

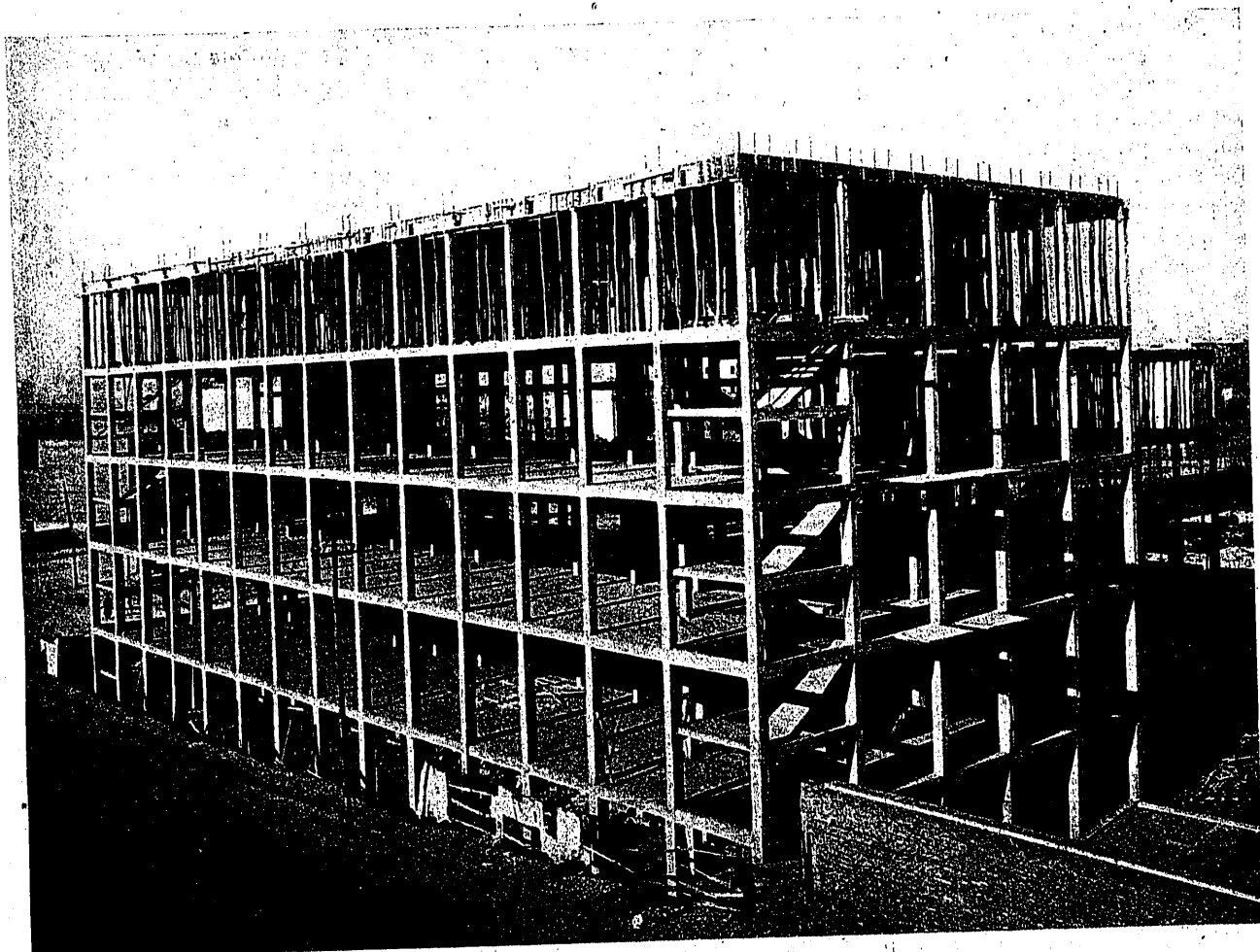
UN EDIFICIO Y UN METODO DE CALCULO

Por MIGUEL GARCIA ORTEGA y ANGEL DEL CAMPO, Ingenieros de Caminos.

Resulta oportuno—ahora que el Consejo Superior de Investigaciones Científicas ha puesto a la venta el Cálculo de Estructuras reticulares, de García Ortega—glosar brevemente el método de cálculo que en él se desarrolla y que obtuvo el premio “Francisco Franco 1945”, ilustrándole con el ejemplo de las últimas estructuras, ya construidas, en que le hemos aplicado. Quizá, por ello, el presente artículo pueda considerarse, por una parte, como una página más de la Intro-

ducción de dicho libro, y por otra, como nuevo ejemplo—el núm. 7—a añadir a los que, al final de la obra, la completan.

Pero, de una u otra forma, para el lector que no conozca el texto, sirvan estas páginas como referencia de un nuevo método de cálculo de estructuras y de su aplicación a un importante edificio, proyecto del Arquitecto D. Fernando Moreno Barberá y construido por “Corsan, S. A.”.



No se trata de una teoría nueva sobre el problema clásico de las estructuras. Se admiten las hipótesis clásicas sobre deformación y transmisión de momentos que sirven de base para la determinación de los esfuerzos producidos por la barra aislada, en función de los movimientos —giros y traslaciones— de sus extremos, pero el procedimiento que se emplea para el cálculo de la estructura es *completamente distinto* de los seguidos hasta ahora.

Referida la estructura previamente a dos ejes rectangulares, se comienza por plantear sus ecuaciones de equilibrio, teniendo en cuenta los momentos y los esfuerzos producidos en cada nudo por las barras concurrentes.

En dichas ecuaciones intervienen las características de todas las barras y las reacciones de empotramiento perfecto de todos los nudos. Ello obliga a emplear una notación especial, mediante la cual se distingue fácilmente a qué barra o nudo corresponde cada elemento. De no ser así, al intervenir en las ecuaciones, como decimos, las características de todas las barras y nudos, la confusión sería tan grande que haría imposible, o por lo menos muy difícil, el planteamiento del problema.

