DOSIFICACION DE HORMIGONES
NUEVAS ORIENTACIONES

Por FEDERICO GODED ECHEVERRIA, Ingeniero de Caminos.

Se resume en el presente artículo la nueva teoría sobre dosificación de hormigones, que se expuso con todo detalle en la Publicación núm. 65 del Instituto Técnico de la Construcción, y que, a juicio del autor, ha de dar resultados más interesantes cuando experimentalmente se profundice en el estudio teórico emprendido.

El presente artículo es un breve resumen de una nueva teoría sobre dosificación de hormigones (*) que ha permitido, hasta ahora, llegar a algunos resultados prácticos y teóricos, de los cuales daremos a continuación una sucinta idea. Estos resultados son los siguientes: la obtención por el cálculo de la ecuación de la granulometría ideal en el caso de granulometría continua, y en el caso de dosificación discontinua, la determinación del método a seguir para la obtención de la granulometría más conveniente; el establecimiento de fórmulas bastante aproximadas para el agua de amasado, y de otras fórmulas que dan para toda una serie de dosificaciones diferentes hormigones de idénticas cualidades bajo el doble punto de vista del transporte y la colocación; y, finalmente, y en lo que al aspecto teórico se refiere, la obtención de la granulometría correspondiente a la dosificación de Bolomey, y la demostración de que tanto esta granulometría como la de Fuller, no son sino casos particulares, y que en algún caso pueden coincidir, de una ecuación más general con un parámetro.

Una primera serie de ensayos han sido ya efectuados, y los resultados de los mismos se encuentran en el trabajo completo ya mencionado. Los nuevos ensayos se referirán en el dominio de la dosificación continua, a la determinación del exponente p de la fórmula:

$$P = 100 - K\left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^p\right], \qquad [1]$$

a la cual se llega por el cálculo y en el dominio de la dosificación discontinua, a la determinación de la amplitud más conveniente de los tamaños a suprimir.

(*) La exposición completa de la misma, los ensayos y los procesos de cálculo completos, se encuentran en *El Problema de la Granulometría en las Presas* (Publicación núm. 65 del Instituto Técnico de la Construcción).

Fundamentos de la Teoría.

Con motivo de una serie de ensayos experimentales sobre los hormigones permeables (*), tuvimos ocasión de advertir la preponderante influencia ejercida por la superficie de los áridos sobre las cualidades del hormigón, llegando a la conclusión de que, para explicarse bien el papel que juega la granulometría en las propiedades del hormigón, era preciso introducir, además del concepto corrientemente empleado del porcentaje de huecos, el de la superficie de los áridos.

Introduciendo este concepto, si se mantienen constantes todas las variables que tengan una influencia cualquiera sobre la resistencia, como la edad, la relación agua-cemento, etc., etc., excepto la granulometría, se podrá escribir entonces:

$$R = f\ (S\,H\,D); \qquad [2]$$

S = superficie de los áridos.
H = porcentaje de huecos.
D = diámetro máximo.

Pero H depende, además de la granulometría, de las condiciones de fabricación y colocación, y tratamiento posterior del hormigón, y S, es casi imposible de conocer con la precisión necesaria. He aquí las dos dificultades principales que se oponen al conocimiento de la función [2]. Pero una imagen aproximada de dicha función, cuando D = constante y H varía muy poco, nos la da la fórmula:

$$R = \frac{b}{S^m}; \qquad [3]$$

b = coeficiente dependiente de D.
m = exponente.

Y ahora veremos que admitiendo la fórmula [3] con $m = 1$, se llega a las curvas experimentales de Fuller y Bolomey.

(*) "Hormigones permeables: Aplicaciones". REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS, agosto-septiembre 1947.

Para poder utilizar la fórmula [3] es preciso encontrar antes una fórmula que permita calcular la superficie de los áridos para una granulometría cualquiera.

Esto no es posible exactamente, como es natural, dada la irregularidad de los elementos componentes. Sin embargo, se puede llegar a ello de una forma aproximada.

Cálculo de la superficie de los áridos.

Admitamos la hipótesis de la igualdad de forma de todos los elementos componentes (*), y que esta forma es la de un poliedro regular o una esfera (según los casos: árido de machaqueo o rodado). Esta hipótesis admitida, veamos la forma de calcular la superficie de un árido cualquiera, de peso Δ, cuya granulometría, determinada por medio de tamices de mallas cuadradas, sea la de la fig. 1.ª. En ella se ve que el peso de los elementos de tamaño comprendido entre D y $\varepsilon_1 D$, es $\frac{\alpha_1 \Delta}{100}$, y el de los elementos comprendidos entre $d_1 = \varepsilon_1 D$ y $d_2 = \varepsilon_2 D$, es $\frac{\alpha_2 \Delta}{100}$, etc..

(*) En el caso general en que sólo se admita la igualdad de forma de los componentes de tamaños comprendidos entre dos límites fijados, la granulometría a que se llega no puede expresarse por una ecuación sino por una fórmula que da los diferentes puntos de la curva, como puede verse en el trabajo completo ya mencionado.

