

# PROSPECCION ELASTICA

Por MARIANO FERNANDEZ BOLLO,

Ingeniero de Caminos.

*Se presenta en este artículo, en forma abreviada, un método de prospección de las propiedades mecánicas del subsuelo, basado en la Sismología, cuyos fundamentos físicos explica el autor. En próximos artículos se propone dar a conocer los aparatos utilizables para ello y el análisis de varios estudios ya realizados.*

## Idea general.

El estudio del suelo y subsuelo desde el punto de vista físico, para conocer las cualidades de diversa índole que presenta, ha dado lugar a la creación de la importantísima ciencia de la Geofísica aplicada a la Ingeniería.

Uno de sus aspectos más atrayentes para el constructor es el de la prospección de las propiedades mecánicas del subsuelo. Dentro de los muchos métodos existentes, se destaca por su adecuación el fundado en el estudio de la transmisión de ondas elásticas por el terreno.

Originado en la sismología y utilizando parte de los métodos y procedimientos de la prospección sísmica del subsuelo, llega hoy día a ser un auxiliar indispensable en el estudio de obras de Ingeniería de muchos tipos, empleándose en España con profusión para obras con cargas importantes, como presas y galerías forzadas.

La exposición abreviada del método se inicia con el artículo presente, que no pretende ninguna originalidad, sino la presentación del conjunto de fundamentos físicos necesarios, todos muy conocidos.

## Fundamentos físicos de las medidas por prospección elástica.

### I. EL FENÓMENO DE LA OSCILACIÓN ELÁSTICA EN LA ROCA.

Los macizos rocosos, cuando se someten a un esfuerzo cuyo gradiente sobrepasa un valor variable según su naturaleza geológica y la forma mecánica en que actúa la sollicitación, entran en oscilación con arreglo a un proceso físico general. Esta oscilación se halla limitada en el tiempo y el espacio a consecuencia del consumo de energía preciso para establecerla y transmitirla a través del macizo (impedancia sísmica) y de la absorción de la misma por frotamientos internos (amortiguamiento).

Suponiendo que un macizo rocoso se pueda assimilar en primera aproximación a un cuerpo isótropo y homogéneo, o a un conjunto de capas o partes que

tengan estas características, se puede establecer el régimen de transmisión de las oscilaciones, tanto por compresiones y dilataciones longitudinales como por esfuerzos cortantes, designándose estos tipos de onda como longitudinal ( $P$ ) y transversal ( $S$ ), respectivamente (\*).

Pero dado que casi siempre un macizo rocoso accesible a nuestra observación y medida se halla limitado por una superficie plana o aproximadamente plana, esta condición de contorno crea dos nuevos tipos de ondas en cierto modo polarizadas por la superficie plana, el tipo Love ( $Q$ ) y el Rayleigh ( $R$ ).

Estas ondas sólo existen, por tanto, en la superficie, y mientras el tipo Love (\*\*) es puramente transversal polarizado, es decir, transmitiéndose por esfuerzos cortantes contenidos en la superficie y perpendiculares a la dirección de propagación, el tipo Rayleigh (\*\*\*) resulta de la combinación de la transmisión transversal polarizada con la compresión longitudinal, también polarizada por la superficie libre en dirección perpendicular a aquélla.

Los accidentes del subsuelo, como contactos de capas distintas, anisotropía de los estratos, fallas, etc., complican más este esquema, pero fundamentalmente la oscilación recogida en un suelo a distancia suficiente de un generador corresponde a los cuatro tipos indicados y a sus reflexiones y refracciones en los accidentes del subsuelo.

Por otra parte, una sollicitación aislada, como un golpe o explosión de barreno, hace vibrar el suelo con una extensa gama de frecuencias de oscilación que permite determinar la resonancia si la sollicitación es periódica.

No deja de ser interesante también el estudio de la distribución de la onda en la superficie del suelo, que puede hacerse midiendo su ángulo de fase.

Todos estos procesos nos llevan a la introducción

(\*) Vicente Inglada: *Estudio sobre la propagación de las ondas sísmicas*. Madrid, 1945.