Refiriéndonos solamente al método abreviado (1), el sistema formado por las ecuaciones de equilibrio se transforma en otro equivalente, en el que se conservan las que expresan que los momentos resultantes que actúan en cada nudo son nulos —ecuaciones que proporcionan los valores de los giros—, mientras que las que expresan la anulación de las componentes de los esfuerzos, según los ejes de las X y de las Y , se

convierten, mediante sencillas transformaciones lineales, en las

$$\mathbb{E} + \bar{\mathbb{E}} = 0 \quad (2)$$

que sirven para obtener las compresiones de todas las barras y un cierto número de traslaciones denominadas principales; las restantes se obtienen mediante nuevas ecuaciones que se plantean expresando las relaciones que existen entre las componentes de las traslaciones como consecuencia de las posiciones relativas de los elementos de la estructura; es decir, de su forma.

Se plantea, pues, el problema de un modo general. El sistema inicial se transforma en otro más asequible, que proporciona, mediante los cuadros de que hablaremos, las compresiones de todas las barras y la deformación completa de la estructura —giros y traslaciones—, conocida la cual se determinan inmediatamente las leyes de momentos flectores y esfuerzos cortantes, que acaban de resolver totalmente el problema en todos los casos.

Aunque el sistema formado por las ecuaciones de equilibrio se transforma en otro más asequible, resulta éste, todavía, de resolución laboriosa. Para facilitarla, se recurre al empleo de cuadros, en que con gran claridad se indican por doble entrada las operaciones algebraicas que con los datos iniciales se realizan, al ir rellenando las casillas correspondientes, hasta obtener el valor de las incógnitas. Constituyen, pues, estos cuadros un proceso ordenado de *sustituciones sucesivas* aplicado a un sistema de ecuaciones de características especiales. En el caso sencillo de la viga de varios tramos, por ejemplo, la fórmula que da el valor del giro en el nudo a es:

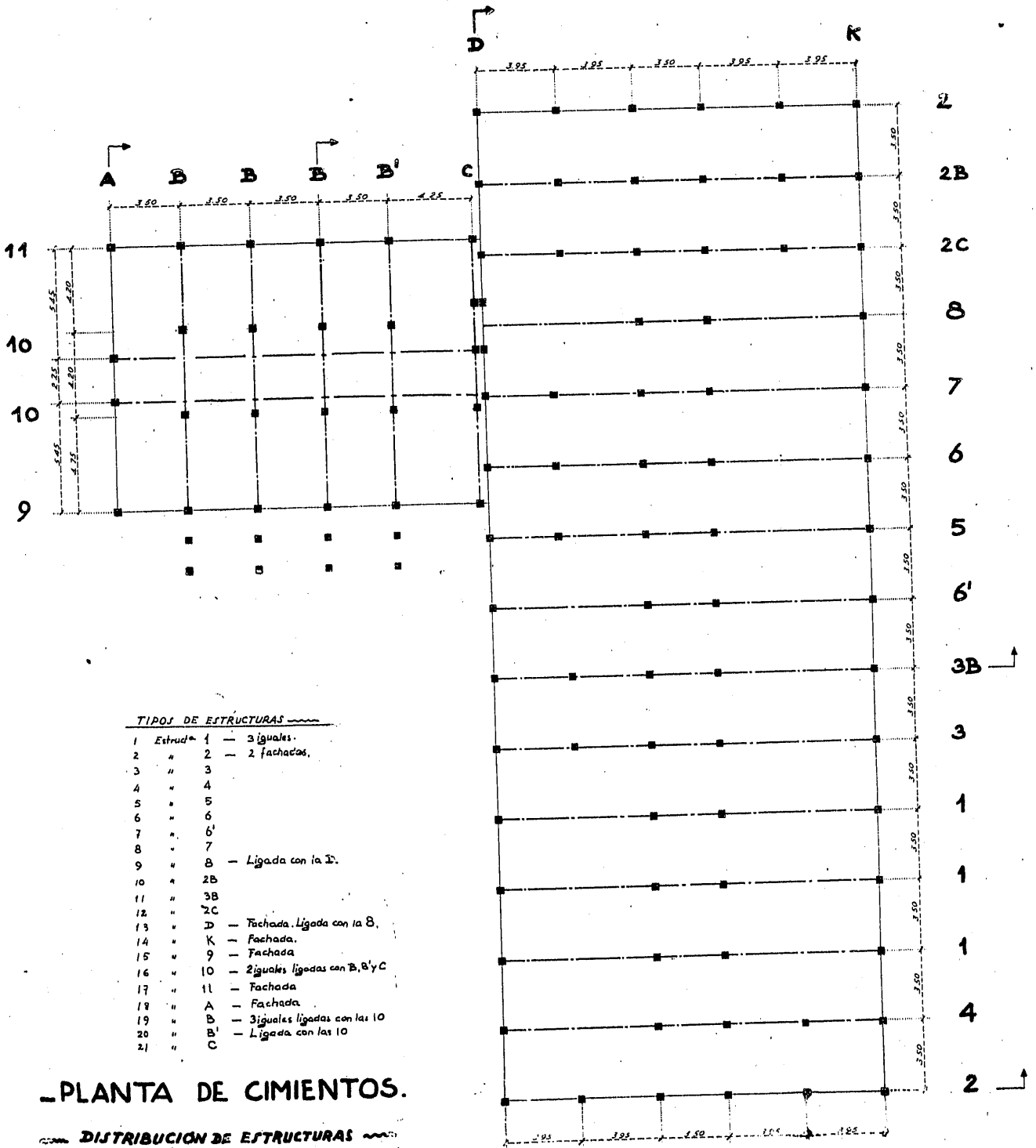
$$\begin{aligned} \theta_a = & p_a M_{e_a} + p_a c_{a-1} (p_{a-1} M_{e_{a-1}} + p_{a-1} c_{a-2} (p_{a-2} M_{e_{a-2}} + p_{a-2} c_{a-3} (\dots \\ & \dots + p_a c_a \{ p_{a+1} M_{e_{a+1}} + p_{a+1} c_a (p_a M_{e_a} + p_a c_{a-1} (p_{a-1} M_{e_{a-1}} + p_{a-1} c_{a-2} (p_{a-2} M_{e_{a-3}} \dots \\ & \dots + p_{a+1} c_{a+1} \} p_{a+2} M_{e_{a+2}} + p_{a+2} c_{a+1} (p_{a+1} M_{e_{a+1}} + p_{a+1} c_a (p_a M_{e_a} + p_a c_{a-1} (\dots \\ & \dots + p_{a+2} c_{a+2} [p_{a+3} M_{e_{a+3}} + p_{a+3} c_{a+2} (p_{a+2} M_{e_{a+2}} + p_{a+2} c_{a+1} (p_{a+1} M_{e_{a+1}} + p_{a+1} c_a (\dots)] \} \} \end{aligned}$$

Donde las p tienen expresiones de la forma:

$$p_a = \frac{1}{K_a - c_{a-1}^2 \frac{1}{K_{a-1} - c_{a-2}^2 \frac{1}{K_{a-2} - c_{a-3}^2 \frac{1}{K_{a-3} - c_{a-4}^2 \frac{1}{\dots}}}}$$

(1) Se exponen en el libro dos métodos: el riguroso y el abreviado.