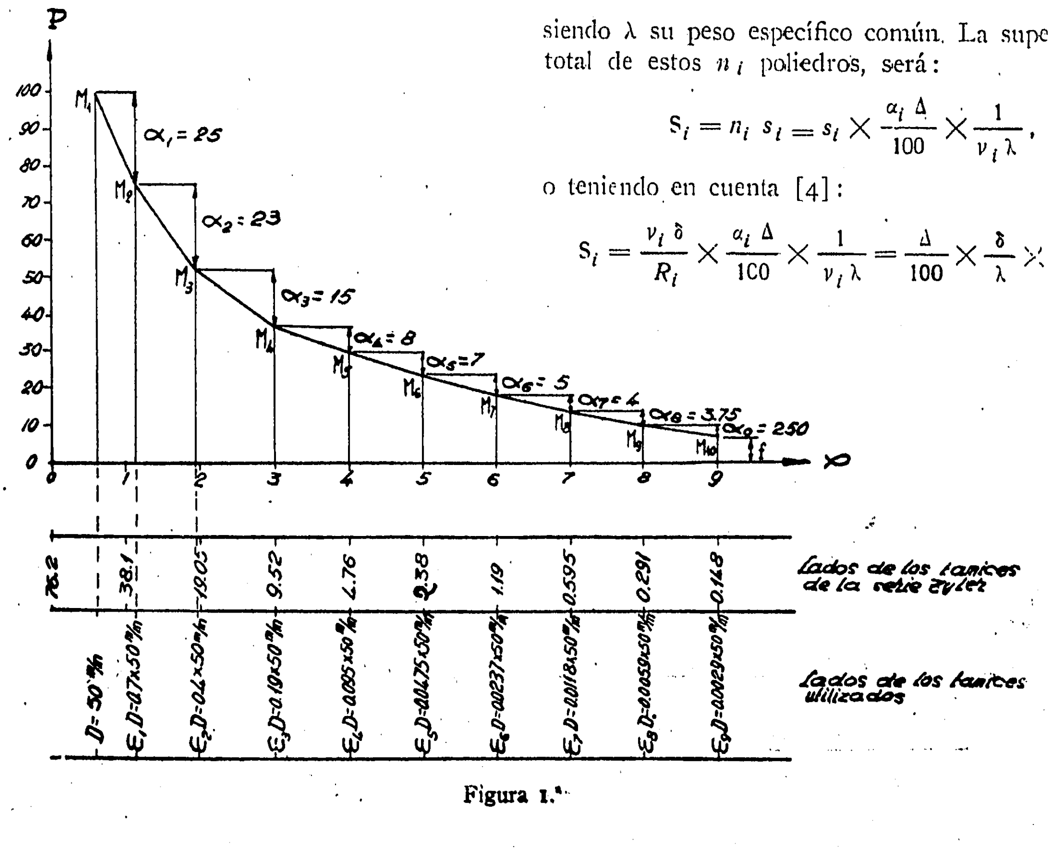

Figura 1.ª

Conviene insistir en el hecho de que cuanto más próximos entre sí sean ε_1 y ε_2, menor será el error inherente a la hipótesis de igualdad de forma admitida, en lo que concierne a los elementos comprendidos entre los límites fijados por ε_1 y ε_2, quedando reducido el error total al que se origine al asimilar la forma media de los elementos al poliedro regular tipo elegido, e igual sucederá con los otros tamaños. Así, y llamando v_i y s_i al volumen y a la superficie de cada uno de los poliedros iguales, de tamaño comprendido entre $\varepsilon_{-1} D$ y $\varepsilon_i D$, y R_i al radio de su esfera circunscrita, se podrá escribir:

$$\frac{s_1 R_1}{v_1} = \frac{s_2 R_2}{v_2} = \ldots = \delta \text{ (constante).} \qquad [4]$$

Esta constante δ es función del género del poliedro, y disminuye cuando el número de caras de éste aumenta, pasando desde $\delta = 3$ para la esfera, a $\delta = 3\sqrt{3}$ para el octaedro. Esta constante de forma del árido, permite hacer entrar en el cálculo la clase del mismo y podrá así tomarse $\delta = 3$ (esfera), para el árido rodado, y $\delta = 4{,}15$, para el de machaqueo.

Si n_i es el número de poliedros iguales, de tamaño comprendido entre $\varepsilon_{-1} D$ y $\varepsilon_i D$, se podrá escribir:

$$v_i \, n_i \, \lambda = \frac{\alpha_i \Delta}{100},$$

siendo λ su peso específico común. La superficie S_i total de estos n_i poliedros, será:

$$S_i = n_i \, s_i = s_i \times \frac{\alpha_i \Delta}{100} \times \frac{1}{v_i \lambda},$$

o teniendo en cuenta [4]:

$$S_i = \frac{v_i \delta}{R_i} \times \frac{\alpha_i \Delta}{100} \times \frac{1}{v_i \lambda} = \frac{\Delta}{100} \times \frac{\delta}{\lambda} \times \frac{\alpha_i}{R_i}. \qquad [5]$$

