

EL COEFICIENTE DE SEGURIDAD

Por ALFREDO PAEZ BALACA,
Ingeniero de Caminos.

Al publicar este trabajo, es para la REVISTA una satisfacción el destacar que las bases del mismo, propuestas por nuestro compañero Sr. Torroja en el Congreso de la A.I.P.C., de 1948, así como los resultados que de él se obtienen, fueron adoptados unánimemente en la Reunión Internacional de Centros de Investigación de la Construcción, de 1950, para su propuesta sobre unificación de coeficientes de seguridad ().*

Generalidades.

Pocos problemas pueden presentar en el campo de la construcción, tanto interés económico y de todo orden como el del justo establecimiento de los llamados coeficientes de seguridad. Los grandes avances alcanzados por la técnica de la construcción, especialmente en lo que se refiere al conocimiento de los estados tensionales que tienen lugar dentro de las estructuras resistentes, contrastan con la manifiesta inexistencia de unos criterios objetivos sobre los cuales pueda fundarse, de un modo matemático, la formal determinación de unos coeficientes que dupliquen o triplican el coste de la obra. Mientras la resistencia de materiales y las teorías de la elasticidad, y de la plasticidad, etc., presumen de determinar los estados tensionales con aproximación de unas centésimas, en el estudio de los coeficientes de seguridad no se ha logrado todavía establecer un criterio lógico de determinación, con visos de objetividad.

El hecho de que, de un modo más o menos explícito, figure todos los años el presente tema en la orden del día de los distintos Congresos de la Asociación Internacional de Puentes y Estructuras, muestra la importancia de este problema que, a pesar de las numerosas e importantes contribuciones presentadas, no ha logrado ser resuelto de modo satisfactorio y general.

Por otra parte, el momento es oportuno, porque tratándose, en el fondo, de una cuestión de probabilidades, se requiere una estadística copiosa para poder apoyar sobre ella las bases objetivas del estudio. Y si bien es cierto que esta estadística no es hoy todavía lo amplia que fuera de desear, sin embargo se dispone ya de numerosas investigaciones en este sentido, que pueden servir de iniciación y contraste de los propios resultados del estudio matemático-estadístico del tema.

La finalidad del estudio que se presenta es, exclusivamente, el esclarecimiento de los principios básicos sobre los cuales pueda fundarse el estudio, su plantamiento y el señalamiento de un proceso matemático capaz de resolver el tema con suficiente aproximación.

En el artículo se resumen las orientaciones seguidas en el desarrollo del tema, cuya justificación y pro-

ceso operatorio exigen, por su forzosa extensión, una publicación más amplia, donde puedan tener cabida las tablas y ábacos auxiliares que reducen a pocos minutos el tiempo dedicado a la determinación numérica del coeficiente de seguridad en un caso concreto. De todos modos, y aun cuando el presente estudio no es más que el resumen de una monografía publicada hace unos meses, es interesante señalar de antemano que los resultados a que se llega, respecto a la fijación de los coeficientes de seguridad, partiendo de los datos estadísticos acumulados en los principales Centros del extranjero dedicados a esta materia, y desarrollando todo el proceso deductivo por caminos simplemente matemáticos, coinciden con los que la Humanidad ha ido estableciendo lentamente hasta nuestros días y sin razón aparente para ello. Pudiera pensarse que esta coincidencia resta interés al tema, en el sentido de que el estudio sólo pudiese servir para justificar unas costumbres establecidas con un criterio puramente subjetivo. Sin embargo, esto mismo es lo que valoriza los resultados; de una parte, por cuanto sirve de aval al propio método, y de otra, por cuanto se deduce como, dentro del orden de cifras que los técnicos vienen utilizando, es obligado introducir variaciones bien netas de unos tipos a otros de estructuras y de unos casos a otros, en función de muy diferentes variables; variaciones que no habían podido apreciarse y valorarse hasta ahora, y que sólo se llegaba a intuir de un modo vago, sin posibilidad de independizarlas de criterios subjetivos peligrosos, ni de utilizarlas con el afinamiento razonado que la economía y la seguridad de las construcciones exigen a un mismo tiempo.