(2) \mathbb{E} es una función lineal de las componentes X e Y de los esfuerzos producidos en los nudos por la deformación, y $\bar{\mathbb{E}}$ la misma función de las reacciones de empotramiento perfecto.



TIPOS DE ESTRUCTURAS

1	Estructura	1	3 iguales.
2	"	2	2 fachadas.
3	"	3	
4	"	4	
5	"	5	
6	"	6	
7	"	6'	
8	"	7	
9	"	8	Ligada con la 2.
10	"	2B	
11	"	3B	
12	"	2C	
13	"	D	Fachada. Ligada con la 8.
14	"	K	Fachada.
15	"	9	Fachada
16	"	10	2 iguales ligadas con B, B' y C
17	"	11	Fachada
18	"	A	Fachada
19	"	B	3 iguales ligadas con las 10
20	"	B'	Ligada con las 10
21	"	C	

- PLANTA DE CIMIENTOS.

DISTRIBUCIÓN DE ESTRUCTURAS

Figura 1.ª

Ambas expresiones no son de aplicación práctica. Pero su carácter de *especial recurrencia* las hace fácilmente manejables en forma de cuadros. Son los expuestos con los números 21 y 22 ó 23, en el libro a que nos venimos refiriendo.

Los cuadros desarrollan las fórmulas correspondientes en filas horizontales y en columnas dispuestas convenientemente, por lo que podemos decir que constituyen *fórmulas algébricas de dos dimensiones*.

Cada tipo de estructura tiene sus cuadros-fórmula característicos: así, la viga de varios tramos y el pórtico, con cuadros análogos (el cálculo de éste se reduce al de aquélla); la estructura de edificio; la viga Viendel; las trianguladas, etc.

El desarrollo de los cuadros y su manejo es fácil. Con ellos pueden resolverse los problemas derivados de un caso determinado de carga, o el general, es decir, en función de las reacciones de empotramiento perfecto; cuando se hace así, para resolver después cada caso particular de carga, basta sustituir los valores generales de las reacciones por los correspondientes al caso considerado. Pero, por ser de mayor brevedad, generalmente es preferible resolver el problema directamente para cada caso particular de carga.

Pudiera esto, dicho en esa forma, parecer, en cierto modo, paradójico, pero es que, realmente, así ocurre al no tener que repetir para cada caso todo el proceso de cálculo. Efectivamente — ya lo señalaremos en el ejemplo —, la mayor parte de los cálculos que es preciso desarrollar para una hipótesis de carga es utilizable para cualquier otra. Baste decir que en el cuadro-fórmula cada hipótesis de carga supone una columna del mismo y las restantes forman un *invariante* de la estructura.

La importancia que estos *invariantes* tienen para el estudio completo de una estructura, no sólo se desprende de lo que queda dicho, sino que a ello debe

añadirse que su utilización alcanza hasta los casos en que sea preciso considerar movimientos anormales en las sustentaciones y acotamientos en las barras. Todo ello queda reducido a proceder como si se tratase de nuevas hipótesis de carga.

Cuando la estructura es simétrica, se simplifican mucho los cálculos empleando cargas simétricas y antisimétricas, pudiéndose hacer uso de esta simplificación en todas las estructuras que gocen de simetría, aunque no estén simétricamente sustentadas.

Las operaciones se comprueban fácilmente a medida que se van efectuando, pudiéndose al final comprobar totalmente los resultados definitivos obtenidos.

En el edificio a que nos referimos al comenzar este artículo, se han calculado veintiuna estructuras diferentes. En la planta de cimiento que se ha esquematizado en la figura 1.^a, aparecen señaladas con la nomenclatura que las distingue.

Para todas se ha prescindido de traslaciones horizontales de los nudos, por ser despreciables; no así de las verticales, por no estar algunos nudos sustentados por pilares. Es el caso de los nudos *a, b, c, ...*, de la figura 2.^a que se presenta en las estructuras 8, 9, 10, *B, C y D*.

Hemos elegido la estructura 3 *B* para que sirva de ejemplo al cálculo de los giros. Como no tiene ninguna particularidad especial, puede considerarse como un caso general de estructura, y por ello resulta su cálculo adecuado para tomarlo como ejemplo numérico.

En la figura 3.^a — unido al esquema de la estructura — aparecen en un cuadro las características de todas las barras con la denominación derivada de la numeración correlativa de los nudos. Se anotan también los momentos y reacciones de empotramiento perfecto de los dinteles, para peso propio y para sobrecarga separadamente.

Todos estos datos constituyen los elementos de partida para la utilización del cuadro-fórmula. Aunque descompuesto en tres parciales, para su más clara reproducción, a continuación se acompaña éste por partida doble.

El primer ejemplar (parciales 1.^o, 2.^o y 3.^o) contiene en las veinticinco columnas de su *invariante* absolutamente todos los coeficientes que el proceso teórico de cálculo precisa. Son, como si dijéramos, los que habría de escribir el no familiarizado con el método. Pero precisamente su observación muestra la ordenada repetición de muchos de ellos y la anulación de otros al ir desapareciendo la influencia de los giros de un nudo en los suficientemente alejados. Por eso nos ha parecido elocuente acompañar un segundo