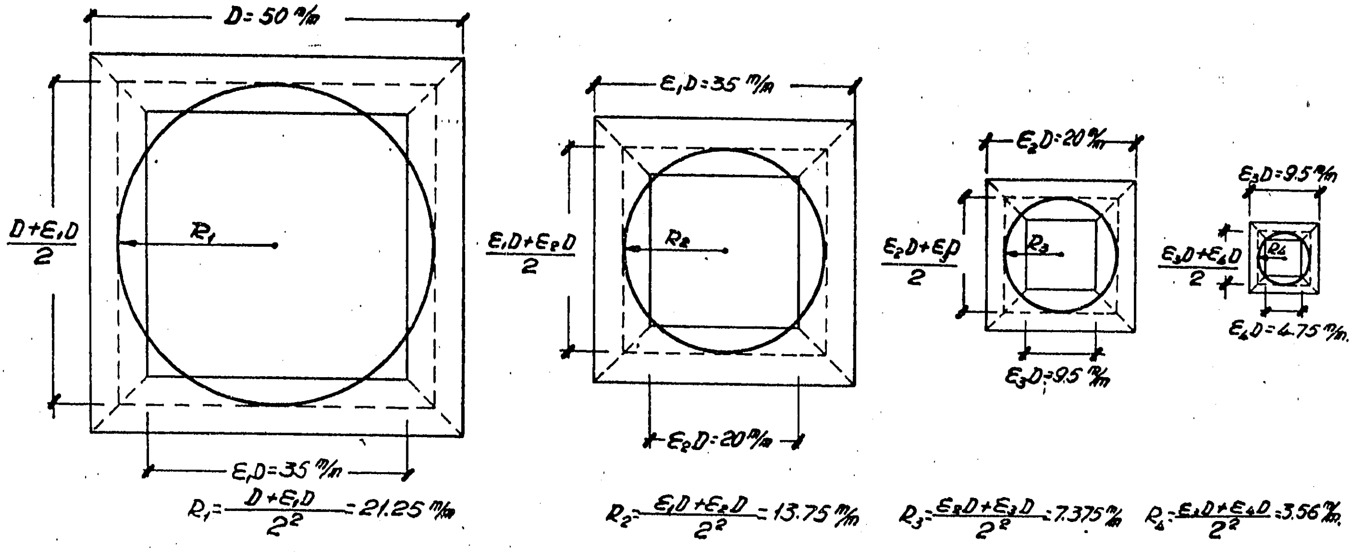

Figura 2.ª

Admitamos además (fig. 2.ª), que:

$$R_i = \frac{\varepsilon_{i-1} D + \varepsilon_i D}{2^2} = \frac{\varepsilon_{i-1} + \varepsilon_i}{2^2} D; \qquad [6]$$

hipótesis tanto más exacta cuanto más próximos entre sí sean ε_{i-1} y ε_i como anteriormente.

Introduciendo [6] en [5], se tiene:

$$S_i = \frac{\Delta}{25\,D} \times \frac{\delta}{\lambda} \times \frac{\alpha_i}{\varepsilon_{i-1} + \varepsilon_i}, \qquad [7]$$

y la fórmula que nos permita calcular aproximadamente la superficie total del árido, una vez conocida su granulometría, será:

$$S = \Sigma\, S_i = \frac{\Delta}{25\,D} \times \frac{\delta}{\lambda}\, \Sigma\, \frac{\alpha_i}{\varepsilon_{i-1} + \varepsilon_i}. \qquad [8]$$

Ecuación de la granulometría ideal.

Se puede llegar a la ecuación de la granulometría ideal buscada, suponiendo, según [3], con $m = 1$, que los diferentes porcentajes son inversamente proporcionales a sus superficies respectivas.

Admitamos que esta granulometría ideal sea la de la figura 3.ª, y tratemos de obtener su ecuación.

Tendremos, según ésto:

$$\frac{\alpha_1}{\frac{1}{S_1}} = \frac{\alpha_2}{\frac{1}{S_2}} = \ldots = \frac{\alpha_n}{\frac{1}{S_n}},$$

y sustituyendo aquí los valores obtenidos [7], se obtiene después de simplificar:

$$\frac{\alpha_1}{\sqrt{1 + \varepsilon_1}} = \frac{\alpha_2}{\sqrt{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}} = \ldots = \frac{\alpha_n}{\sqrt{\varepsilon_{n-1} + \varepsilon_n}}. \qquad [9]$$