(\*\*) A. E. H. Love: *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*.

(\*\*\*) Lord Rayleigh: "On waves propagated along the plane surface of an elastic solid". *Proc. Math. Soc.*, vol. XVII, 1887.

de una serie de magnitudes que vamos a estudiar en forma muy resumida y cuyas anotaciones pueden ser:

1. Gradiente crítico por debajo del cual el movimiento es aperiódico .....  $\nu$
2. Impedancia de transmisión sísmica ...  $\rho$
3. Coeficiente de absorción .....  $\alpha$
4. Módulos de deformación por compresiones y tracciones .....  $e$
5. Módulos de deformación por esfuerzo tangencial .....  $\mu$
6. Velocidad de la onda longitudinal ....  $v_e$
7. Velocidad de la onda transversal .....  $v_t$
8. Velocidades de las ondas superficiales.  $v_r$

Otros símbolos se irán introduciendo para la densidad ( $\delta$ ), el coeficiente análogo al de Poisson ( $\sigma$ ), etc.

## 2. GRADIENTE CRÍTICO.

Si sometemos el suelo a una compresión  $P$  (Kg./cm.<sup>2</sup>) en un área que, en proporción a la estudiada, sea suficientemente grande para no tener que considerar sus dimensiones respecto a la distancia de observación, y después de alcanzado el equilibrio anulamos la carga con una velocidad

$$\frac{dP}{dt} = r, \quad [1]$$

para un valor suficientemente pequeño de  $r$  no habrá oscilación. Este valor límite  $\nu$  (Kg./cm.<sup>2</sup>/s.) tiene dimensiones  $L M T^{-3}$  (+1, 1, -3) y existe precisamente porque el suelo no es sólido perfectamente elástico y gasta la parte de energía que devuelve, al decomprimirse, en vencer sus rozamientos internos.

El valor de  $\nu$  es muy variable y debe referirse a una misma forma de sollicitación, pero normalmente pasa de 10 Kg./cm.<sup>2</sup>/s., llegando a veces a los 200 Kg./cm.<sup>2</sup>/s.

## 3. IMPEDANCIA SÍSMICA.

Si suponemos una oscilación senoidal pura, de amplitud  $A$  y frecuencia  $f$ , la energía cinética por unidad de volumen de densidad  $\delta$  es:

$$e = 2 \pi^2 A^2 f^2 \delta;$$

y como la onda se propaga con velocidad  $v$ , la potencia será:

$$W = 2 \pi^2 A^2 f^2 \delta v; \quad [2]$$

luego la potencia es proporcional a  $\delta \cdot v$ , que designaremos por  $\rho$ , y juega un papel análogo a la resistencia eléctrica en la propagación de la corriente.

Esta resistencia  $\rho$ , referida a dimensiones unidad, la denominaremos "impedancia específica" de la roca,

y varía desde  $30 \cdot 10^6$  (fonolitas sin roturas, a  $1 \cdot 10^6$  (tierras sueltas), siendo valores corrientes  $10 \cdot 10^6$  en caliza y  $5 \cdot 10^6$  en margas.

La presencia de roturas o grietas abiertas hace caer el valor rápidamente, ya que al aire sólo se tiene  $\rho = 1,5$  y las tierras sueltas bajas a veces hasta  $5 \cdot 10^5$ .

Las dimensiones de  $\rho$  son Kg./s./m.<sup>2</sup>, o sea,  $M T^{-3}$  (0, 1, -3) y al otro factor de (2), o sea,  $2 \pi^2 A^2 f^2$ , lo denominaremos *intensidad sísmica*.