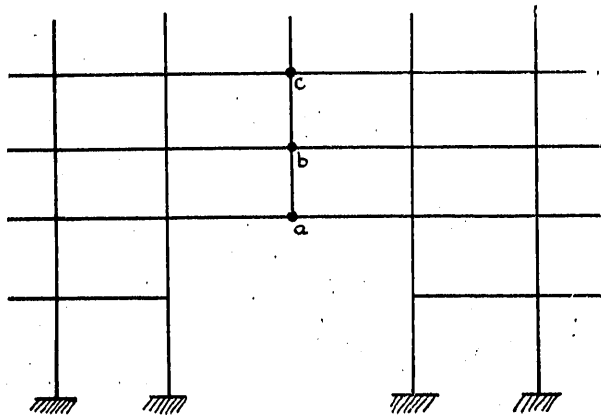
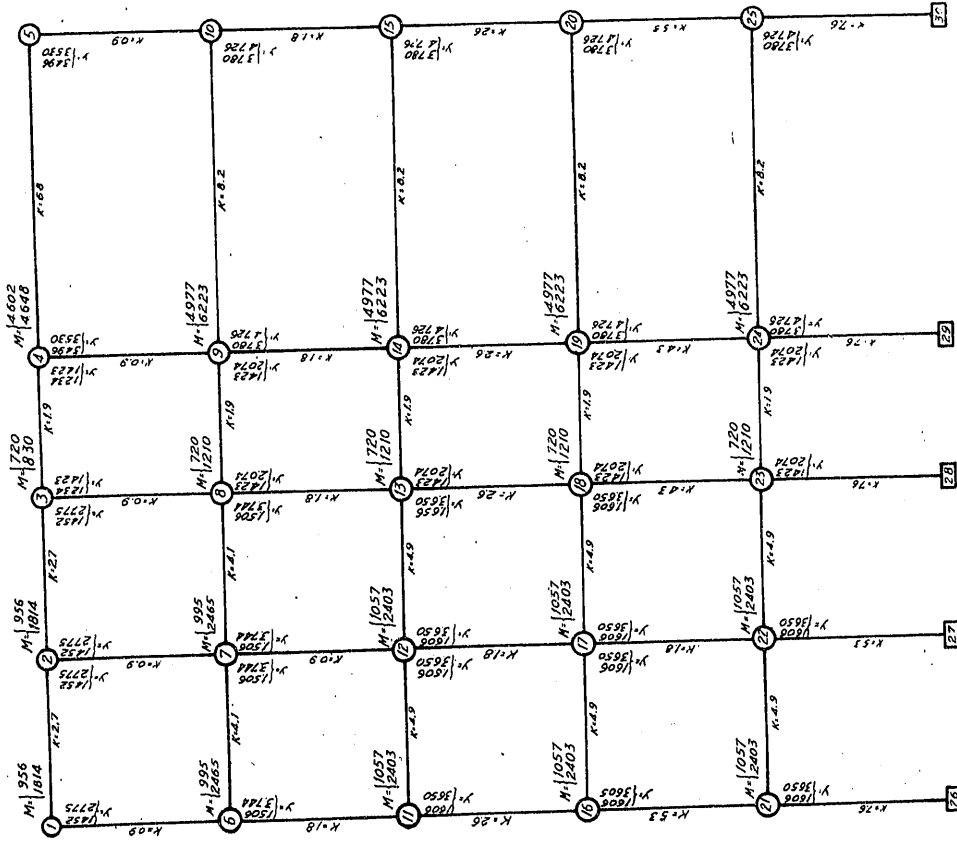


Figura 2.^a



ESTRUCTURA 3B BARRAS:	SECCIONES		LUGES L CM	K	
	ANCHO CM	ALTO CM		VALORES DE BARRAS	VALORES DE CÁLCULO
5	2.5	35	395	2714	2.7
		30	350	1929	1.9
		60	790	6835	6.8
4	2.5	25	450	868	0.9
		40	395	4051	4.1
		30	350	1929	1.9
3	2.5	30	790	8203	8.2
		30	450	1800	1.8
		25	450	868	0.9
2	30	40	395	4862	4.9
		25	350	1929	1.9
		60	790	8203	8.2
1	30	30	450	2620	2.6
		30	450	1800	1.8
		40	395	4862	4.9
PILARES:	25	30	350	1929	1.9
		60	790	8203	8.2
		43	450	5300	5.3
PILARES:	30	40	450	4267	4.3
		40	450	1800	1.8
		40	395	4862	4.9
PILARES:	43	30	350	1929	1.9
		60	790	8203	8.2
		43	450	7597	7.6
PILARES:	30	43	450	5300	5.3

Figura 3.

ESTRUCTURA 3B - CUADRO FORMULA Nº 1 - (Parcial 1º)