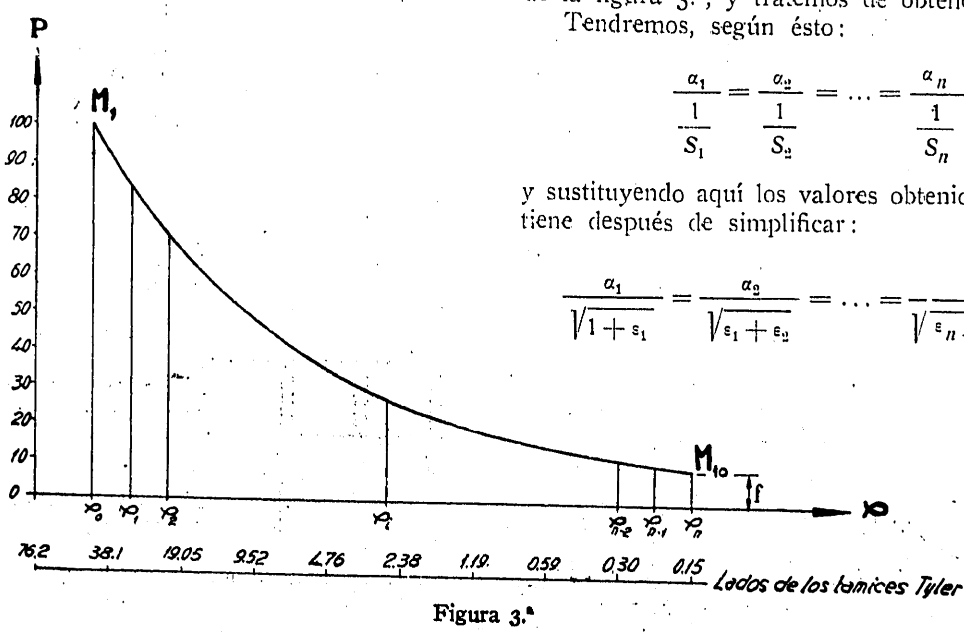

Figura 3.ª

Además se tiene:

$$100 - f = \sum_{i=1}^{i=n} \alpha_i , \qquad [10]$$

siendo f el porcentaje de los elementos inferiores a $\varepsilon_n D$ (en la fig. 3.ª se ha formado $\varepsilon_n D = 0{,}15$ mm.).

(con otra representación logarítmica cualquiera se llega al mismo resultado). Esta relación permite deducir de [11], después de simplificar:

$$\varepsilon_i = \varepsilon_f^{i/n}. \qquad [12]$$

Introduciendo ahora este valor en las ecuacio-

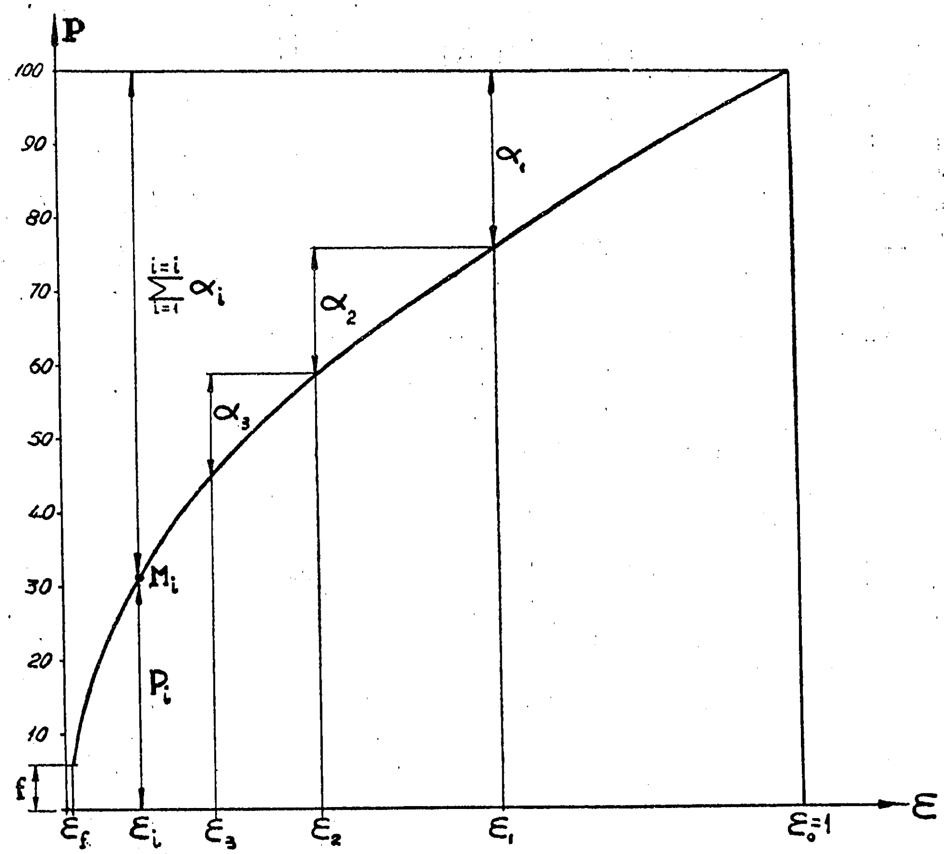

Figura 4.ª

Es necesario ahora encontrar la ley que deben seguir los valores de ε, de manera que se conceda la misma importancia a los diferentes tamaños (*).

Para esto será preciso dividir la longitud $x_f - x_0$ en n partes iguales, en cuyo caso la abscisa x_i valdrá:

$$x_i = x_0 + \frac{i}{n}(x_f - x_0). \qquad [11]$$

Pero la representación logarítmica de la figura 3.ª supone, entre las variables x y ε, la relación:

$$\varepsilon D = \frac{76{,}2}{2^x}$$

nes [9], reduciendo y teniendo en cuenta [10], se tiene:

$$\frac{\alpha_1}{1} = \frac{\alpha_2}{\varepsilon_f^{1/2n}} = \ldots = \frac{\alpha_n}{\varepsilon_f^{\frac{n-1}{2n}}} = \frac{100 - f}{\sum_{i=1}^{i=n} \varepsilon_f^{\frac{i-1}{2n}}} =$$

$$= \frac{(100 - f)\left(1 - \varepsilon_f^{1/2n}\right)}{1 - \varepsilon_f^{1/2}}. \qquad [13]$$

Y de aquí se puede obtener el valor siguiente:

$$\sum_{i=1}^{i=i} \alpha_i = (100 - f) \frac{1 - \varepsilon_f^{1/2n}}{1 - \varepsilon_f^{1/2}} \left(1 + \varepsilon_f^{1/2n} + \right.$$

$$\left. + \varepsilon_f^{2/2n} + \ldots + \varepsilon_f^{\frac{i-1}{2n}}\right) = \frac{100 - f}{1 - \varepsilon_f^{1/2}} \left(1 - \varepsilon_f^{i/2n}\right). \qquad [14]$$

(*) Ver, a este respecto, *Note sur la répresentation graphique de la composition granulométrique des bétons.* Año 1933, págs. 224 a 229.

