los siguientes:

$$m = -94 \text{ cm./Kg.}; \quad x = 1\,120 \text{ Kg.}; \quad y = 560 \text{ Kg.}$$

Tomamos en cuenta una variación de temperatura de ± 20°, y las reacciones en el extremo por esta causa son:

$$m = \pm \frac{30\,\mathrm{E\,I}\,\lambda\,t\,l}{4\,f^2 + 45\,\rho^2}; \quad x = \pm \frac{45\,\mathrm{E\,I}\,\lambda\,t}{4\,f^2 + 45\,\rho^2}; \quad y = 0;$$

en las que:

E = coeficiente de elasticidad del vidrio = 700 000 kilogramos/cm.^{2}.
I = momento de inercia = 142,51 cm.^{4}.
λ = coeficiente de dilatación del vidrio = 0,000008.
t = variación de temperatura = 20°.

Aplicando estos valores, se obtiene para las reacciones los siguientes:

$$m = \pm 598 \text{ cm./Kg.}; \quad x = \pm 5 \text{ Kg.}; \quad y = 0.$$

Las reacciones totales por las dos causas consideradas son:

$$m = -692 \text{ cm./Kg.}; \quad x = 1\,125 \text{ Kg.}; \quad y = 560 \text{ Kg.}$$

En el arranque, el ángulo de la tangente a la directriz con la horizontal es:

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{1}{2};$$

y, por lo tanto:

$$\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} \quad \operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}};$$

la componente normal a la sección resulta de:

$$N = 1\,125 \frac{2}{\sqrt{5}} + 560 \frac{1}{\sqrt{5}} = 1\,260 \text{ Kgs.},$$

y las cargas a que la sección está sometida son:

$$t = \frac{1260}{64,18} \pm \frac{692 \times 1,72}{142,51} = 19,63 \pm 8,35;$$

de donde se desprende que toda la sección está sometida a compresión, y que ésta es máxima de 27,98 kilogramos/cm.^{2}, en el trasdós, y mínima de 11,28 kilogramos/cm.^{2}, en el intradós.

La componente tangencial a su sección es:

$$T = 1\,125 \frac{1}{\sqrt{5}} - 560 \frac{2}{\sqrt{5}} = 0,4 \text{ Kgs.};$$

luego el esfuerzo cortante no tiene ninguna influencia.

En el caso estudiado no convenía transmitir al resto de la estructura los esfuerzos horizontales que produce la bóveda cónica, por lo que se han absorbido por medio de tirantes situados cada metro, resultando para el más cargado una sección de:

$$\frac{1,125}{0,35 \times 1000} = 3,21 \text{ cm.}^2,$$

y se colocó un redondo de 21 mm. de diámetro, que tiene 3,46 cm.^{2} de sección.

El cálculo de los demás elementos de la estructura no presenta ningún interés, pues son vigas de varios tramos, con cargas perfectamente conocidas; así como tampoco la segunda bóveda, ya que sus elementos resistentes pueden considerarse como vigas rectas inclinadas, empotradas en sus extremos. Las figuras 6.ª y 7.ª reproducen dos de los planos de construcción.

Vemos que con el hormigón armado translúcido hemos construído una cubierta en bóveda, con luz de 16 m., sin que la carga máxima de trabajo a compresión, del vidrio, haya llegado a 28 Kg./cm.^{2}; si se tiene en cuenta que el material empleado admite una carga práctica de 45 Kg./cm.^{2}, se comprende que se puede llegar a salvar luces más importantes y, por lo tanto, que sus aplicaciones pueden extenderse, con apreciables ventajas, a cubiertas de tipo industrial con una perfecta iluminación zenital.