3B	I	II	III	θ ₁	θ ₂	θ ₃	θ ₄	θ ₅	θ ₆	θ ₇	θ ₈	θ ₉	θ ₁₀	θ ₁₁	θ ₁₂	θ ₁₃	θ ₁₄	θ ₁₅	θ ₁₆	
Me ₁ +Me ₁ (0.278)	+2.770	+0.956	+2.770	3.6	1.350				0.450											
θ ₁	-0.770	-0.266	-0.770		-0.375				-0.125											
Me ₂ +Me ₂	-1.814	+1.814	0.000	1.350	6.300	1.350				0.450										
1.35 θ ₁	-1.040	-0.359	-1.040		-0.505				-0.169											
SUMA(0.172)	-2.854	+1.455	-1.040			+1.350			-0.169	+0.450										
θ ₂	+0.492	-0.251	+0.179		-0.232				-0.029	-0.077										
Me ₃ +Me ₃	+0.594	-2.050	-1.220		1.350	5.500	0.950				0.450									
1.35 θ ₂	+0.669	-0.339	+0.242			-0.313			+0.039	-0.104										
SUMA(0.193)	+1.257	-2.389	-0.978				+0.950		+0.039	-0.104	0.450									
θ ₃	-0.242	+0.461	+0.189				-0.183		-0.007	-0.020	-0.087									
Me ₄ +Me ₄	+0.352	+8.530	+7.000		0.950	9.600	3.400					0.450								
+0.95 θ ₃	-0.230	+0.437	+0.180			-0.174			-0.006	-0.019	-0.082									
SUMA(-0.106)	+2.822	+8.967	+7.880					3.400	-0.006	-0.019	-0.082	+0.450								
θ ₄	-0.299	-0.950	-0.895					-0.360	-0.000	-0.002	+0.008	-0.047								
Me ₅ +Me ₅	-4.602	-9.250	-9.250				3.400	7.700					0.450							
3.4 θ ₄	-1.018	-3.230	-2.840				-1.224		+0.000	-0.006	+0.027	-0.160								
SUMA(0.154)	-5.620	-12.480	-12.090						+0.000	-0.006	+0.027	-0.160	+0.450							
θ ₅	+0.868	+1.930	+1.870						-0.000	+0.000	-0.004	+0.024	-0.069							
Me ₆ +Me ₆	+3.460	+0.995	+3.460	0.450					6.800	2.050				0.900						
0.45 θ ₅	-0.346	-0.120	-0.346		-0.168				-0.056											
-0.168 θ ₂	-0.082	+0.042	-0.080			+0.039			-0.004	+0.012										
+0.039 θ ₃	-0.009	+0.018	-0.007				-0.007		-0.000	+0.000	-0.003									
-0.007 θ ₄	+0.002	+0.006	+0.005					+0.002	-0.000	+0.000	+0.000	+0.000								
+0.002 θ ₅	+0.001	+0.003	+0.003						-0.000	+0.000	-0.000	+0.000	-0.000							
SUMA(-0.148)	+3.026	+0.944	+3.099						+2.062	-0.008	+0.000	-0.000	-0.900							
θ ₆	-0.450	-0.140	-0.460						-0.306	+0.000	-0.000	+0.000	-0.193							
Me ₇ +Me ₇	-2.465	+2.465	0.000		0.450				2.050	10.000	2.050									
0.45 θ ₆	+0.221	-0.113	+0.080			-0.104			+0.013	-0.034										
-0.104 θ ₃	+0.025	-0.048	-0.019				+0.019		+0.000	-0.002	+0.009									
0.019 θ ₄	-0.005	-0.018	-0.015					-0.006	+0.000	-0.000	+0.000	-0.000								
-0.006 θ ₅	-0.005	-0.011	-0.011						+0.000	-0.000	-0.000	-0.000	+0.000							
2.063 θ ₆	-0.930	-0.289	-0.950						-0.632	+0.000	-0.000	+0.000	-0.274							
SUMA(0.107)	-3.154	+1.986	-0.915							+2.059	-0.000	+0.000	-0.274	+0.450						
θ ₇	+0.337	-0.212	+0.098						-0.220	+0.000	-0.000	+0.029	-0.048							
Me ₈ +Me ₈	+0.935	-2.740	-1.530			0.450			2.050	8.700	0.950									0.900
0.45 θ ₇	-0.109	+0.208	+0.085				-0.082		-0.003	+0.009	-0.039									
+0.082 θ ₄	+0.024	+0.078	+0.068					+0.029	-0.000	+0.000	-0.000	+0.003								
0.029 θ ₅	+0.025	+0.056	+0.054						-0.000	+0.000	-0.000	+0.000	-0.802							
-0.003 θ ₆	+0.001	+0.000	+0.001						+0.000	-0.000	+0.000	-0.000	+0.000							
2.059 θ ₇	+0.694	-0.436	+0.202							-0.452	+0.000	-0.000	+0.059	-0.099						
SUMA(0.122)	+1.570	-2.834	-1.122									+0.959	-0.002	+0.059	-0.099	0.900				
θ ₈	-0.191	+0.346	+0.137									-0.016	+0.000	-0.007	-0.012	-0.110				
Me ₉ +Me ₉	+3.047	+10.480	+9.270				0.450				0.950	12.800	4.100							+0.900
0.45 θ ₈	+0.134	-0.428	-0.376					-0.162	+0.000	-0.000	+0.003	-0.021								
-0.162 θ ₅	-0.140	-0.312	-0.302						+0.000	-0.000	-0.000	-0.003	+0.011							
0.000 θ ₆	0.000	0.000	0.000						-0.000	+0.000	-0.000	+0.000	-0.000	-0.000						
0.000 θ ₇	0.000	0.000	0.000						+0.000	-0.000	-0.000	+0.000	-0.000							
+0.953 θ ₈	-0.182	+0.330	+0.131									+0.110	+0.000	-0.006	+0.011	-0.105				
SUMA(0.079)	+2.591	+10.070	+8.723										+4.111	-0.006	+0.011	-0.105	+0.900			
θ ₉	-0.205	-0.795	-0.690										-0.324	+0.000	-0.000	+0.008	-0.071			
Me ₁₀ +Me ₁₀	-4.977	-11.200	-11.200					0.450				4.100	10.900							0.900
0.45 θ ₉	+0.390	+0.870	+0.840						-0.000	+0.000	-0.001	+0.010	-0.031							
0.000 θ ₆	0.000	0.000	0.000						+0.000	-0.000	+0.000	-0.000	+0.000							
0.000 θ ₇	0.000	0.000	0.000						-0.000	+0.000	-0.000	+0.000	-0.000							
-0.001 θ ₈	+0.000	-0.000	-0.000									+0.000	-0.000	-0.000	+0.000					
4.110 θ ₉	-0.843	-3.260	-2.838									-1.330	+0.000	-0.000	+0.032	-0.092				
SUMA(-0.105)	-5.430	-14.590	-13.198											-0.000	-0.000	+0.032	-0.092	+0.900		
θ ₁₀	+0.570	+1.424	+1.382											-0.000	+0.000	-0.000	+0.000	-0.094		
Me ₁₁ +Me ₁₁	+3.460	+1.057	+3.460						0.900					0.900	2.450					1.90

ESTRUCTURA 3B. CUADRO FORMULA N° 1 (Parcial 2°)