Pero en la figura 4.ª se puede ver que las dos coordenadas de un punto cualquiera de la curva buscada son:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = \varepsilon_i \\ P = P_i = 100 - \sum_{i=1}^{i=i} \alpha_i . \end{array} \right. \qquad [15]$$

Se ve ahora, pues, claramente, que en [12] y [14] hemos obtenido precisamente estas coordenadas, y por lo tanto, las ecuaciones paramétricas de la curva buscada son:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = \varepsilon_f^{i/n} \\ P = 100 - \dfrac{100 - f}{1 - \varepsilon_f^{1/2}} \left[1 - \varepsilon_f^{i/2n} \right], \end{array} \right. \qquad [16]$$

y eliminando entre ellas el parámetro $\varepsilon_f^{i/n}$ y llamando:

$$K = \frac{100 - f}{1 - \varepsilon_f^{1/2}}, \qquad [17]$$

nos queda en definitiva la ecuación:

$$P = 100 - K\left(1 - \sqrt{\varepsilon}\right) = 100 - K\left(1 - \sqrt{\frac{d}{D}}\right). \qquad [18]$$

Esta ecuación para cada valor del parámetro K nos dará una curva. En la figura 5.ª están representadas algunas curvas de la familia correspondiente a $D = 30$ mm.

Conviene indicar que se llega a la ecuación [1] más general, en la cual:

$$p = \frac{m}{m+1},$$

utilizando la función [3] con un valor de $m \neq 1$, y más próximo a la realidad. Se comprende, pues, el interés de los nuevos ensayos que permitirán mejorar la granulometría una vez encontrado el valor óptimo de m.

