

# PLANOS DE OLAJE EN SEGUNDA APROXIMACION

Por RAMON IRIBARREN CAVANILLES y CASTO NOGALES Y OLANO, Ingenieros de Caminos.

*Presentan los autores un estudio complementario de su ponencia relativa a la 4.ª Comunicación de la Sección II del Congreso Internacional de Navegación, celebrado en Lisboa, la que deberán consultar aquellos de nuestros lectores que se interesen por estas cuestiones. En este primer artículo se determina, partiendo de datos de observación, el coeficiente de rozamiento para conocer la altura de ola en la hipótesis de consumo de energía, y se calculan unos cuadros y gráficos para facilitar esta labor.*

Como complemento a nuestra ponencia relativa a la 4.ª Comunicación de la Sección II del XVII Congreso Internacional de Navegación, celebrado en Lisboa en el mes de septiembre, hemos presentado a la Mesa de dicha Sección II algunos estudios relacionados con el tema de dicha 4.ª Comunicación, "Penetración de la agitación en los puertos Medios de preverla y de combatirla. Ensayos de Laboratorio", que juzgamos de interés dar a conocer a los lectores de la REVISTA.

Dichos estudios complementarios, cuyos antecedentes pueden encontrarse en las publicaciones del Congreso (Sección II, 4.ª Comunicación), se refieren principalmente a la determinación del coeficiente de rozamiento para la evaluación del consumo de energía de la ola, a la deformación y disimetría de la ola, y a la expansión lateral secundaria.

## I. Determinación del coeficiente de rozamiento $Q$ para la evaluación del consumo de energía de la ola.

Como se indica al final del párrafo *b*), "Consumo de energía", de nuestra ponencia, el coeficiente  $Q$  de rozamiento, al igual que otros coeficientes hidráulicos, tales como el de Chezy, no será constante, sino función de los propios datos del problema, y en particular de la profundidad, debiendo aumentar a medida que ésta disminuye por ser mayor la remoción del fondo, y porque el efecto de la viscosidad es pro-

porcional a una potencia de la velocidad de grado superior al primero.

Para determinar esta función será preciso disponer de observaciones directas, abundantes y suficientemente precisas, que no nos ha sido posible recopilar todavía pero que esperamos poder reunir en un plazo no muy largo, contando con la colaboración de todos los colegas que se ocupan de estas interesantes cuestiones.

Independientemente de algunos otros datos de menor garantía, disponemos de observaciones de gran interés efectuadas en las costas de Australia (\*), que son de un inestimable valor para determinar el coeficiente  $Q$  por referirse a pendientes extraordinariamente suaves de la plataforma costera, en las que un pequeño error en el valor del coeficiente conduciría a grandes variaciones en los resultados obtenidos, los cuales pueden así ser fehacientemente confrontados con los datos suministrados.

El temporal observado corresponde a una ola de longitud  $2L_0$  en mar profundo igual a 856 pies. Las líneas de onda llegan, sin deformación apreciable, hasta una profundidad de 25 brazas — 150 pies —, en la que la altura media de la ola es de 13 pies.

En tres puntos, *A, B, C*, situados más al interior de la plataforma costera, se han medido las alturas de ola que, lógicamente, resultaron mucho menores que las determinadas, sin tener en cuenta el consumo de energía, en las extremadamente suaves pendientes de estas plataformas costeras australianas. Dichas determinaciones y las medidas correspondientes se resumen en el siguiente cuadro:

Punto	Altura de ola en la onda inicial Pies	Altura de ola después de la expansión frontal, sin tener en cuenta el consumo de energía Pies	Altura de ola observada Pies
A	13	$13 \sqrt{\frac{17}{19}} = 13 \times 0,946 = 12,30$	10
B	13	$13 \sqrt{\frac{17}{20}} = 13 \times 0,922 = 11,99$	5 a 6
C	13	$13 \sqrt{\frac{17}{32}} = 13 \times 0,729 = 9,48$	2,5

(\*) Proporcionadas por M. Fréderick Andrés, Ingeniero Director de "The South Australian Harbour Board", de Adelaide.

Se han trazado los perfiles longitudinales del fondo partiendo de la onda originaria hasta los puntos A, B, C, a lo largo de las normales del plano de oleaje que pasan por estos puntos, y se ha aplicado la fórmula establecida para determinar el consumo de energía:

$$\frac{h'_B}{h'_A} = \frac{p_B}{p_A} \sqrt{\left[ 1 - \frac{Q}{T} \cdot p_m^2 \left( K_m - \frac{1}{K_m} \right) \right]^n}$$

donde:

$$n = \frac{1}{2} K_m \frac{AB}{L_0};$$

siendo el semiperíodo:

$$T = \sqrt{\frac{\pi}{g} \cdot L_0} = 6,47 \text{ seg.}$$

Después de ensayadas varias expresiones se ha comprobado, como más adelante se indica, que la fórmula

$$Q = \frac{0,12}{\text{Sh} \pi \frac{H}{L}}$$

da resultados suficientemente próximos a la realidad observada para poder ser empleada como valor del coeficiente de rozamiento, al menos provisionalmente, en tanto que no sea posible mejorarla como consecuencia de precisas observaciones más abundantes y extensas.

A continuación se calculan las alturas de ola correspondientes a los puntos A, B, C, no solamente para comprobar el grado de aproximación de esta expresión, sino también a título de ejemplos de aplicación del método.

PUNTO A

Punto	Profundidad $\frac{H}{L_0}$ Pies	$\frac{H}{L_0}$	Distancia — Pies	Pendiente — En ‰	$p$	$\frac{H_m}{L_0}$	$K_m$	$\frac{1}{K_m}$	$p_m$	$n$	$Q$
1	150	0,351	23 000	0,52	0,9140						
2	138	0,323	6 600	1,82	—	0,337	1,1794	0,8479	0,9133	31,70	0,075047
3	126	0,294	13 700	0,88	—	0,308	1,2121	0,8250	0,9132	9,35	0,082192
4	114	0,266	12 700	0,95	—	0,280	1,2497	0,8022	0,9146	20,00	0,089955
5	102	0,238	20 000	0,30	—	0,252	1,2970	0,7710	0,9184	19,24	0,098765
6	96	0,224	15 600	0,39	—	0,231	1,3358	0,7486	0,9225	31,21	0,10629
7	90	0,210	1 500	2,00	—	0,217	1,3671	0,7315	0,9266	24,91	0,11194
A	87	0,203			0,9315	0,207	1,3928	0,7180	0,9302	2,44	0,11617

De este cuadro deducimos:

$$\begin{aligned} \frac{h'_A}{h'_1} &= \frac{0,9315}{0,9140} \times \left[ 1 - \frac{0,075047}{6,47} \times 0,9133^2 \times 0,3315 \right]^{1/2 \times 31,70} \times \left[ 1 - \frac{0,082192}{6,47} \times 0,9132^2 \times 0,3871 \right]^{1/2 \times 9,35} \times \\ &\times \left[ 1 - \frac{0,089955}{6,47} \times 0,9146^2 \times 0,4495 \right]^{1/2 \times 20,00} \times \left[ 1 - \frac{0,098765}{6,47} \times 0,9184^2 \times 0,5260 \right]^{1/2 \times 19,24} \times \\ &\times \left[ 1 - \frac{0,10629}{6,47} \times 0,9225^2 \times 0,5872 \right]^{1/2 \times 31,21} \times \left[ 1 - \frac{0,11194}{6,47} \times 0,9266^2 \times 0,6356 \right]^{1/2 \times 24,91} \times \\ &\times \left[ 1 - \frac{0,11617}{6,47} \times 0,9302^2 \times 0,6748 \right]^{1/2 \times 2,44} = 0,65; \end{aligned}$$

o sea:  $2 h'_A = 0,65 \times 12,30 = 8$  pies; próxima a los 10 pies observados.