3-B	I	II	III	0'6	0'7	0'8	0'9	0'10	0'11	0'12	0'13	0'14	0'15	0'16	0'17	0'18	0'19	0'20	0'21	0'22	0'23	0'24	
M67 + M311	+3.450	+1.057	+3.460	0.900					3.300	2.450						1.300							
0.9 06	-0.405	-0.125	-0.414		-0.275	+0.000	-0.000	-0.000	-0.119														
-0.275 07	-0.092	+0.058	-0.027			+0.060	-0.000	-0.000	+0.008	+0.013													
+0.060 08	-0.011	+0.020	+0.008				-0.006	-0.000	-0.000	+0.000	-0.006												
-0.006 09	+0.001	+0.005	+0.004					+0.001	-0.000	+0.000	-0.020												
+0.001 010	+0.000	-0.001	+0.001						+0.000	-0.000	+0.000	-0.000	-0.000										
SUMA(-0.109)	+2.959	+1.014	+3.032							2.463	-0.006	+0.000	-0.000	+1.300									
0'11	-0.322	-0.110	-0.330							-0.269	+0.000	-0.000	+0.000	-0.142									
M612 + M412	-2.403	-2.403	0.000		0.450				2.450	12.500	2.450											0.900	
0.45 07	-0.152	-0.095	-0.044			-0.099	+0.000	-0.000	-0.013	-0.021													
-0.099 08	-0.019	-0.034	-0.013				+0.011	-0.000	-0.000	-0.001	+0.010												
+0.011 09	-0.002	-0.008	-0.007					-0.003	+0.000	-0.000	+0.000	-0.000											
-0.003 010	-0.001	-0.004	-0.004						+0.000	-0.000	+0.000	-0.000	+0.000										
2.463 011	-0.795	-0.271	-0.814							-2.663	-0.000	-0.000	+0.000	-0.850									
SUMA(+0.043)	-3.030	-1.991	-2.794							2.450	-0.000	+0.000	-0.350	+0.900									
0'12	+0.256	-0.168	-0.067							-0.208	+0.000	-0.000	+0.000	-0.029	-0.076								
M613 + M413	+0.073	-2.740	-1.530			0.900				2.450	11.200	0.950											1.300
0.9 08	-0.171	+0.311	+0.123					-0.104	+0.000	-0.006	+0.010	-0.099											
-0.104 09	+0.021	+0.022	-0.071						+0.023	-0.000	-0.000	-0.000	+0.007										
+0.033 010	+0.018	+0.047	+0.045							-0.000	+0.000	-0.000	+0.001	-0.003									
-0.006 011	+0.001	+0.000	+0.002							-0.001	-0.000	+0.000	-0.000	+0.000									
2.461 012	+0.630	-0.413	-0.165							-0.512	-0.000	-0.000	-0.000	+0.000									
SUMA(+0.045)	-1.372	-2.713	-1.124								+0.959	-0.003	+0.071	-0.187	+1.300								
0'13	-0.130	+0.256	+0.106							-0.091	+0.000	-0.006	+0.017	-0.123									
M614 + M414	-3.047	+0.480	+9.270			0.900				0.950	14.500	4.100											1.300
0.9 09	-0.184	-0.715	-0.621					-0.291	+0.000	-0.000	+0.007	-0.064											
-0.291 010	-0.166	-0.415	-0.402						+0.000	-0.000	+0.000	-0.008	-0.027										
+0.557 011	-0.124	+0.245	+0.101								-0.027	+0.000	-0.000	-0.005	+0.016	-0.118							
SUMA(+0.063)	-2.573	-3.595	+8.348										+4.127	-0.005	+0.016	-0.118	+1.300						
0'14	-0.179	-0.669	-0.581							-0.258	+0.000	-0.001	+0.008	-0.090									
M615 + M415	-4.977	-11.200	-11.200			0.900				4.100	12.600												1.300
0.9 010	+0.513	+1.281	+1.243					-0.080	+0.000	-0.002	+0.027	-0.044											
0.000 011	+0.000	0.000	0.000						+0.000	-0.000	+0.000	-0.000	+0.000										
0.000 012	0.000	0.000	0.000							-0.000	+0.000	-0.000	-0.000	-0.000									
-0.002 013	0.000	0.000	0.000							+0.000	-0.000	-0.000	-0.000	+0.000									
+4.127 014	-0.739	-2.760	-2.400										-1.189	+0.000	-0.004	+0.033	-0.371						
SUMA(+0.084)	-5.203	-12.679	+2.357											+0.000	-0.004	+0.033	-0.371	+1.300					
0'15	+0.460	+1.120	+1.091											-0.000	+0.000	-0.002	+0.032	+0.115					
M616 + M416	+3.460	+1.057	+3.460						1.300														2.650
1.3 011	-0.418	-0.143	-0.429							-0.350	+0.000	-0.080	+0.000	-0.184									
-0.35 012	-0.089	-0.058	-0.023								+0.072	-0.000	+0.000	-0.003	+0.026								
+0.072 013	-0.009	+0.018	+0.007								-0.006	+0.000	-0.000	-0.001	-0.008								
-0.006 014	+0.001	+0.004	+0.003								+0.001	-0.000	+0.000	-0.000	+0.000								
+0.001 015	+0.000	+0.001	+0.001										-0.000	+0.000	-0.000	+0.000	-0.000						
SUMA(+0.073)	-2.945	-0.995	-3.019											2.477	+0.008	+0.000	+0.000	+2.650					
0'16	-0.234	-0.079	-0.240											-0.195	+0.000	-0.000	+0.000	-0.810					
M617 + M417	-2.403	-2.403	0.000							0.900													0.900
0.9 012	+0.230	-0.151	+0.060								-0.187	+0.000	-0.000	+0.026	-0.068								
-0.187 013	+0.024	-0.048	-0.019									+0.047	-0.000	+0.001	-0.003	+0.023							
+0.017 014	-0.003	-0.011	-0.009										-0.004	+0.000	-0.000	+0.000	-0.001						
-0.004 015	-0.001	-0.004	-0.004											+0.000	-0.000	-0.000	+0.000						
2.477 016	-0.579	-0.195	-0.593											-0.465	+0.000	-0.000	+0.000	-0.520					
SUMA(+0.078)	-2.732	-1.994	-0.565												2.473	-0.001	+0.000	-0.520	+0.900				
0'17	+0.213	-0.156	+0.044												-0.193	+0.000	-0.000	+0.040	-0.070				
M618 + M418	-0.073	-2.740	-1.530							1.300													2.150
1.3 013	-0.169	-0.333	-0.138											-0.043	+0.000	-0.007	+0.022	-0.160					
-0.118 014	+0.021	+0.079	+0.068												+0.034	-0.000	+0.000	-0.000	+0.010				
+0.034 015	+0.015	+0.038	+0.037												-0.000	+0.000	-0.000	+0.001	-0.039				

ESTRUCTURA 3B. CUADRO FORMULA N°1 (Parcial 1°)

(BIS)