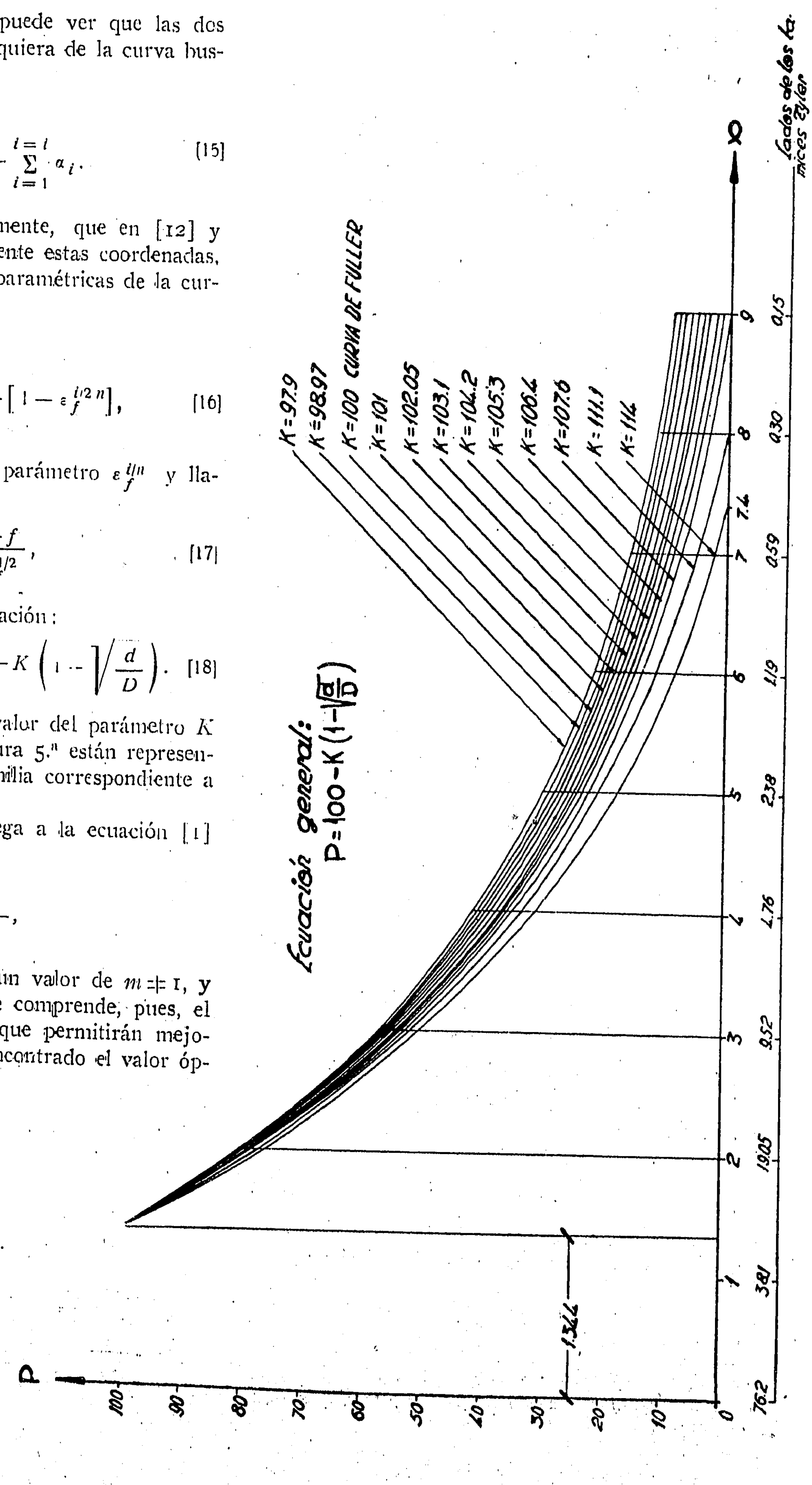

Figura 5.ª

Obtención de la granulometría del Prof. Bolomey. - Comparación con las fórmulas de Fuller y Bolomey.

Se puede comprobar ahora que las ecuaciones de Fuller y Bolomey pertenecen ambas a la familia [18].

Esto es inmediato para la fórmula de Fuller:

$$P = 100 \sqrt{\frac{d}{D}},$$

que se deduce de [18], dando a K el valor 100.

Para demostrar la pertenencia a la familia de la ecuación de Bolomey, será preciso, como condición previa, encontrar la granulometría que corresponde a la dosificación fijada por éste. La fórmula del Profesor Bolomey es:

$$P = A + (100 - A) \sqrt{\frac{d}{D}},$$

la cual da la granulometría de la mezcla (cemento + áridos), siendo: P, el porcentaje del total de los materiales secos, de los elementos que atraviesan el tamiz de lado d, y A, una constante.

Llamemos Δ al peso total de los áridos, y $\frac{\beta}{100}\Delta$ al peso del cemento a mezclar con los mismos.

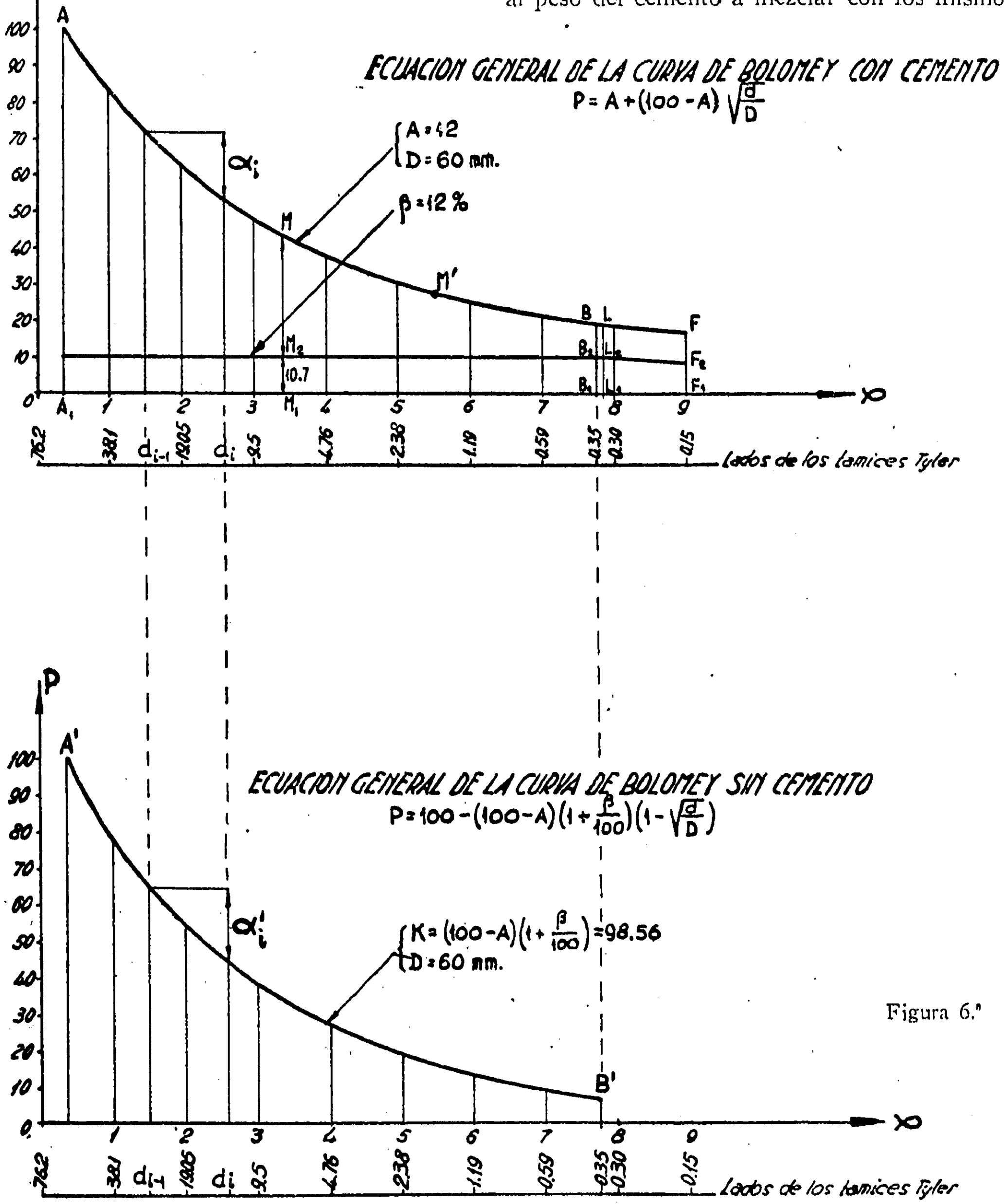

Figura 6.ª

El peso total de los materiales secos será:

$$\left(1+\frac{\beta}{100}\right)\Delta.$$

El porcentaje de los áridos comprendidos entre $d_{i-1} = \varepsilon_{i-1}\,D$ y $d_i = \varepsilon_i\,D > 0{,}30$ mm., será (figura 6.ª):

$$\alpha_i = \left[A + (100-A)\sqrt{\varepsilon_{i-1}}\right] - \left[A + (100-A)\sqrt{\varepsilon_i}\right] = (100-A)\left(\sqrt{\varepsilon_{i-1}} - \sqrt{\varepsilon_i}\right)$$

(ya que por ser $d_i > 0{,}30$ mm. sólo habrá áridos entre d_{i-1} y d_i), y su peso será:

$$P_i = \frac{\alpha_i}{100}\left(1+\frac{\beta}{100}\right)\Delta = (100-A)\left(1+\frac{\beta}{100}\right)\left(\sqrt{\varepsilon_{i-1}} - \sqrt{\varepsilon_i}\right)\frac{\Delta}{100},$$

lo que supone un porcentaje con relación al peso total de los áridos solamente, de:

$$\alpha'_i = \frac{P_i \times 100}{\Delta} = (100-A)\left(1+\frac{\beta}{100}\right)\left(\sqrt{\varepsilon_{i-1}} - \sqrt{\varepsilon_i}\right),$$

y de aquí se puede deducir:

$$\sum_{i=1}^{i=i} \alpha'_i = (100-A)\left(1+\frac{\beta}{100}\right)\left(1-\sqrt{\varepsilon_i}\right).$$

Pero se sabe (fig. 4.ª) que:

$$P_i = 100 - \sum_{i=1}^{i=i} \alpha'_i,$$

y por tanto, se puede escribir:

$$P_i = 100 - (100-A)\left(1+\frac{\beta}{100}\right)\left(1-\sqrt{\varepsilon_i}\right) = 100 - (100-A)\left(1+\frac{\beta}{100}\right)\left(1-\sqrt{\frac{d_i}{D}}\right); \qquad [19]$$

obteniéndose así la granulometría de los áridos que corresponde a la dosificación del Prof. Bolomey.

Se puede comprobar ahora que esta ecuación no es sino un caso particular de la [18], obtenida dando a K el valor:

$$K = (100-A)\left(1+\frac{\beta}{100}\right).$$

Conviene señalar que esta granulometría varía con β, es decir, con la dosificación de cemento, y también conviene indicar que ésta y la del Profesor Fuller coincidirán cuando:

$$100 = (100-A)\left(1+\frac{\beta}{100}\right),$$

es decir, cuando la dosificación de cemento sea:

$$\beta = \frac{A}{1-\dfrac{A}{100}} = \begin{cases} 11{,}1\ \% & \text{para } A = 10 \\ 13{,}6\ \% & \text{"} \quad A = 12 \\ 16{,}3\ \% & \text{"} \quad A = 14 \end{cases}$$

Fórmulas del agua de amasado.

Para encontrar estas fórmulas es preciso considerar el doble papel físico y químico que el agua desempeña.

En efecto, por una parte, ésta es necesaria al cemento para la realización de las reacciones químicas de fraguado y endurecimiento, y por otra, el cemento y los áridos también la precisan para lograr una cierta plasticidad.

En lo que respecta a este segundo objetivo, parece que entre los límites usuales, el agua desempeña el papel de un lubrificante, disminuyendo el coeficiente de frotamiento entre los elementos componentes a medida que aumenta el espesor de la película de agua que recubre a los mismos.

La cantidad de agua necesaria para el primer objetivo es constante, y la que se necesita para el segundo es función de la superficie de los áridos y de la plasticidad que se desee.

Después de ensayar una gran cantidad de fórmulas y por aproximaciones sucesivas, se llega finalmente a las fórmulas siguientes:

$$\left.\begin{array}{lr} & \text{SLUMP TEST} \\ A = 0{,}3\ C + 0{,}3\ F + 0{,}3\ \sqrt[4]{S} & (0\text{-}15 \text{ mm.}) \\ A = 0{,}33\,C + 0{,}33\,F + 0{,}375\ \sqrt[4]{S} & (15\text{-}110 \text{ mm.}) \\ A = 0{,}36\,C + 0{,}36\,F + 0{,}45\ \sqrt[4]{S} & (> 110 \text{ mm.}) \end{array}\right\} \quad [20]$$

en las que:

A = agua en litros.

C = cemento en Kg.

$F = \dfrac{f}{100}\Delta$ = finos en Kg.

S = superficie de los áridos en m.².