No se pretende haber agotado el tema ni haberle dado la solución final, sino solamente haber establecido un proceso deductivo sobre bases objetivas, válido para resolver el problema con resultados de interés práctico y con posibilidades orientadoras para nuevas investigaciones sobre el tema, en sus múltiples facetas.

El coeficiente de seguridad.

La natural incertidumbre sobre la magnitud de la solicitudación a que ha de estar sometida una estructura a lo largo de su vida de servicio y el inevitable desco-

(*) Memoria publicada en el Boletín núm. 2 del R. I. L. E. M.

nociimiento de la verdadera resistencia de los materiales con los cuales se ha de construir, imponen, entre otras causas, la ineludible obligación de proyectarla con un cierto margen o coeficiente de seguridad para cubrir las diferencias que se pueden presentar entre la realidad y las condiciones supuestas en el cálculo.

Es evidente, por lo tanto, la necesidad de este coeficiente de seguridad; pero si bien su concepto genérico aparece con toda claridad, su definición se diluye entre un enjambre de criterios, tanto más indeterminados cuanto más generales quieren ser.

En un principio, el margen de seguridad de una obra fué conceptuado como representativo del número de veces que la solicitud prevista podía incrementarse hasta producir la ruina de la pieza o estructura. Según este criterio, si un forjado, cuyo peso propio fuera igual al de las sobrecargas previstas, se dimensionaba con un coeficiente de seguridad dos sobre la carga total, el usuario podía considerar que dicho coeficiente, a efectos de la sobrecarga, era en realidad tres, y como consecuencia, estaba virtualmente facultado para incrementar la sobrecarga hasta un valor triple del consignado en proyecto, sin riesgo aparente de hundimiento.

Este concepto de la seguridad responde a una visión parcial del problema, ya que únicamente considera la posible fluctuación de las sobrecargas, dejando en el olvido no sólo la ineludible variabilidad de la resistencia de los materiales empleados, sino también la posible introducción de un defecto en la ejecución de la obra o en los cálculos que han servido de base a su proyecto.

Los primeros ensayos de probetas a tracción y compresión dieron lugar a que se considerase el coeficiente de seguridad como la relación entre la tensión de rotura y la de trabajo del material utilizado. Este concepto, más abstracto y genérico que el anterior, se aplicó primoradamente, bajo la forma de tensiones admisibles, a los casos de solicitudes sencillas (tracción, compresión y flexión simple) de piezas prismáticas, en los cuales está plenamente justificado. Pero posteriormente se generalizó su empleo a todos los casos de solicitudes, apareciendo ya algunas dudas sobre su rigurosa validez. A pesar de que las conclusiones deducidas por Euler en 1757, de sus estudios sobre el pandeo de soportes, conducían a una carga crítica de rotura independiente de la tensión máxima que puede resistir el material, durante todo el siglo pasado, y especialmente en su segunda mitad, se extendió el uso de este coeficiente de seguridad elástico, aplicándose a todo tipo de solicitudes y piezas.

Ya en el siglo actual, los estudios de Engesser, Kazinczy, Kist y Grüning sobre cerchas y vigas trianguladas y en celosía, han presentado nuevas objeciones a este concepto tensional del coeficiente de seguridad y, como consecuencia, Meyer propuso calcular las estructuras para solicitudes límites.

La diferencia entre estos dos últimos conceptos es

inmediata. Mientras, según el antiguo criterio, el coeficiente viene definido por el cociente

Tensiones que es capaz de soportar el material

Tensiones máximas resultantes del cálculo

según el nuevo criterio, puede igualarse al cociente

Solicitudes exteriores capaces de destrozar la pieza

Solicitudes exteriores previstas

Como en la práctica ambas solicitudes se suponen homotéticas, su cociente es un número.