-3 B	I	II	III	01	02	03	04	05	06	07	08	09	010	011	012	013	014	015	016
Me1 + Md1 =	2.770	+0.956	+2.770	3.6	1.350				0.450										
01	-0.770	-0.266	-0.770		-0.375				-0.125										
Me2 + Md2 =	-1.814	+1.814	0.000			6.300	1.350			0.450									
1.35 01	-1.040	-0.359	-1.040		-0.505				-0.169										
SUMA(0.172)	-2.854	+1.455	-1.040																
02	+0.492	-0.251	+0.179			-0.232			-0.029	-0.077									
Me3 + Md3 =	+0.594	-2.050	-1.220			5.500	0.950					0.450							
1.35 02	+0.663	-0.339	+0.242			-0.313			0.039	-0.104									
SUMA(0.193)	+1.251	-2.389	-0.978																
03	-0.242	+0.461	+0.189				-0.183		-0.007	+0.020	-0.047								
Me4 + Md4 =	+3.052	+8.530	+7.700					9.600	3.400					0.450					
+0.95 03	-0.280	+0.437	+0.180				-0.174		-0.006	+0.019	-0.082								
SUMA(0.106)	+2.822	+8.967	+7.780																
04	-0.299	-0.950	-0.835					-0.360		-0.002	+0.008	-0.647							
Me5 + Md5 =	-4.602	-9.250	-9.250					7.700						0.450					
3.4 04	-1.018	-3.230	-2.840					-1.224		-0.006	+0.027	-0.160							
SUMA(0.154)	-5.620	-12.480	-12.090																
05	+0.868	+1.930	+1.870																
Me6 + Md6 =	+3.460	+0.995	+3.460						6.800	2.850					0.900				
0.45 01	-0.346	-0.120	-0.346						-0.056										
-0.168 02	-0.092	+0.042	-0.090						-0.004	+0.012									
+0.039 03	-0.009	+0.018	-0.007																
-0.007 04	+0.002	+0.006	+0.005																
+0.002 05	+0.001	+0.003	+0.003																
SUMA(0.148)	+3.026	+0.944	+3.099							+2.062									
06	-0.450	-0.140	-0.460							-0.396				-0.133					
Me7 + Md7 =	-2.465	+2.465	0.000							10.000	2.050								
0.45 02	+0.221	-0.113	+0.080							-0.034	+0.009								
-0.104 03	-0.025	-0.048	-0.019																
0.019 04	-0.005	-0.018	-0.015																
-0.006 05	-0.005	-0.011	-0.011																
2.063 06	-0.930	-0.289	-0.950							-0.692									
SUMA(0.107)	3.154	+1.986	-0.915																
07	+0.337	-0.212	+0.098																
Me8 + Md8 =	+0.935	-2.740	-1.590																
0.45 03	-0.109	+0.208	+0.085																
-0.042 04	+0.024	+0.078	+0.068																
0.029 05	+0.025	+0.056	+0.054																
-0.003 06	+0.001	+0.000	+0.001																
2.059 07	+0.694	-0.436	+0.202																
SUMA(0.122)	+1.570	-2.834	-1.122																
08	-0.191	+0.346	+0.137																
Me9 + Md9 =	+3.047	+0.480	+9.270										12.800	4.100					0.900
0.45 04	-0.134	-0.428	-0.376											-0.021					
-0.162 05	-0.140	-0.312	-0.302											-0.003	0.011				
0.000 06																			
0.000 07																			
+0.953 08	-0.182	+0.330	+0.131											-0.110		-0.006	+0.011	-0.105	
SUMA(0.079)	+2.591	+0.070	+8.723																
09	-0.205	-0.795	-0.690																
Me10 + Md10 =	-4.977	-11.200	-11.200																
0.45 + 05	+0.390	+0.870	+0.840																
0.000 06																			
0.000 07																			
-0.001 08																			
+4.110 09	-0.843	-3.260	-2.838																
SUMA(0-	-5.430	-13.590	-13.198																
010	+0.570	+1.424	+1.382																
Me11 + Md11 =	+3.460	+1.057	+3.460												9.300	2.450			1.300