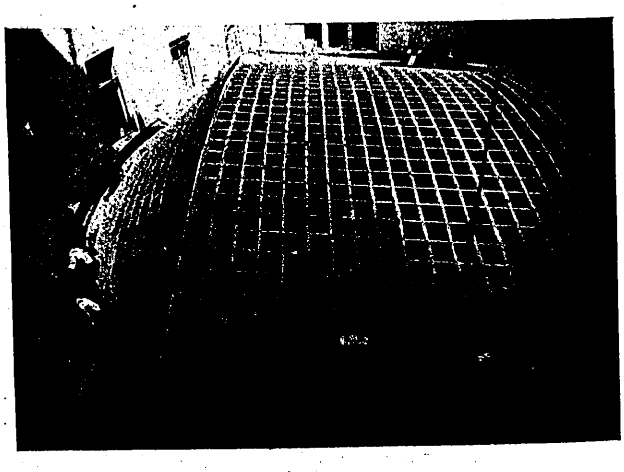
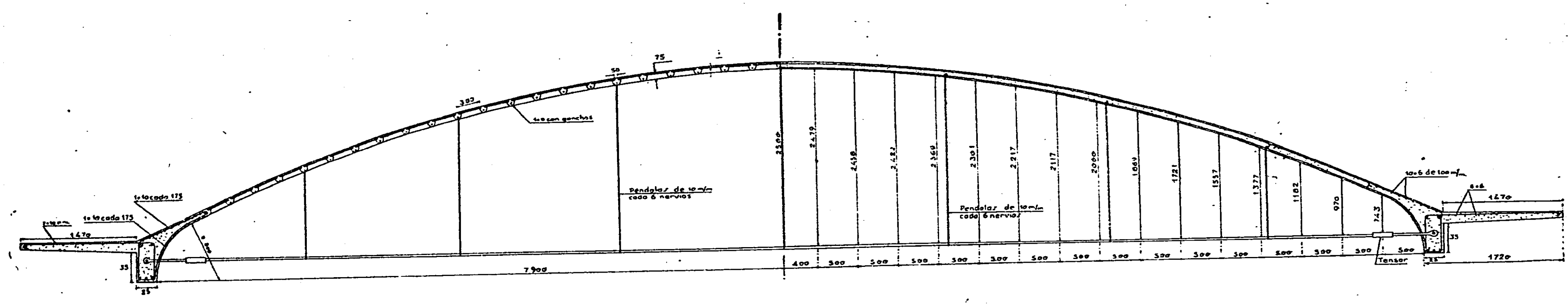
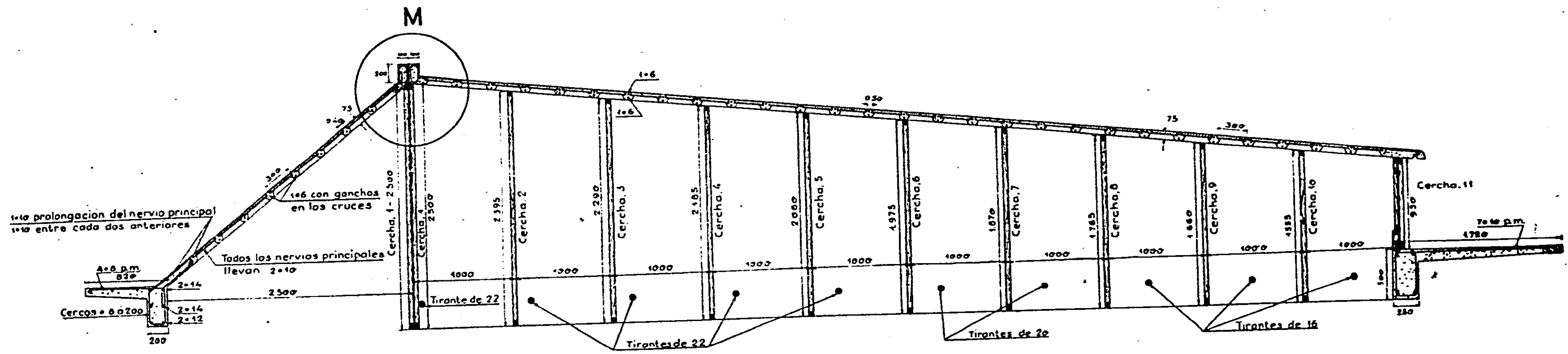


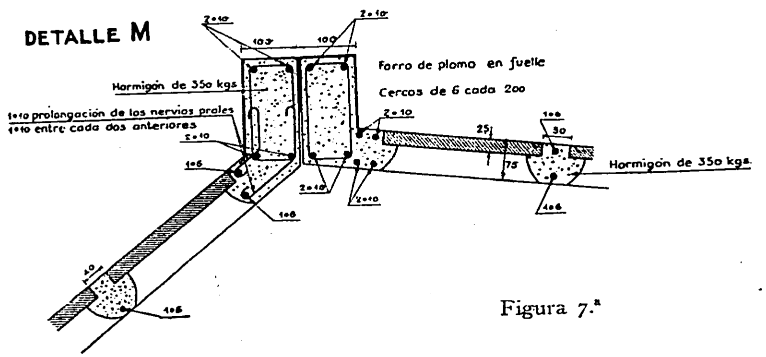
Fig. 8.ª — Vista de la cubierta desde el exterior. Los operarios están colocando la lima.