PUNTO B

Punto	Profundidad H — Pies	H / L <sub>0</sub>	Distancia — Pies	Pendiente — En ‰	p	H <sub>m</sub> / L <sub>0</sub>	K <sub>m</sub>	1 / K <sub>m</sub>	p <sub>m</sub>	n	Q
1	150	0,351	24 600	0,49	0,9140	0,337	1,1794	0,8479	0,9133	33,89	0,075047
2	138	0,323	6 600	2,73	—	0,302	1 2195	0,8200	0,9133	9,40	0,083740
3	120	0,281	10 000	1,20	—	0,267	1,2541	0,7974	0,9149	14,65	0,090772
4	108	0,253	23 400	0,77	—	0,232	1,3339	0,7497	0,9223	36,46	0,10591
5	90	0,211	7 800	1,54	—	0,200	1,4098	0,7093	0,9327	12,85	0,11929
6	78	0,190	7 800	0,77	—	0,179	1,4721	0,6793	0,9423	13,41	0,12965
7	72	0,163	8 400	1,43	—	0,154	1,5645	0,6392	0,9591	15,35	0,14437
8	60	0,140	5 800	2,07	—	0,126	1,7024	0,5874	0,9850	11,53	0,16538
9	48	0,112	4 500	0,67	—	0,108	1,8201	0,5494	1,010	9,57	0,18251
B	45	0,105			1,014						

$$\frac{h'_B}{h'_1} = \frac{1,014}{0,914} \times \left[ 1 - \frac{0,075047}{6,47} \times 0,9133^2 \times 0,3315 \right]^{1/2 \times 33,89} \times \left[ 1 - \frac{0,083740}{6,47} \times 0,9133^2 \times 0,3995 \right]^{1/2 \times 9,40} \times \left[ 1 - \frac{0,090772}{6,47} \times 0,9149^2 \times 0,4567 \right]^{1/2 \times 14,65} \times \left[ 1 - \frac{0,10591}{6,47} \times 0,9223^2 \times 0,5842 \right]^{1/2 \times 36,46} \times \left[ 1 - \frac{0,11929}{6,47} \times 0,9327^2 \times 0,7005 \right]^{1/2 \times 12,85} \times \left[ 1 - \frac{0,12965}{6,47} \times 0,9428^2 \times 0,7928 \right]^{1/2 \times 13,41} \times \left[ 1 - \frac{0,14437}{6,47} \times 0,9591^2 \times 0,9253 \right]^{1/2 \times 15,35} \times \left[ 1 - \frac{0,16,538}{6,47} \times 0,9860^2 \times 1,1150 \right]^{1/2 \times 11,53} \times \left[ 1 - \frac{0,18251}{6,47} \times 1,010^2 \times 1,2707 \right]^{1/2 \times 9,57};$$

de donde:  $2h'_B = 0,43162 \times 11,99 = 5,18$  pies; coincidente con la altura observada de 5 a 6 pies.

PUNTO C

Punto	Profundidad H — Pies	H / L <sub>0</sub>	Distancia — Pies	Pendiente — En ‰	p	H <sub>m</sub> / L <sub>0</sub>	K <sub>m</sub>	1 / K <sub>m</sub>	p <sub>m</sub>	n	Q
1	150	0,351	7 690	0,40	0,9140	0,337	1,1794	0,8479	0,9133	34,90	0,075047
2	138	0,323	1 830	3,00	—	0,302	1,2195	0,8200	0,9133	8,58	0,083740
3	120	0,281	2 475	1,33	—	0,267	1,2541	0,7974	0,9149	13,25	0,090772
4	108	0,253	6 890	0,80	—	0,232	1,3339	0,7497	0,9223	35,33	0,10591
5	90	0,211	2 410	2,28	—	0,189	1,4409	0,6939	0,9386	13,36	0,12451
6	72	0,168	4 270	0,86	—	0,154	1,5645	0,6392	0,9591	25,65	0,14437
7	60	0,140	1 370	2,67	—	0,126	1,7024	0,5874	0,9860	8,97	0,16538
8	48	0,112	1 920	0,95	—	0 105	1,8430	0,5426	1,015	13,60	0,18576
9	42	0,093	1 920	0,48	—	0,095	1,9283	0,5186	1,032	14,25	0,19763
C	39	0,091			1,040						

$$\frac{h'_c}{h'_1} = \frac{1,040}{0,914} \times$$

$$\times \left[ 1 - \frac{0,075047}{6,47} \times 0,9133^2 \times 0,3315 \right]^{1/2 \times 34,90} \times$$

$$\times \left[ 1 - \frac{0,083740}{6,47} \times 0,9133^2 \times 0,3995 \right]^{1/2 \times 8,58} \times$$

$$\times \left[ 1 - \frac{0,090772}{6,47} \times 0,9149^2 \times 0,4567 \right]^{1/2 \times 13,25} \times$$

$$\times \left[ 1 - \frac{0,10591}{6,47} \times 0,9223^2 \times 0,5842 \right]^{1/2 \times 35,33} \times$$

$$\times \left[ 1 - \frac{0,12451}{6,47} \times 0,9386^2 \times 0,747 \right]^{1/2 \times 13,36} \times$$

$$\times \left[ 1 - \frac{0,14437}{6,47} \times 0,9591^2 \times 0,925 \right]^{1/2 \times 25,65} \times$$

$$\times \left[ 1 - \frac{0,16538}{6,47} \times 0,9860^2 \times 1,1150 \right]^{1/2 \times 8,97} \times$$

$$\times \left[ 1 - \frac{0,18576}{6,47} \times 1,015^2 \times 1,3004 \right]^{1/2 \times 13,60} \times$$

$$\times \left[ 1 - \frac{0,19763}{6,47} \times 1,032^2 \times 1,4097 \right]^{1/2 \times 14,25} =$$

$$= 0,29658;$$

de donde:

$$2h'_c = 0,29658 \times 9,48 = 2,81 \text{ pies};$$

análoga a la altura observada de 2,50 pies.

Para facilitar la aplicación práctica del método es suficiente determinar, para cada período, los cuadros y la curva correspondientes a una sola pendiente, que parece lógico sea la del 1 por 100, que se aproxima a la de la mayor parte de las plataformas costeras.

En efecto, en la expresión del consumo de energía:

$$\frac{h'_B}{h'_A} = \frac{p_B}{p_A} \sqrt{\left[ 1 - \frac{Q}{T} p^2_m \left( K_m - \frac{1}{K_m} \right) \right]^n}$$

en la que, como sabemos:

$$n = \frac{AB}{2L} = \frac{ABK_m}{2L_0}$$

Si la pendiente del tramo AB es *i*, se puede escribir:

$$n = \frac{K_m}{2} \cdot \frac{AB}{L_0} = \frac{1}{2} K_m \left( \frac{H_A}{L_0} - \frac{H_B}{L_0} \right) \cdot \frac{1}{i}$$

y por consiguiente:

$$\frac{h'_B}{h'_A} = \frac{p_B}{p_A} \left[ 1 - \frac{Q}{T} p^2_m \left( K_m - \frac{1}{K_m} \right) \right]^{\frac{1}{4} \cdot K_m \left( \frac{H_A}{L_0} - \frac{H_B}{L_0} \right) \cdot \frac{1}{i}}$$

Para otra pendiente *i'* del tramo limitado por los puntos A y B de profundidades relativas  $\frac{H_A}{L_0}$  y  $\frac{H_B}{L_0}$ , que tendrá una longitud distinta del anterior, se tiene:

$$\frac{h''_B}{h''_A} = \frac{p_B}{p_A} \left[ 1 - \frac{Q}{T} p^2_m \left( K_m - \frac{1}{K_m} \right) \right]^{\frac{1}{4} \cdot K_m \left( \frac{H_A}{L_0} - \frac{H_B}{L_0} \right) \cdot \frac{1}{i'}}$$

y por consiguiente:

$$\left( \frac{h'_B}{h'_A} \right)^i \times \left( \frac{p_A}{p_B} \right)^i = \left( \frac{h''_B}{h''_A} \right)^{i'} \times \left( \frac{p_A}{p_B} \right)^{i'}$$

de donde:

$$\frac{h''_B}{h''_A} = \left( \frac{h'_B}{h'_A} \right)^{\frac{i}{i'}} \times \left( \frac{p_B}{p_A} \right)^{1 - \frac{i}{i'}}$$

expresión que nos permite determinar fácilmente la variación de altura de la ola y su curva representativa para la pendiente *i'*, conociendo las variaciones correspondientes a la pendiente *i*.

Por el procedimiento anteriormente indicado se ha calculado para las pendientes *i* = 0,01 e *i* = 0,001, y para los períodos 2 *T* = 10, 12, 14, 16, 18 y 20 segundos, el cuadro que se acompaña y las curvas correspondientes de las cuales se han deducido fácilmente las curvas correspondientes a las pendientes *i'* = 0,10, 0,05, 0,02, 0,01, 0,005; 0,002, 0,001 y 0,0005,

de cómoda aplicación que pueden presentarse en la mayoría de los casos prácticos.