## 4. COEFICIENTE DE ABSORCIÓN $\alpha$ .

Suponiendo una absorción proporcional a la potencia transmitida, como es usual, se obtiene:

$$W_d = W_0 e^{-\alpha d},$$

si  $W_d$  es la potencia que queda a una distancia  $d$  del origen, en el cual era  $W_0$ . Por tanto:

$$\alpha = \frac{1}{d} \cdot \ln \frac{W_0}{W_d}, \quad [3]$$

y la pérdida de energía para una distancia  $d$  se puede expresar en decibelios con la notación usual:

$$db = 10 \ln \frac{W_d}{W_0}.$$

Si tomamos  $d = 1$  m., también podríamos introducir un coeficiente de "transparencia sísmica", que sería  $\eta = \frac{W_1}{W_0}$ , a partir del cual hallaríamos  $\alpha$ . Es conveniente recordar que  $\alpha$  o  $\eta$  dependen de la frecuencia y deben ser indicados por ésta.

Para frecuencias de 25 p./s. en calizas devónicas duras del Pirineo es del orden de  $2 \cdot 10^{-3}$ , y en la misma roca partida y triturada por una falla de  $4 \cdot 10^{-1}$ , pasando a 2 unidades en los rellenos cuaternarios que llenan en capas cretáceas las depresiones de la región de Vitoria.

Las dimensiones de  $\alpha$  son, según indica (3),  $L^{-1}$  (-1, 0, 0).

## 5. MÓDULO ELÁSTICO LONGITUDINAL $e$ Y TANGENCIAL $\mu$ .

La deformación de una roca bajo cargas normales está, en general, mucho más lejos de la hipótesis simplificatoria de Hooke que la de los materiales metálicos, madera y plásticos duros.

En las rocas no podemos hablar, por tanto, con verdadero rigor de módulos elásticos, sino más bien de módulos de deformación, en la inteligencia de que su representación geométrica en los tres ejes, sollicitación, deformación recuperable por devolución de energía y deformación sólo recuperable con absorción de nueva energía, no va a ser recta (ley de Hooke), sino una cierta superficie, que ni siquiera podemos su-

poner, tangente a esa recta en el origen, salvo para casos especiales, como en las rocas muy duras y sin roturas, como sucede algunas veces en ciertos granitos, cuarcitas o calizas. En una roca ordinaria, una sollicitación  $p_1$  da lugar a una deformación recuperable  $d'_1$  y otra irre recuperable o plástica,  $d''_1$ , que hacen recorrer al punto representativo del estado de deformación — tensión — una cierta curva.

El estudio detallado de esta cuestión es complejo y sale fuera de los límites que nos interesa mantener, pero es claro que en una roca, tal como se hallan en la realidad, no podemos hablar de un verdadero módulo  $E$ , sino de una función  $E$ , con dos partes correspondientes a los dos tipos de deformación y que matemáticamente es cómodo representar en forma compleja (\*).

$$E = e_1 + e_2 j,$$

$e_1$  y  $e_2$ , funciones de  $P$  y de la historia mecánica del material.

Muy importante es la observación de que en la historia mecánica va incluido el gradiente de sollicitación, que también influye en el resultado final.

En cambio, es muy interesante conocer  $e_1$  y  $e_2$  con el valor que tienen *in situ*. Pueden darse dos casos: el de las rocas duras no rotas, con  $e_2$  pequeño respecto a  $e_1$ , y el de las blandas o trituradas, en que  $e_2$  es del orden de  $e_1$  o mayor.

Si  $e_1$  es grande respecto a  $e_2$ , se efectuará una buena transmisión con poco amortiguamiento (la relación entre  $e_1$  y  $e_2$  se indica más adelante) y bastará medir la velocidad de propagación, que es función de  $e_1$ , según las relaciones de Poisson (\*\*) y Stokes (\*\*\*), que aproximadamente serán válidas:

$$v_e = \sqrt{\frac{\lambda_1 + \mu_1}{\delta}}, \quad v_t = \sqrt{\frac{\mu_1}{\delta}}, \quad [4]$$

que permiten hallar  $\mu_1$  y  $\lambda_1$  y, por tanto,  $e_1$ , que se halla ligado a ellos por las relaciones de Lamé:

$$\alpha_1 = \frac{\sigma e_1}{(1 + \sigma)(1 - 2\sigma)}; \quad \mu_1 = \frac{e_1}{2(1 + \sigma)},$$

así como el coeficiente de Poisson  $\sigma$ .