Para facilitar su aplicación se han encontrado las fórmulas que dan las superficies totales de los áridos cuando se emplean diferentes dosificaciones. Así se han calculado las superficies totales siguientes:

$$S = \frac{\Delta \cdot \delta \cdot (100-f)}{50\,\lambda\sqrt{0{,}15\,D}} \quad \text{(granulometría [18])}$$

$$S = \frac{\Delta\,.\,\delta\,.\,(100-f)\left[1-\sqrt{\dfrac{0{,}15}{D}}-\sqrt{\dfrac{0{,}15}{D}}\;L\,\dfrac{0{,}15}{D}\right]}{100\,.\,D\,.\,\lambda\sqrt{\dfrac{0{,}15}{D}}\left[1-0{,}5\,\dfrac{0{,}15}{D}-0{,}5\sqrt{\dfrac{0{,}15}{D}}\right]} \quad \text{granulometría LFEM} \qquad [21]$$

en las que poniendo:

$\lambda =$ peso específico en Kg./dm.^{3};
$D =$ diámetro máximo en mm.;

y:

$\delta = 3$ (rodado);
3,77 (machaqueo),

se obtiene:

$S =$ superficie total en m.^{2} para su sustitución en [20].

Dosificación discontinua.

Las fórmulas [8] y [3] permiten resolver rápidamente el problema, ya que se trata, en definitiva, de escoger entre las diferentes soluciones posibles la de superficie mínima, si el porcentaje de huecos H no varía, o varía muy poco.

Si, por el contrario, variase mucho, se tendrán que eliminar las soluciones de H elevado, situándose de nuevo el problema en el caso anterior.

Las nuevas investigaciones se referirán, pues, únicamente, a la determinación de los tamaños intermedios a suprimir.

En el caso en que haya sido prevista la eliminación de áridos comprendidos entre $\varepsilon_a\, D$ y $\varepsilon_b\, D$, las granulometrías óptimas para los áridos no suprimidos serán:

$$\left.\begin{aligned} P &= 100 - \frac{100 - a}{1 - \varepsilon_a^{1/2}}\left[1 - \sqrt{\frac{d}{D}}\right] \\ P &= a - \frac{(a - f)\left[1 - \sqrt{\dfrac{d}{\varepsilon_a D}}\right]}{1 - \sqrt{\dfrac{\varepsilon_f}{\varepsilon_a}}} \end{aligned}\right\} \qquad [22]$$

las cuales se obtienen por un proceso análogo al anteriormente empleado.

Aplicaciones prácticas de la granulometría.

Citaremos ahora una aplicación práctica de especial interés en las presas.

La fórmula [18] permite la obtención de toda una serie de hormigones distintos, con dosificaciones de cemento que vayan desde las más altas a las más bajas, pero sin embargo equivalentes, en lo que respecta a sus aptitudes, para el transporte y la colocación.

En efecto, esta fórmula permite fijar con antelación el porcentaje de los elementos de pequeño tamaño o finos ($d \overline{\gtrless}$ 0,15 mm., por ejemplo) de la mezcla (cemento + áridos), y experimentalmente se ha visto que siempre que la granulometría sea la determinada por la fórmula [18], el porcentaje de finos juega el papel principal en lo que respecta a las dos propiedades mencionadas.

Para obtener hormigones equivalentes en estos dos aspectos bastará, pues, escribir:

$$f + n\,\beta = \psi \text{ (constante)}; \qquad [23]$$

siendo n un coeficiente que dependerá de la finura de molido del cemento, ya que expresa el porcentaje medio de los elementos de tamaño inferior a 0,15 milímetros que contenga el cemento.

Podrá tomarse aproximadamente $n = 0{,}86$ (finos $d \leqq 0{,}15$ mm.).

De [17] y [23] se deduce:

$$P = 100 - K\left(1 - \sqrt{\frac{0{,}15}{D}}\right) + n\,\beta;$$

y despejando K se tendrá:

$$K = \frac{100 + n\,\beta - \psi}{1 - \sqrt{\dfrac{0{,}15}{D}}}; \qquad [24]$$

fórmula que da inmediatamente el valor del parámetro K (fig. 5.^{a}), es decir, la granulometría para cada dosificación de cemento.

Y fijando los valores de ψ, los porcentajes totales de elementos finos existentes en la mezcla con relación al peso total de la misma, estos valores determinarán la clase del hormigón.

Los valores de ψ que, según los ensayos efectuados, parecen más convenientes en la práctica, son:

$$\left\{\begin{aligned} \psi &= 15 \quad \text{vibrado.} \\ \psi &= 16{,}5 \quad \text{apisonado.} \\ \psi &= 18 \quad \text{colado.} \end{aligned}\right.$$

Conclusión.

Una vez conseguida la obtención analítica de la ecuación de la granulometría, en función de la dosificación de cemento y de las características exigidas al hormigón, se ve que por el método seguido han quedado ligadas por ecuaciones las tres variables: agua, cemento y granulometría, e incluídas en las fórmulas la clase de los áridos y los medios de transporte y puesta en obra a utilizar.

Sin embargo, parece que podrán obtenerse resultados más interesantes y llevar más adelante los estudios, una vez que experimentalmente se haya profundizado más en la naturaleza de la función [2], haciendo entonces intervenir en las fórmulas la variable H.