ALTURA DE LA OLA EN LA HIPOTESIS DE CONSUMO DE ENERGIA

$$\frac{h'_B}{h'_A} = \frac{p_B}{p_A} \sqrt{\left[ 1 - \frac{Q}{T} p^2 m \left( K_m - \frac{1}{K_m} \right) \right]^n}; \quad n = \frac{1}{2} K_m \left( \frac{H_A}{L_0} - \frac{H_B}{L_0} \right) \cdot \frac{1}{i}; \quad Q = \frac{0,12}{\left( \text{Sh } \pi \frac{H}{L} \right)}; \quad 2T = 10, 12, 14, 16, 18, 20 \text{ segundos.}$$

$\frac{H}{L_0}$	$p = \frac{h}{h_0}$	$\frac{H_m}{L_0}$	$p_m$	$K_m - \frac{1}{K_m}$	$Q$	$n$	PENDIENTE $i = 0,01$ $h'/h_0$						PENDIENTE $i = 0,091$ $h'/h_0$					
							$2T=10s.$	$2T=12s.$	$2T=14s.$	$2T=16s.$	$2T=18s.$	$2T=20s.$	$2T=10s.$	$2T=12s.$	$2T=14s.$	$2T=16s.$	$2T=18s.$	$2T=20s.$
1	0,9905						0,9905	0,9905	0,9905	0,9905	0,9905	0,9905	0,9905	0,9905	0,9905	0,9905	0,9905	
0,80	0,9761	0,900	0,9847	0,0135	0,013978	10,0680	0,9759	0,9759	0,9760	0,9760	0,9760	0,9760	0,9743	0,9747	0,9748	0,9749	0,9751	0,9754
0,60	0,9490	0,700	0,9640	0,0445	0,025614	10,2250	0,9478	0,9480	0,9481	0,9483	0,9483	0,9484	0,9370	0,9393	0,9405	0,9414	0,9424	0,9433
0,50	0,9323	0,550	0,9406	0,1047	0,039894	5,2686	0,9293	0,9398	0,9302	0,9305	0,9306	0,9308	0,9034	0,9079	0,9111	0,9137	0,9158	0,9177
0,45	0,9245	0,475	0,9283	0,1585	0,049689	2,7060	0,9198	0,9206	0,9212	0,9217	0,9219	0,9222	0,8789	0,8867	0,8917	0,8957	0,8989	0,9017
0,40	0,9181	0,425	0,9212	0,2075	0,057604	2,7628	0,9108	0,9121	0,9130	0,9137	0,9141	0,9145	0,8546	0,8602	0,8683	0,8740	0,8789	0,8830
0,35	0,9139	0,375	0,9156	0,2709	0,066815	2,8676	0,9028	0,9046	0,9060	0,9070	0,9077	0,9083	0,8144	0,8257	0,8379	0,8467	0,8540	0,8600
0,30	0,9133	0,325	0,9130	0,3534	0,077872	2,9806	0,8961	0,8989	0,9010	0,9026	0,9037	0,9046	0,7600	0,7794	0,7974	0,8106	0,8215	0,8305
0,27	0,9156	0,285	0,9142	0,4377	0,088889	1,8638	0,8929	0,8966	0,8994	0,9014	0,9029	0,9042	0,7169	0,7428	0,7656	0,7824	0,7963	0,8077
0,25	0,9186	0,260	0,9169	0,5010	0,096154	1,2940	0,8911	0,8957	0,8991	0,9014	0,9032	0,9048	0,6824	0,7118	0,7397	0,7597	0,7759	0,7894
0,23	0,9228	0,240	0,9204	0,5588	0,103005	1,3178	0,8895	0,8948	0,8990	0,9019	0,9041	0,9060	0,6433	0,6775	0,7097	0,7330	0,7521	0,7594
0,21	0,9290	0,220	0,9257	0,6250	0,11060	1,3602	0,8882	0,8947	0,8998	0,9033	0,9061	0,9084	0,5972	0,6375	0,6744	0,7015	0,7238	0,7424
0,20	0,9327	0,205	0,9308	0,6806	0,11696	0,6984	0,8874	0,8947	0,9003	0,9042	0,9073	0,9098	0,5712	0,6148	0,6540	0,6834	0,7074	0,7276
0,18	0,9422	0,190	0,9349	0,7210	0,12573	1,4238	0,8863	0,8952	0,9022	0,9070	0,9107	0,9139	0,5150	0,5650	0,6100	0,6431	0,6711	0,6946
0,16	0,9548	0,170	0,9481	0,8371	0,13460	1,5026	0,8845	0,8957	0,9043	0,9103	0,9151	0,9192	0,4475	0,5038	0,5540	0,5942	0,6246	0,6519
0,15	0,9624	0,155	0,9583	0,9139	0,14373	0,7782	0,8831	0,8957	0,9054	0,9122	0,9176	0,9220	0,4102	0,4692	0,5219	0,5686	0,5974	0,6268

(Continúa en la página siguiente.)

$\frac{H}{L_0}$	$p = \frac{h}{h_0}$	$\frac{H_m}{L_0}$	$p_m$	$K_m - \frac{1}{K_m}$	$Q$	$n$	PENDIENTE $i = 0,01$ $h'/h_0$						PENDIENTE $i = 0,091$ $h'/h_0$					
							2 T = 10 s.	2 T = 12 s.	2 T = 14 s.	2 T = 16 s.	2 T = 18 s.	2 T = 20 s.	2 T = 10 s.	2 T = 12 s.	2 T = 14 s.	2 T = 16 s.	2 T = 18 s.	2 T = 20 s.
							0,14	0,9713	0,145	0,9667	0,9803	0,15049	0,8180	0,8811	0,8955	0,9064	0,9141	0,9202
0,13	0,9815	0,135	0,9762	1,0479	0,15796	0,8264	0,8787	0,8950	0,9073	0,9161	0,9231	0,9286	0,3268	0,3900	0,4466	0,4922	0,5316	0,5640
0,12	0,9932	0,125	0,9872	1,1228	0,16616	0,8542	0,8762	0,8939	0,9079	0,9180	0,9262	0,9323	0,2857	0,3461	0,4042	0,4515	0,4942	0,5277
0,11	1,007	0,115	0,9993	1,2062	0,17536	0,8854	0,8716	0,8922	0,9082	0,9198	0,9293	0,9364	0,2393	0,3001	0,3579	0,4066	0,4510	0,4868
0,10	1,023	0,105	1,015	1,3004	0,18576	0,9216	0,8648	0,8915	0,9073	0,9209	0,9319	0,9403	0,1922	0,2584	0,3077	0,3571	0,4027	0,4403
0,09	1,042	0,095	1,040	1,4078	0,19747	0,9634	0,8550	0,8859	0,9048	0,9208	0,9355	0,9438	0,1452	0,2054	0,2537	0,3024	0,3482	0,3872
0,08	1,064	0,085	1,052	1,5313	0,21138	1,0126	0,8408	0,8768	0,8997	0,9188	0,9359	0,9461	0,1017	0,1536	0,1985	0,2449	0,2895	0,3287
0,075	1,077	0,0775	1,071	1,6395	0,22330	0,5282	0,8319	0,8711	0,8964	0,9172	0,9358	0,9473	0,0817	0,1284	0,1708	0,2102	0,2584	0,2972
0,070	1,092	0,0725	1,084	1,7241	0,23220	0,5458	0,8207	0,8634	0,8914	0,9143	0,9346	0,9475	0,0632	0,1042	0,1431	0,1810	0,2262	0,2641
0,065	1,108	0,0675	1,100	1,8070	0,24198	0,5628	0,8069	0,8535	0,8846	0,9109	0,9323	0,9468	0,0468	0,0815	0,1164	0,1525	0,1935	0,2298
0,060	1,125	0,0625	1,116	1,9052	0,25300	0,5834	0,7893	0,8404	0,8752	0,9040	0,9277	0,9441	0,0327	0,0605	0,0912	0,1233	0,1607	0,1948
0,055	1,145	0,0575	1,135	2,0145	0,26525	0,6066	0,7680	0,8243	0,8632	0,8953	0,9217	0,9403	0,0213	0,0428	0,0678	0,0955	0,1285	0,1597
0,050	1,168	0,0525	1,157	2,1366	0,27913	0,6330	0,7415	0,8042	0,8474	0,8834	0,9130	0,9343	0,0125	0,0281	0,0471	0,0698	0,0977	0,1252
0,045	1,195	0,0475	1,181	2,2772	0,29528	0,6636	0,7081	0,7773	0,8266	0,8669	0,9003	0,9248	0,0064	0,0163	0,0299	0,0471	0,0691	0,0921
0,040	1,226	0,0425	1,207	2,4424	0,31373	0,7000	0,6660	0,7420	0,7980	0,8438	0,8818	0,9103	0,0027	0,0081	0,0167	0,0285	0,0446	0,0642
0,035	1,263	0,0375	1,244	2,6362	0,33585	0,7432	0,6082	0,6942	0,7582	0,8106	0,8543	0,8878	0,0008	0,0032	0,0077	0,0146	0,0249	0,0372
0,030	1,307	0,0325	1,284	2,8707	0,36276	0,7982	0,5324	0,6301	0,7015	0,7620	0,8127	0,8521	0,0002	0,0009	0,0026	0,0058	0,0112	0,0181
0,025	1,362	0,0275	1,321	3,1608	0,39656	0,8626	0,4328	0,5700	0,6219	0,6919	0,7510	0,7983	0	0,0001	0,0005	0,0015	0,0035	0,0065
0,020	1,435	0,0225	1,369	3,5455	0,43166	—	0,2842	0,3935	0,5088	0,6732	0,6433	0,7174	0	0	0	0	0,0005	0,0014