Si  $e_2$  es importante, una investigación limitada a estos valores es poco interesante y entonces, aunque se halle  $e_1$ , deberá determinarse también  $e_2$ . Para ello podemos partir del valor  $\alpha$  y utilizando la fórmula

$$\alpha = \frac{8 \pi^2 \Pi f^2}{3 \delta v^3}, \quad [5]$$

de Stewart y Lindsay (\*), según Heiland (op. cit.): donde  $\Pi$  es el coeficiente de fricción interna equivalente al de Poiseuille.

De acuerdo con todo lo anterior y los autores citados, podemos introducir:

$$e_2 = \Pi_e 2 \pi f, \quad [6]$$

quedando finalmente para estas rocas:

$$e = e_1 + j \Pi_e 2 \pi f, \quad [7]$$

El ángulo de fase de  $e$  tiene una tangente  $\frac{e_2}{e_1}$ , que se puede designar como "amortiguamiento específico" (\*\*)  $\rho$ , y su inversa, como "disipación específica" (\*\*\*)  $d$ .

Calculado para una muestra de caliza dura y para  $f = 1000$ , se obtiene 0,0075 y para un testigo de arcosa 0,047 (barras de 28 mm.  $\phi$ ). Deducida en el terreno para una marga alavesa del valor de  $\alpha = 0,5$  y  $v_e$ , se obtiene un valor de 0,28 para  $f = 18$ . Indica la obra citada de Heiland la no existencia de valores en las publicaciones conocidas y la utilidad que éstos tendrían, por lo cual no es posible comprobar aún estas determinaciones con otras.

La homogeneidad dimensional entre  $e_1$  y  $e_2$  es fácil de establecer, ya que las dimensiones de  $\Pi$  son:

$$\Pi = L^{-1} M T^{-1} \quad (-1, 1, -1),$$

según [4] y, por tanto, las de  $e_2$ :

$$e_2 = L^{-1} M T^{-2} = \text{dinas/cm.}^2;$$

lo que justifica la licitud de [8].

En este segundo caso, para hallar  $e_1$  no se puede recurrir con seguridad a las relaciones de Poisson-Stokes, según veremos a continuación.

## 6. VELOCIDADES DE LAS DISTINTAS ONDAS ELÁSTICAS.

En un medio elástico  $v$  y  $v_t$  se relacionan con  $E$  y  $\mu$  por las expresiones de Poisson-Stokes citadas en la obra del primero antes anotada. Para nuestro trabajo puede convenir ponerlas en la forma:

$$v_e = \sqrt{\frac{\sigma(v-1)}{(\sigma+1)(\sigma-2)} \cdot \frac{E}{\delta}}; \quad v_t = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}; \quad \mu = \frac{E}{2(1+\sigma)}. \quad [8]$$

Para rocas homogéneas y con disipación de ener-

(\*) C. A. Heiland: *Geophysical Expl.*, 1946.

(\*\*) S. D. Poisson: *Mém. sur la propag. du mouvement dans les milieux élastiques*.

(\*\*\*) G. G. Stokes: "On the Dynamical theory of diffraction". *Stokes math. and Phys. Papers*, vol. I.

(\*) Stewart and Lindsay: *Acoustics*, 1930. Van Nostram.

(\*\*) Wegel and Walter: *Physics*, 1935, april.

(\*\*\*) H. Walter: *Bell. Lab. Record*, 1934, ag.

gía relativamente pequeña, estas fórmulas dan buen resultado y pueden aplicarse sin inconveniente.