SECCIÓN DE LA BÓVEDA PARABÓLICA

Figura 6.ª





SECCIÓN LONGITUDINAL DE LA BÓVEDA

Figura 7.ª

Detalles de construcción.

La superficie de vidrio es el 73,47 por 100 de la total, y esto da idea de la iluminación que proporciona al interior; esta superficie es, naturalmente, impermeable, y, por lo tanto, esta condición fundamental sólo hay que lograrla en el hormigón, que es el 26,53 por 100 de la cubierta, lo que permite extremar los cuidados de preparación y de mano de obra para alcanzar la impermeabilidad. Este hormigón impermeable se obtiene por una adecuada dosificación de los áridos, que ya se tienen seleccionados y clasificados después de numerosos ensayos, y por una esmerada mano de obra que practican obreros especializados y que consiste en un eficaz apisonado a mano, sin otra herramienta que pequeños paletines de albañil, terminando con un bruñido de pasta de cemento; rara vez hay que acudir a productos hidrófugos que, en todo caso, se tienen en reserva. Las figuras 8.ª, 9.ª y 10 son fotografías de la cubierta que hemos descrito.

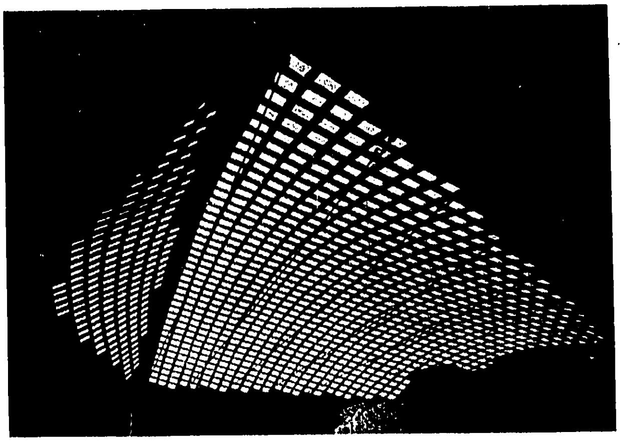


Fig. 9.ª — Vista de la cubierta desde el interior.

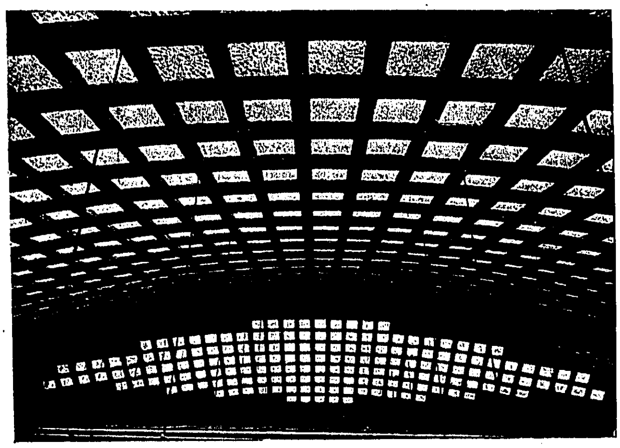


Fig. 10. — Vista del interior de la cubierta, según el eje.

Ninguna de las cubiertas construídas con hormigón armado translúcido ha dejado de ser impermeable; alguna de ellas, como la del Banco de Bilbao, lleva cinco años en servicio, a perfecta satisfacción, y todas ellas cumplen su finalidad y no podrían hacerlo si les faltase tan fundamental condición.

Para terminar, es un deber señalar que todas las obras que he proyectado de hormigón armado translúcido las ha ejecutado, bajo mi dirección, la casa Eclipe, S. A., y como ya se ha indicado anteriormente el resultado obtenido, a ella corresponde una buena parte del éxito alcanzado por su excelente colaboración.