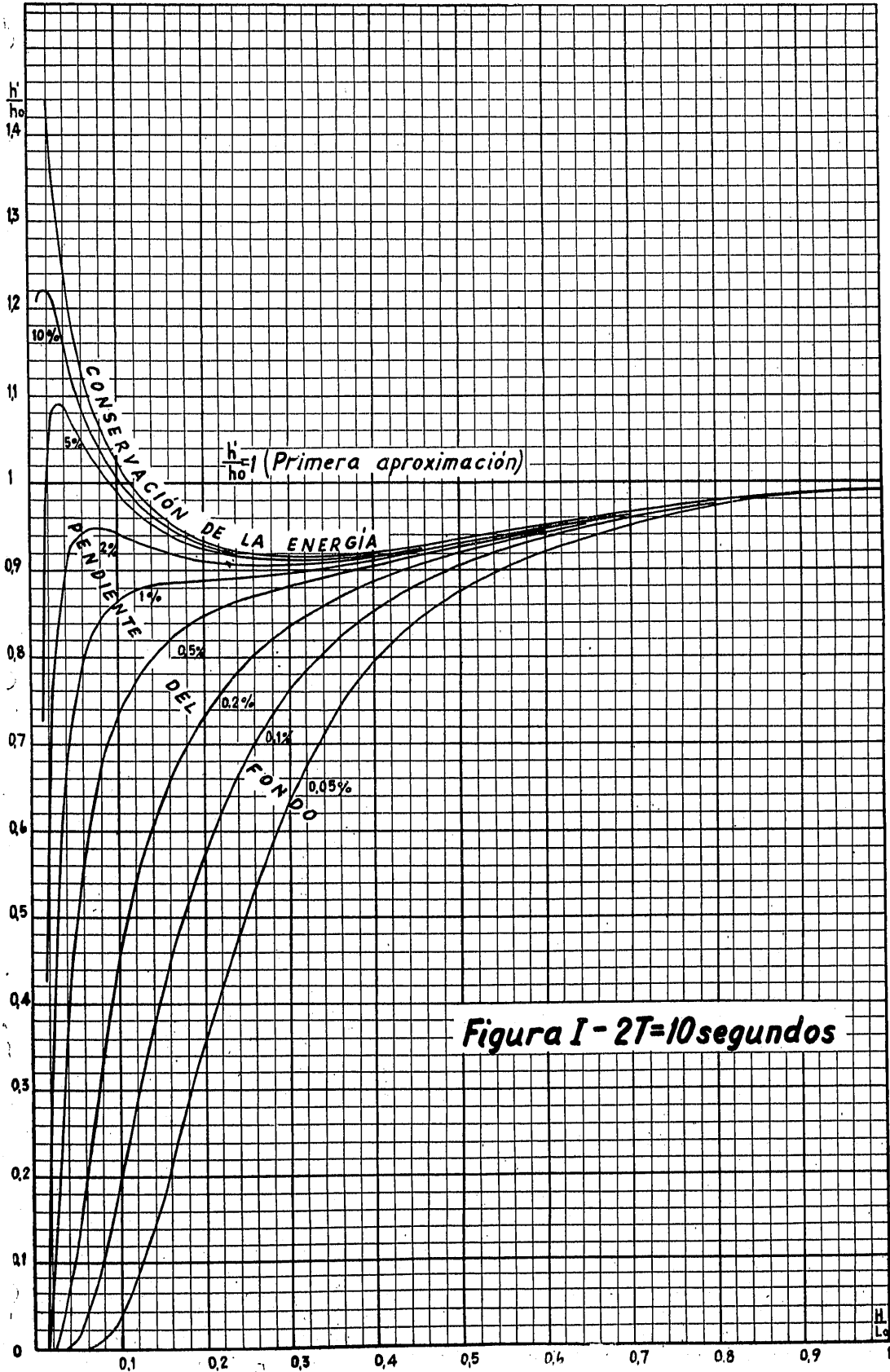


Figura I - 2T=10 segundos

H.  
L.

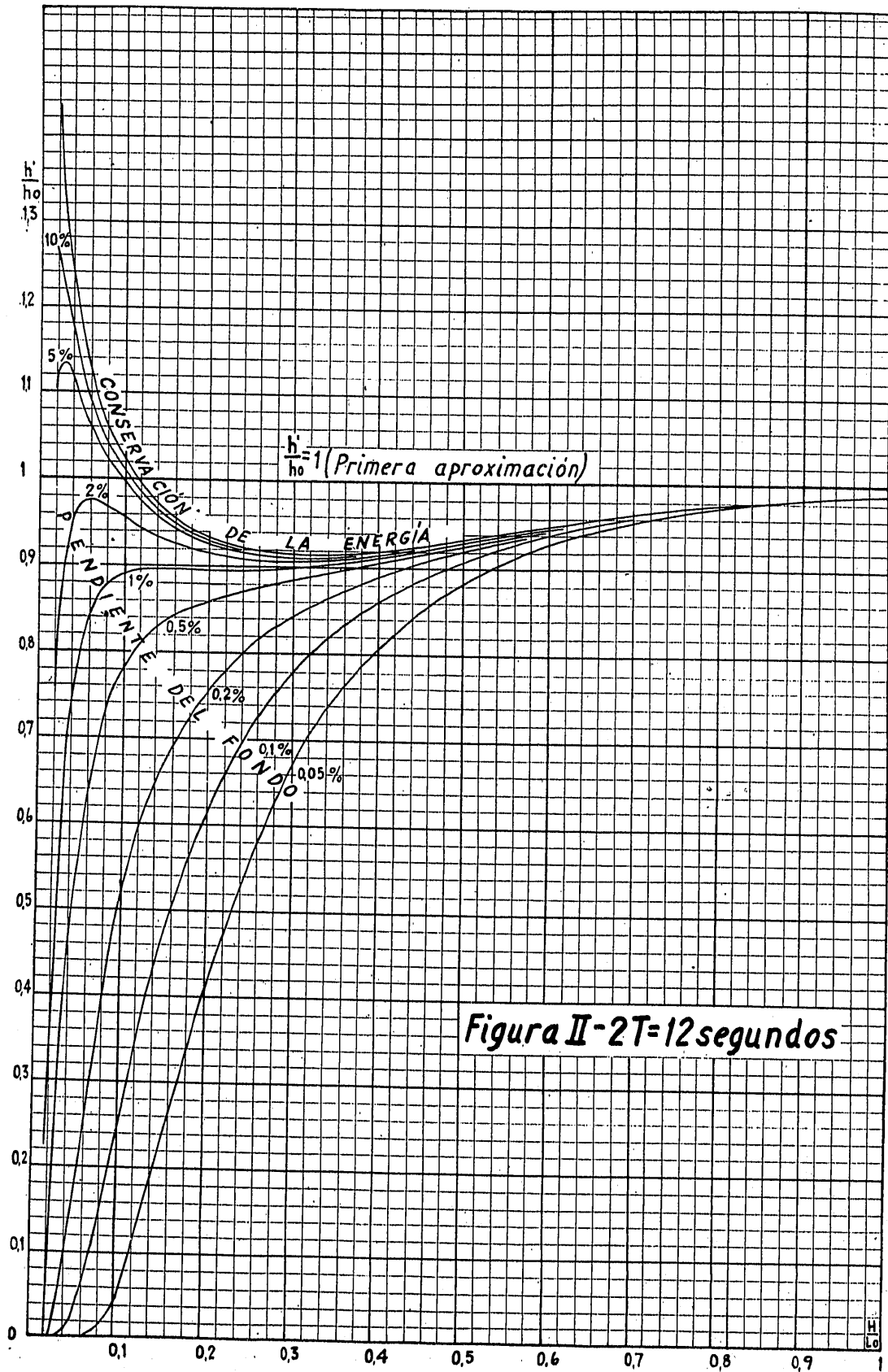