3-B	I	II	III		I	II	III		I	II	III
025 =	+0.230	+0.545	+0.536	014	-0.179	-0.069	-0.581	05	+0.868	+1.930	+1.870
024 =	-0.114	-0.415	-0.362	-0.288 015	-0.121	-0.292	+0.286	-0.004 08	+0.000	-0.001	-0.001
-0.193 025	-0.044	-0.105	-0.103	-0.001 017	0.000	0.000	0.000	+0.024 09	-0.008	-0.027	-0.025
024 =	-0.158	-0.520	-0.465	+0.008 018	0.000	+0.002	+0.001	-0.069 010	-0.036	-0.090	-0.087
023 =	-0.061	+0.139	+0.065	-0.09 019	+0.018	+0.060	+0.053	05	+0.824	+1.812	+1.757
-0.054 024	+0.008	+0.028	+0.025	014	-0.282	-0.900	-0.813	04	-0.299	-0.950	-0.835
+0.000 025	0.000	0.000	0.000	013	-0.130	+0.256	+0.106	-0.36 05	-0.296	-0.652	-0.632
023	-0.053	+0.167	+0.090	-0.091 014	+0.025	+0.082	+0.074	-0.002 07	-0.000	+0.000	-0.000
022	+0.157	-0.127	+0.023	-0.006 016	+0.001	+0.000	+0.001	+0.008 08	-0.001	+0.003	+0.002
-0.15 023	+0.008	-0.025	-0.013	+0.017 017	+0.003	-0.003	+0.000	-0.047 09	+0.016	+0.054	+0.049
0.000 024	0.000	0.000	0.000	-0.123 018	+0.009	-0.027	-0.014	04	-0.580	-1.545	-1.416
0.000 025	0.000	0.000	0.000	013	-0.092	+0.308	+0.167	03	-0.242	+0.461	+0.189
022	+0.165	-0.152	+0.010	012	+0.256	-0.168	+0.067	-0.183 04	+0.106	+0.283	+0.259
021	-0.158	-0.055	-0.163	-0.208 013	+0.019	-0.064	-0.034	-0.007 06	+0.003	+0.000	+0.003
-0.144 022	-0.023	+0.022	-0.001	+0.029 016	-0.007	-0.001	-0.006	+0.02 07	+0.007	-0.006	+0.000
021	-0.181	-0.033	-0.164	-0.076 017	-0.016	+0.014	-0.001	-0.087 08	+0.011	-0.038	-0.021
020	+0.336	+0.808	+0.790	012	+0.252	-0.219	+0.026	03	-0.115	+0.700	+0.430
-0.002 023	+0.000	-0.000	-0.000	011	-0.322	-0.110	-0.330	02	+0.492	-0.251	+0.179
+0.035 024	-0.005	-0.018	-0.016	-0.269 012	-0.068	+0.059	-0.007	-0.232 03	+0.026	-0.162	-0.100
-0.177 025	-0.040	-0.096	-0.095	-0.142 016	+0.033	+0.005	+0.029	+0.029 06	-0.014	-0.001	-0.012
020	+0.291	+0.694	+0.679	011	-0.357	-0.046	-0.308	-0.077 07	-0.026	+0.023	-0.002
019	-0.152	-0.559	-0.487	010	+0.570	+1.424	+1.382	02	+0.478	-0.391	+0.065
-0.246 020	-0.071	-0.171	-0.167	-0.003 013	+0.000	-0.001	-0.000	01	-0.770	-0.266	-0.770
+0.009 023	-0.000	+0.001	+0.000	+0.003 014	-0.008	-0.027	-0.024	-0.375 02	-0.179	+0.146	-0.024
-0.128 024	+0.020	+0.066	+0.059	-0.094 015	-0.039	-0.095	-0.093	-0.125 06	+0.063	+0.005	+0.053
019	-0.203	-0.663	-0.595	010	+0.523	+1.301	+1.265	01	-0.886	-0.115	-0.741
018	-0.097	+0.205	+0.090	019	-0.205	-0.795	-0.690				
-0.073 019	+0.014	+0.048	+0.043	-0.324 010	-0.170	-0.422	-0.410				
-0.007 021	+0.001	+0.000	+0.001	+0.008 013	-0.000	+0.002	+0.001				
+0.013 022	+0.002	-0.001	+0.000	-0.071 014	+0.020	+0.064	+0.058				
-0.165 023	+0.008	-0.027	-0.014	09	-0.355	-1.151	-1.041				
018	-0.072	+0.225	+0.120	08	-0.191	+0.346	+0.137				
017	+0.213	-0.156	+0.044	-0.116 09	+0.041	+0.134	+0.121				
-0.193 018	+0.014	-0.043	-0.023	-0.07 011	+0.002	+0.000	+0.002				
+0.040 021	-0.007	-0.001	-0.006	+0.012 012	+0.003	-0.002	+0.000				
-0.07 022	-0.011	+0.010	-0.000	-0.11 013	+0.010	-0.034	-0.018				
017	+0.209	-0.190	+0.015	08	-0.135	+0.444	+0.242				
016	-0.234	-0.079	-0.240	07	+0.337	-0.212	+0.098				
-0.196 017	-0.041	+0.037	-0.003	-0.22 08	+0.030	-0.098	-0.053				
-0.21 021	+0.038	+0.007	+0.034	+0.029 011	-0.010	-0.001	-0.009				
016	-0.237	-0.035	-0.209	-0.048 012	-0.012	+0.010	-0.001				
015	+0.460	+1.120	+1.091	07	+0.345	-0.301	+0.035				
-0.002 018	+0.000	-0.000	-0.000	06	-0.450	-0.140	-0.460				
+0.032 019	-0.006	-0.021	-0.019	-0.306 07	-0.106	+0.092	-0.010				
-0.115 020	-0.033	-0.080	-0.078	-0.133 011	+0.047	+0.006	+0.041				
015	+0.421	+1.019	+0.994	06	-0.509	-0.042	-0.429				

CUADRO AUXILIAR
 para efectuar
 sustituciones
 OBTENCION DE
 LOS GIROS θ_{25}
 AL θ_1 PARA LAS
 TRES HIPOTESIS
 DE CARGA.

ejemplar del mismo cuadro-fórmula (parciales 1.º bis, 2.º bis, 3.º bis) con los únicos coeficientes que, en la práctica, ha sido preciso calcular.

Se han considerado tres hipótesis de carga correspondientes a las columnas I, II y III, que figuran inmediatamente a la izquierda del *invariante*. Han consistido en suponer los tramos alternativamente cargados y descargados o todos ellos cargados.

Conviene también aclarar, aunque la primera columna — directriz del cálculo — lo indica, que previamente hemos ido obteniendo los coeficientes de las θ' . Utilizando el cuadro auxiliar para ir efectuando las sustituciones, se han deducido más cómodamente los valores definitivos de las θ (1). Los cálculos se han desarrollado siguiendo el cuadro-fórmula número 29 del libro, pero prescindiendo de las columnas correspondientes a las z , puesto que, como hemos dicho, las traslaciones son despreciables. Así, para la determinación de θ'_6 , por ejemplo, se ha partido de la ecuación de equilibrio

$$M_{E_0} + M_{B_0} = K_0 \theta_0 + \sum c_i \theta_i + M_{E_0} = 0,$$

(1) θ'_n indica el valor del giro θ_n en función de los de orden superior. En este caso, para el giro en el último nudo se tienen los valores +0,230, +0,545 y +0,536 en cada una de las hipótesis. Como $\theta'_{25} = \theta_{25}$, los valores anteriores son los que sirven para iniciar las sustituciones, por orden inverso hasta llegar a θ_1 .

o sea:

$$\left. \begin{array}{l} 3,460 \\ 0,995 \\ 3,460 \end{array} \right\} + 0,450 \theta_1 + 6,800 \theta_6 + 2,050 \theta_7 + 0,900 \theta_{11} = 0.$$

Después se han sustituido, sucesivamente, los valores de θ'_1 , θ'_2 , θ'_3 , θ'_4 y θ'_5 , ya hallados anteriormente, hasta llegar a la ecuación:

$$\left. \begin{array}{l} 3,026 \\ 0,944 \\ 3,099 \end{array} \right\} + 6,740 \theta_6 + 2,062 \theta_7 - 0,003 \theta_8 + 0,900 \theta_{11} = 0;$$

y, por último, multiplicando por $-\frac{1}{6,740} = -0,148$, se ha despejado θ'_6 , obteniéndose el valor:

$$\theta'_6 = \left. \begin{array}{l} -0,450 \\ -0,170 \\ -0,460 \end{array} \right\} - 0,306 \theta_7 - 0,133 \theta_{11}.$$

La obtención de los *momentos elásticos*, una vez conocidos los giros, es inmediata aplicando la fórmula que da el *momento* en el extremo *a* de una barra *ab*:

$$M_{a/b} = M_{E_{a/b}} + k \left(\theta_a + \frac{1}{2} \theta_b \right).$$

(Continuará.)