En este caso las velocidades de las ondas polarizadas de Love y Rayleigh son inferiores a las anteriores y su utilidad más dudosa. De la obra citada de Rayleigh se puede tomar la fórmula:

$$v_r = \beta \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}, \quad \beta = f(\sigma),$$

en la cual la función  $\beta$  tiene valores:

$$\beta \begin{matrix} 0,955 & 0,920 & 0,750 \\ \sigma & 4 & 3 & 2 \end{matrix},$$

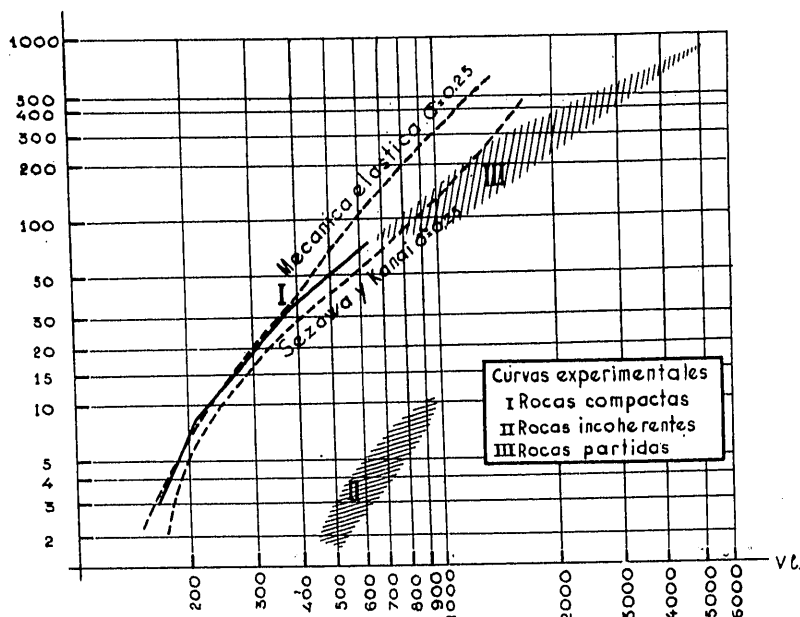
según R. Köhler (\*) y Ramspdek.

seguras. Puede utilizarse la conocida relación de Sezawa y Kanai (\*):

$$\frac{k\delta}{k+2\mu} \left( 2 - \frac{\delta}{\mu} v_c^2 \right) = 2\mu \left( 1 + \frac{\delta v_c^2}{k+2\mu} \right) \left( 2 - \frac{\delta}{\mu} v_c^2 \right) - 2 \sqrt{\left( 1 - \frac{\delta v_c^2}{k+2\mu} \right) \left( 1 - \frac{\delta}{\mu} v_c^2 \right)},$$

según preconizan algunos autores, entre ellos Coviaux.

Empleada en muchos casos por nosotros, no ha resultado siempre satisfactoria, por lo cual, tras una investigación experimental, hemos terminado por sus-



Las ondas de Love, también más lentas que las transversales, a poca distancia son difíciles de separar de las de Rayleigh, y prácticamente forman un grupo que se extiende desde el final de los impulsos transversales hasta una velocidad inferior del orden de  $0,55 v_t$ . Esta velocidad más lenta la denominamos en el resto de este trabajo  $v_r$ .

Si el terreno posee un coeficiente grande de absorción, lo normal es que  $v_t$  resulte más afectada que  $v_r$ , y entonces puede suceder que no alcancen al receptor alejado los valores de  $v_t$ .

En este caso es preciso aumentar la sollicitación.

Para el cálculo en un caso práctico, las hipótesis empleadas para establecer las fórmulas [4] no son muy

tituirla por unas funciones definidas en un ábaco (gráfico), que sólo en parte coinciden con las de la Mecánica elástica simplificada y las de Sezawa

El estudio detallado de esta cuestión ha sido objeto de una comunicación a la Sociedad de Mecánica del Suelo, que será próximamente incluida en sus memorias de 1949.

\* \* \*

El próximo artículo se ocupará de los equipos y aparatos utilizables para estos trabajos, y un tercero, del análisis de varios estudios hechos y su crítica, así como de los trabajos auxiliares de laboratorio emprendidos.

(\*) R. Köhler und A. Ramspdek: "Die Ausbreitungsgeschwindigkeit Elastischer Wellen Im Boden". V. T. D. F. B. (T. H. B.). Julius-Springer, 1936.

(\*) K. Sezawa y K. Kanai: *Earthk. Res. Inst. Tokyo*. Bull. 15. Marzo 1937.