Figura II-2T=12 segundos



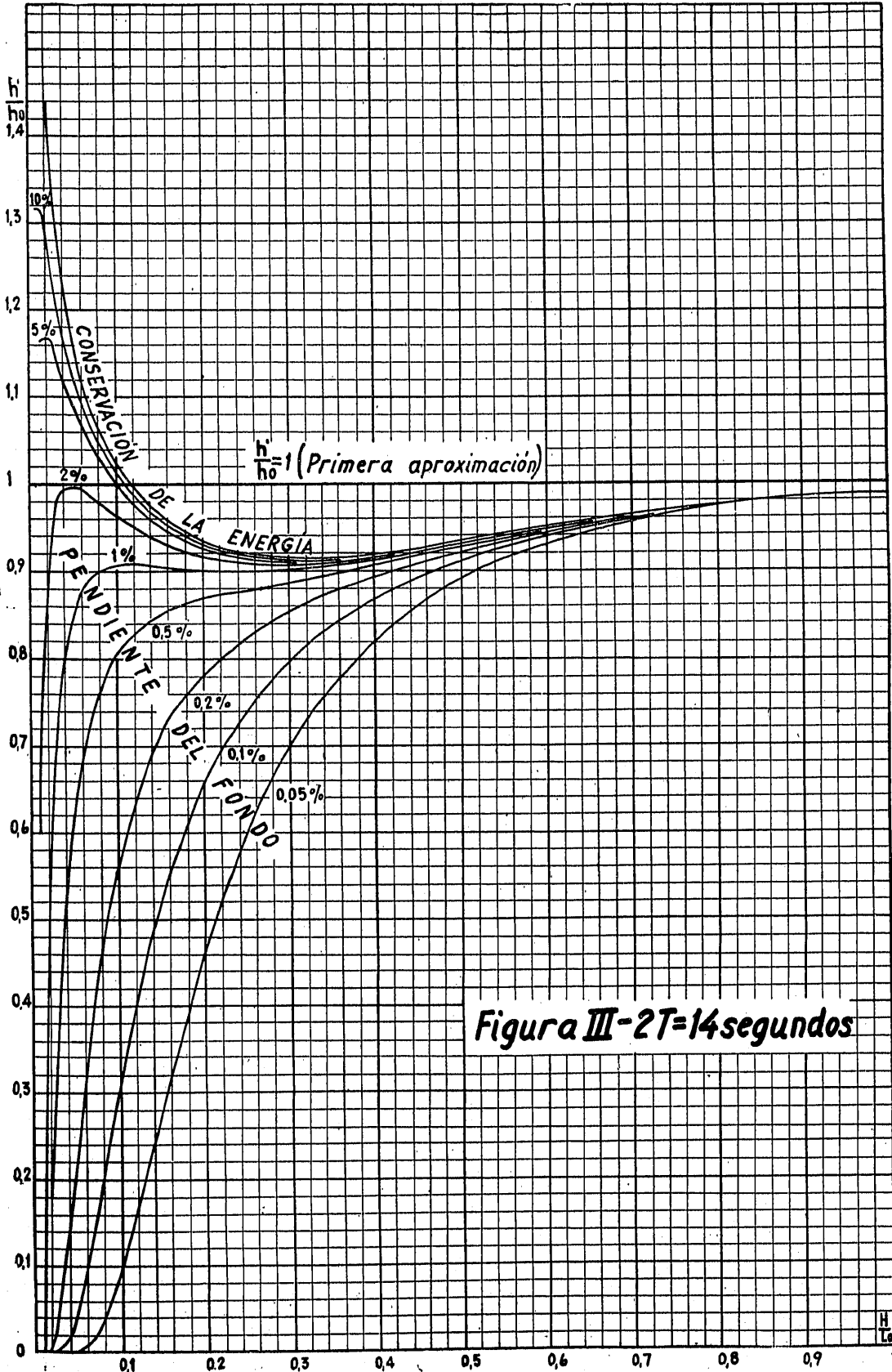
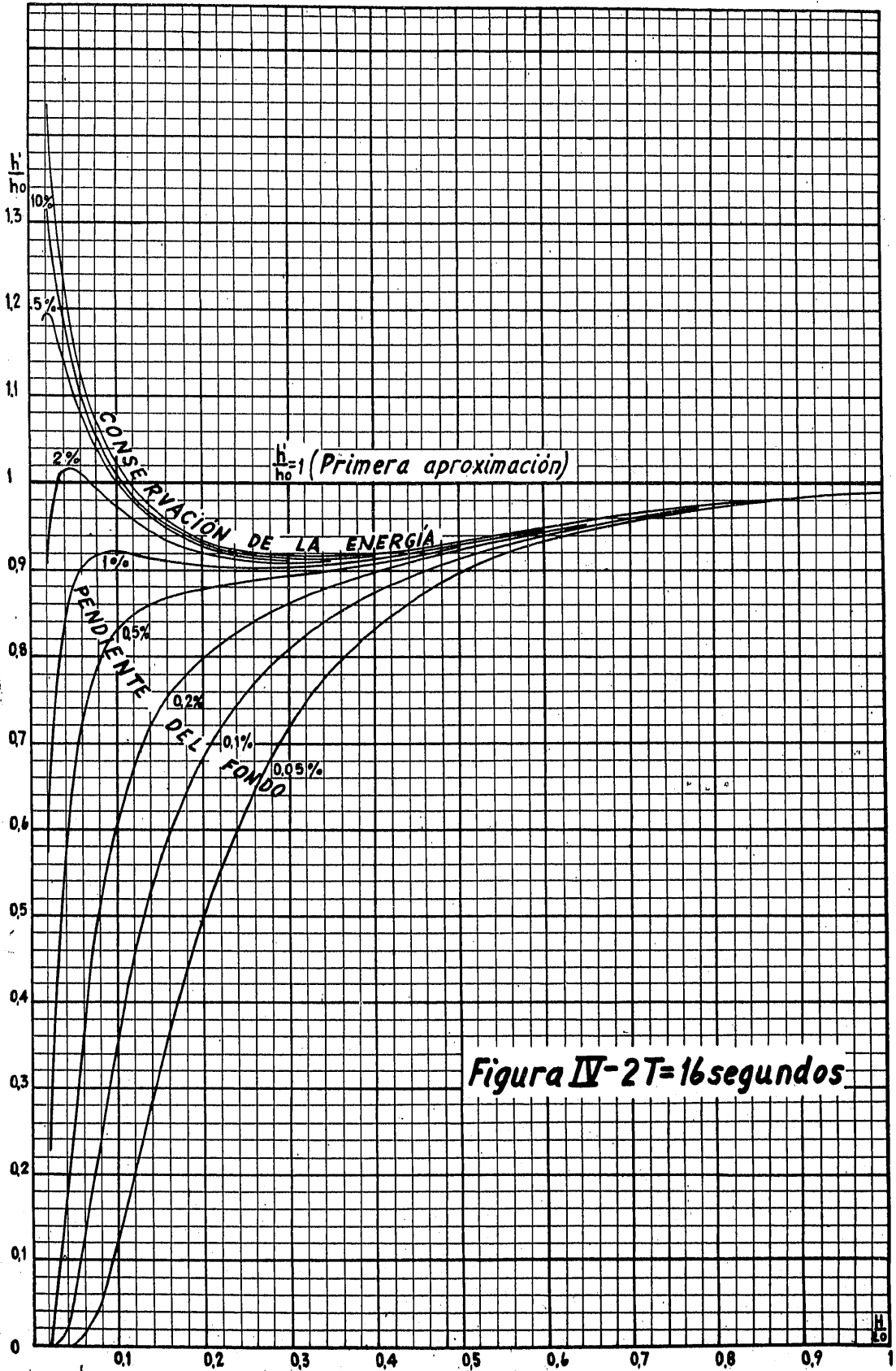


Figura III-2T=14segundos

H  
L<sub>0</sub>



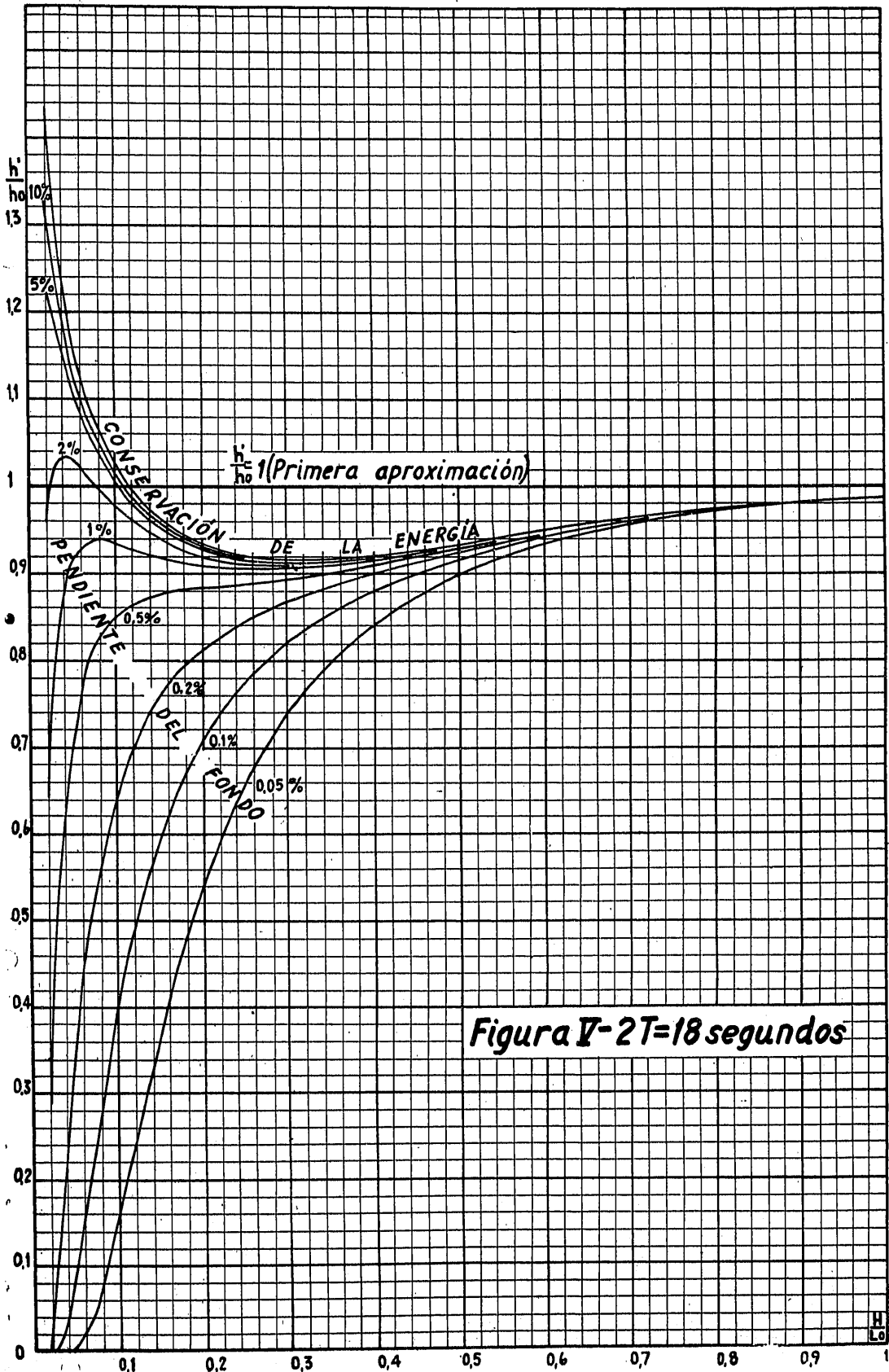


Figura V-2T=18 segundos

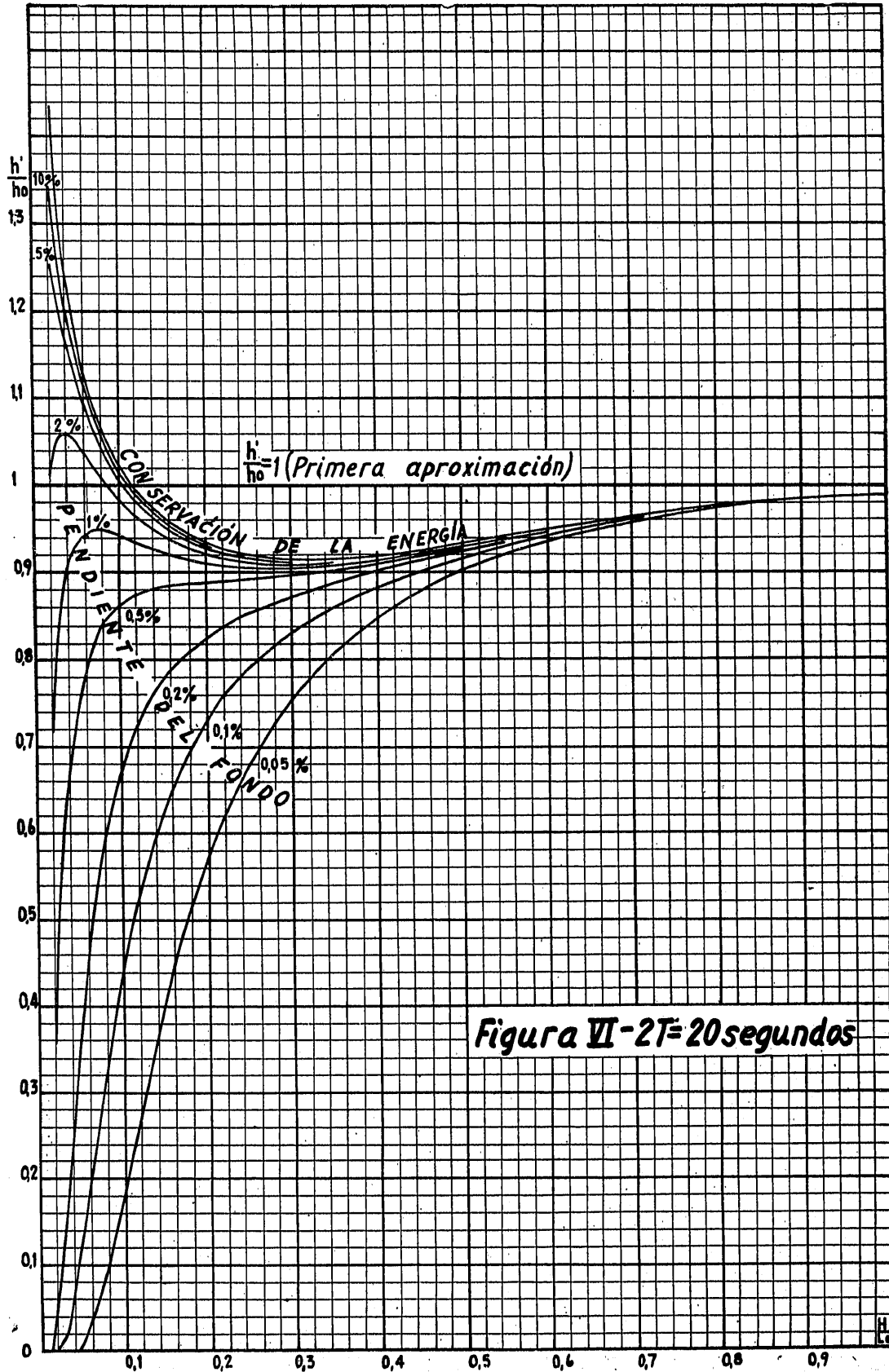


Figura VI-2T=20segundos

**II. Influencia del factor de rotura.**

Sabemos que la expresión exacta de la energía transmitida a través de una sección vertical. de ancho unidad y de profundidad  $H$ , es:

$$E = g L h^2 \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{\pi h K}{L} \right)^2 \right] \times \left[ 1 + \frac{\pi H}{L} \left( K - \frac{1}{K} \right) \right] \quad [1]$$

y que en la hipótesis de conservación de la energía resulta:

$$\left( \frac{h}{h_0} \right)^2 = \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{4m}{n} \cdot P \cdot \left( \frac{h_0}{L_0} \right)^2}}{2m \left( \frac{h_0}{L_0} \right)^2} \quad [2]$$

donde:

$$m = \frac{1}{2} \pi^2 K^4;$$

$$n = \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{\pi H}{L} \left( K - \frac{1}{K} \right) \right] \cdot \frac{1}{K};$$

$$P = \left[ 1 - \frac{1}{2} \pi^2 K^2 \left( \frac{h_0}{L_0} \right)^2 \right] \cdot \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{\pi H_0}{L_0} \left( K_0 - \frac{1}{K_0} \right) \right] = \left[ 1 - 4,971 \left( \frac{h_0}{L_0} \right)^2 \right] \cdot 0,5115.$$

La expresión [2] puede escribirse también:

$$\left( \frac{h}{h_0} \right)^2 = \frac{1 - \sqrt{1 - 2 \pi^2 \left( \frac{h_0}{L_0} \right)^2 \left[ 1 - \frac{1}{2} \pi^2 K_0^2 \left( \frac{h_0}{L_0} \right)^2 \right] \cdot P^2 K^4}}{\pi^2 \left( \frac{h_0}{L_0} \right)^2 \cdot K^4} = \frac{1 - \sqrt{1 - M P^2 K^4}}{N K^4} \quad [3]$$

siendo:

$$M = 2 \pi^2 \left( \frac{h_0}{L_0} \right)^2 \left[ 1 - \frac{1}{2} \pi^2 K_0^2 \left( \frac{h_0}{L_0} \right)^2 \right];$$

$$N = \pi^2 \left( \frac{h_0}{L_0} \right)^2$$

funciones únicamente de la relación  $\frac{h_0}{L_0}$ .

La relación  $\frac{h}{h_0}$ , correspondiente a la hipótesis de conservación de la energía, puede también expresarse en la forma:

$$\frac{h}{h_0} = \sqrt{K} \cdot \sqrt{\frac{a_0}{a}} \cdot \sqrt{\frac{b_0}{b}};$$

donde:

$$\sqrt{K} \sqrt{\frac{a_0}{a}} = p, \quad [4]$$

cuyo valor se conoce para cada  $\frac{H}{L_0}$ , y

$$\sqrt{\frac{b_0}{b}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{1}{2} \pi^2 K_0^2 \left( \frac{h_0}{L_0} \right)^2}{1 - \frac{1}{2} \pi^2 K^2 \left( \frac{h}{L} \right)^2}} \quad [5]$$

es el factor de rotura que podemos determinar dividiendo el valor  $\frac{h}{h_0}$  calculado mediante [2] ó [3] por  $p$ , deducido de [4].

Para determinar  $\frac{h_0}{L_0}$  en función del período, tenemos:

$$2 h_0 = 1,2 \sqrt[4]{F}; \quad 2 L_0 = 31 \sqrt[3]{F} = \frac{2g}{\pi} \cdot T^2,$$

y por consiguiente:

$$\frac{h_0}{L_0} = \frac{1,2}{31} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{F}} = \frac{1,2}{31} \sqrt{\frac{31 \pi}{2g}} \cdot \frac{1}{\sqrt{T}} = \frac{0,0577793}{\sqrt{T}}$$

Los valores de  $\frac{h_0}{L_0}$ ,  $\left( \frac{h_0}{L_0} \right)^2$ ,  $M$  y  $N$ , se resumen en el siguiente cuadro:

$2T$	$\frac{h_0}{L_0}$	$\left( \frac{h_0}{L_0} \right)^2$	$M$	$N$
10	0,0258397	0,00066769	0,013136	0,0065898
12	0,0235883	0,00055691	0,010953	0,0054915
14	0,0218387	0,00047692	0,0093917	0,0047070
16	0,0204281	0,00041731	0,0082202	0,0041186
18	0,0192598	0,00037094	0,0073085	0,0036610
20	0,0182714	0,00033385	0,0065789	0,0032949

Aplicando, a título de ejemplo, el procedimiento indicado a la ola de 14 segundos de período, obtenemos los siguientes valores del factor de rotura:

$\frac{H}{L_0}$	1	0,8	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0,075	0,06	0,05	0,04
$\sqrt{\frac{b_0}{b}}$	1,011	1,011	1,012	1,012	1,013	1,015	1,027	1,043	1,071	1,117	1,363

Con estos resultados dibujamos la curva  $\sqrt{\frac{b_0}{b}}$  que alcanza su mayor valor  $\sqrt{\frac{b_0}{b}} \approx \sqrt{2}$  para  $\frac{H}{L_0} \approx 0,039$ , punto en el que debería tener lugar la rotura teórica, sin tener en cuenta la deformación ni la disimetría de la onda.

Las alturas de ola serán, con una aproximación suficiente, las calculadas, teniendo en cuenta el consumo de energía, multiplicadas por las ordenadas de la curva  $\sqrt{\frac{b_0}{b}}$ , desplazada de manera que el mayor valor de rotura,  $\sqrt{2}$ , corresponda al valor de  $\frac{H}{L_0}$ , en el que se produzca, efectivamente, dicha rotura.

Suponiendo, como primera aproximación, que más adelante se afinará mejor, que la ola rompe a la profundidad  $H_r = 2 h'_r$ , debemos trazar esta recta, que cortará a la curva  $\frac{h'}{h_0}$  correspondiente a la pendiente del fondo, del 1 por 100, por ejemplo, en un punto cuya abscisa será el valor  $\frac{H}{L_0}$  de rotura, hasta el cual es preciso trasladar la curva  $\sqrt{\frac{b_0}{b}}$ .

Para representar la recta  $H_r = 2 h'_r$ , tendremos, puesto que  $h'_r = h' \sqrt{2}$ :

$$\frac{H}{L_0} = \frac{2 h'_r}{L_0} = \frac{2 h'}{h_0} \times \frac{h_0}{L_0} \cdot \sqrt{2},$$

y como para  $2 T = 14$  seg. hemos visto que  $\frac{h_0}{L_0} = 0,0218387$ , la recta que queremos representar será la

$$\frac{H}{L_0} = 0,06035 \frac{h'}{h_0},$$

que se indica de trazo y punto en la figura VII.

Esta recta corta a la curva  $\frac{h'}{h_0}$  en el punto de abscisa  $\frac{H}{L_0} = 0,0515$ , para el cual se tiene:

$$\frac{h'}{h_0} = \frac{0,0515}{0,06035} = 0,853;$$

y sobre la curva de consumo de energía:

$$\frac{h'}{h_0} = 0,852;$$

valores que son, aproximadamente, iguales.

La curva  $\sqrt{\frac{b_0}{b}}$  se representa llena en la parte superior de la figura, en su posición teórica, y de trazos después de trasladada con su mayor valor en la abscisa

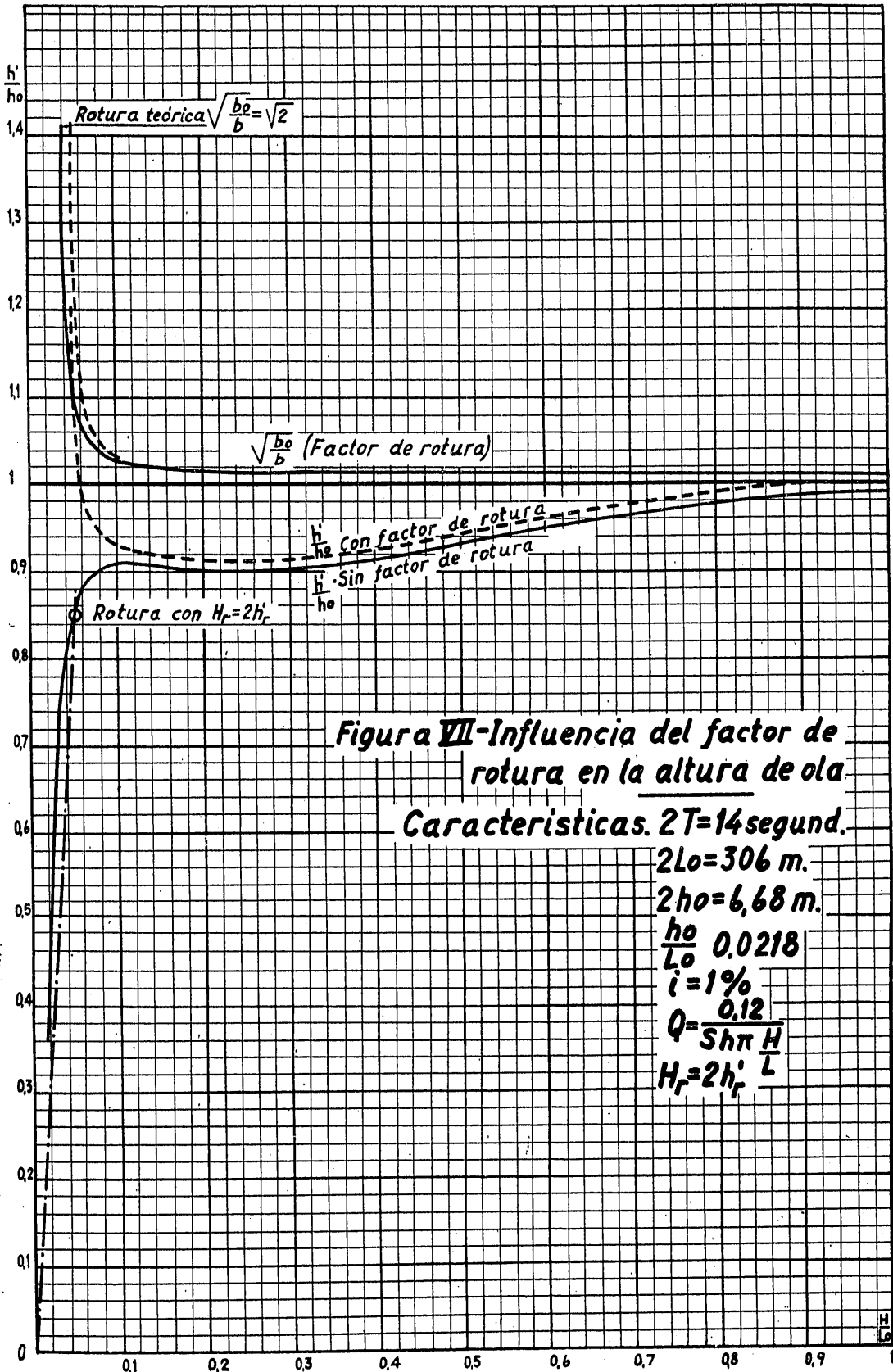
$$\frac{H}{L_0} = 0,0515.$$

Se ha indicado, también de trazos, la curva resultante del producto de  $\frac{h'}{h_0}$  por  $\sqrt{\frac{b_0}{b}}$  ya trasladada, con lo que obtenemos la curva de las alturas de ola, teniendo en cuenta el consumo de energía y el factor de rotura.

Tiene un interés particular hacer resaltar que, como en el ejemplo anterior, para las pendientes de la mayoría de las plataformas costeras, próximas al 1 por 100, la curva correspondiente muestra que, a partir de las profundidades indefinidas  $\frac{H}{L_0} \approx 1$ , la relación  $\frac{h'}{h_0} \approx 1$  desciende solamente a  $\frac{h'}{h_0} \approx 0,90$ , correspondiente a la profundidad relativa  $\frac{H}{L_0} \approx 0,25$  para volver a subir, tenida cuenta del factor de rotura, al valor  $\frac{h'}{h_0} \approx 1$  o algo mayor solamente en el instante de la rotura.

Esto comprueba, una vez más, el aceptable grado de prudente exactitud, salvo para pendientes extraordinarias o en excepcionales casos muy próximos a la rotura, de la relación constante  $\frac{h'}{h_0} = 1$  admitida en la primera aproximación, mucho más aceptable que la hipótesis de conservación de la energía, sobre todo para las reducidas profundidades en las que se proyectan las obras portuarias.

Incluso en el caso de estas pendientes extraordinarias, y sólo si se desea una mayor precisión, muchas veces más ilusoria que real, procede empezar por determinar las alturas de ola por el sencillo método de la primera aproximación, para, a continuación, mediante las relaciones  $\frac{h'}{h_0} = p'$ , relativas a los sucesivos tramos del fondo, evaluar el consumo de energía utilizando el método general, o más cómodamente aún con la ayuda de las figuras I, II, III, IV, V y VI, o de sus interpolaciones, pudiéndose también tener en cuenta solamente para los excepcionales casos muy próximos a la rotura, la influencia de este factor.



Aunque, para mayor facilidad, se han dibujado dichas figuras correspondientes a períodos comprendidos entre 10 y 20 segundos, conviene indicar que, cuando menos aproximadamente, se puede pasar de las curvas correspondientes a un período a las de otro cualquiera.

En efecto: si para un período  $2T$  y una pendiente del fondo  $i$  hemos deducido:

$$\frac{h'_B}{h'_A} = \frac{p_B}{p_A} \left[ 1 - \frac{Q}{T} p_m^2 \left( K_m - \frac{1}{K_m} \right) \right]^{1/4} K_m \left( \frac{H_A}{L_0} - \frac{H_B}{L_0} \right) \frac{1}{i}$$

para un período  $n \cdot 2T$  y una pendiente  $\frac{i}{n}$ , deducimos:

$$\begin{aligned} \frac{h''_B}{h''_A} &= \frac{p_B}{p_A} \left[ 1 - \frac{Q}{nT} p_m^2 \left( K_m - \frac{1}{K_m} \right) \right]^{1/4} K_m \left( \frac{H_A}{L_0} - \frac{H_B}{L_0} \right) \frac{1}{i/n} = \\ &= \frac{p_B}{p_A} \cdot \left[ \left[ 1 - \frac{Q}{nT} p_m^2 \left( K_m - \frac{1}{K_m} \right) \right]^n \right]^{1/4} K_m \left( \frac{H_A}{L_0} - \frac{H_B}{L_0} \right) \frac{1}{i} = \\ &= \frac{p_B}{p_A} \left[ 1 - n \cdot \frac{Q}{nT} p_m^2 \left( K_m - \frac{1}{K_m} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{n(n-1)}{2!} \left( \frac{Q}{nT} p_m^2 \left( K_m - \frac{1}{K_m} \right) \right)^2 - \dots \right]^{1/4} K_m \left( \frac{H_A}{L_0} - \frac{H_B}{L_0} \right) \frac{1}{i} \end{aligned}$$

Como  $\frac{Q}{nT} p_m^2 \left( K_m - \frac{1}{K_m} \right) < 1$ , despreciando sus potencias queda:

$$\begin{aligned} \frac{h''_B}{h''_A} &= \frac{p_B}{p_A} \left[ 1 - \frac{Q}{nT} p_m^2 \left( K_m - \frac{1}{K_m} \right) \right]^{1/4} K_m \left( \frac{H_A}{L_0} - \frac{H_B}{L_0} \right) \frac{1}{i} \approx \\ &\approx \frac{h'_B}{h'_A} \end{aligned}$$

De esto se deduce que si partimos de una de dichas figuras, por ejemplo, la I, correspondiente a  $2T = 10$  seg., podemos aplicarla para un período cualquiera  $2T' = 10 \cdot n$  seg., con sólo considerar la curva correspondiente a la pendiente  $i$ , en dicha figura, como representativa de la variación de alturas sobre la pendiente  $\frac{i}{n}$  del fondo.

Siendo así que, también la expresión de la pendiente límite entre rotura y reflexión de la onda, determinada en nuestra ponencia de la 4.ª Comunicación de la Sección II, es inversamente proporcional al período, cabría deducir, aunque sólo fuese aproximadamente, repetimos, la siguiente interesante conclusión:

Los taludes del fondo que originan análoga variación proporcional de altura de la onda, e incluso los taludes límites de rotura, para la misma altura de ola, son proporcionales a su período.

(Continuará.)