Si las tensiones fuesen siempre proporcionales a las solicitudes, los dos coeficientes serían iguales (*), pero estas condiciones se verifican únicamente dentro del límite de la elasticidad proporcional, sin que nunca puedan ser extrapolables hasta la rotura.

Considerando la complicación que se presenta al tener en cuenta las características del material en las proximidades de esta zona, conviene referir el coeficiente de seguridad de un material a su límite elástico, tomado como estado de agotamiento.

En definitiva, el coeficiente de seguridad puede tomarse en relación a cualquiera de los tres estados siguientes:

a) Límite elástico aparente o tensión de relajamiento (coeficiente de seguridad elástico).

b) Carga final de rotura (coeficiente de seguridad real).

c) Carga máxima de rotura (coeficiente de seguridad eficaz).

El concepto que a primera vista parece más correcto, por real, es el que establece el coeficiente de seguridad en relación con la carga final de rotura. Pero si se estudia más detenidamente, se ve que no es lógico, puesto que para llegar a este estado límite es preciso rebasar el máximo del diagrama tensión-deformación.

Adoptando, por consiguiente, el criterio de tomar como referencia la carga máxima de rotura, es necesario considerar en el cálculo las características del material en prerrotura, muy diferentes de las que posee en régimen normal de trabajo.

Conviene tener presente que la máxima solicitud que un cierto elemento es capaz de resistir en un momento determinado, puede no coincidir con la máxima carga de rotura en la fibra más cargada. Es posible que esa fibra, rebasada su máxima tensión de rotura, ceda, dando lugar a que alcancen también la máxima tensión las fibras contiguas, con lo que se aumenta más o menos la solicitud exterior a que está sometida la pieza. En este caso, frecuente en los ensayos de flexión, el coeficiente de seguridad to-

(*) Ver *Coefficientes de seguridad en la comprobación de secciones de hormigón armado*, por D. Eduardo Torroja. Publicación, núm. 48 del Instituto Técnico de la Construcción y del Cemento.

mado en relación con el máximo sistema de fuerzas exteriores, corresponde, en la fibra más cargada, a la tensión final de rotura, origen de una solicitud superior a la correspondiente a la tensión máxima de rotura del material.

Siendo, en general, muy pequeña la diferencia entre ambos casos, y considerando la natural inexactitud en la determinación de las solicitudes límites del caso b), parece lo más razonable adoptar el criterio c), y referir el coeficiente de seguridad eficaz al estado en que se alcanza la tensión máxima de rotura, en compresión, en un punto cualquiera de la sección que se considera.

No parece, en efecto, acertado, en general, el criterio de considerar como estado de agotamiento aquel en el cual algunas fibras de la sección hayan superado su máxima tensión de rotura. Teóricamente, no es lógico ni prudente dimensionar, o sentar las bases de un estudio sobre el coeficiente de seguridad partiendo de este caso extremo, en el que una parte de la sección ha quedado ya dañada; debe, por el contrario, contarse solamente con la capacidad de resistencia de la pieza, antes de que ninguna de sus fibras empiece a ceder por haberse rebasado su máxima tensión resistente.

Variables que influyen en el problema.

Una de las características propias de este problema es el gran número de variables que en él intervienen. Siendo imposible enumerar todas las circunstancias que pueden influir, no sólo en los casos frecuentes, sino también en los diversos casos particulares que se pueden presentar, parece lógico agrupar los distintos conceptos, dentro de los apartados generales de una clasificación común a las diferentes eventualidades posibles.

Analizando todo el proceso seguido en la redacción de un proyecto, desde un punto de vista general primero, para descender a los detalles después, puede suponerse, en principio, dividido el cálculo de una estructura en dos fases fundamentales. La primera consiste en el estudio teórico del régimen tensional creado, bien por la acción de las cargas previstas en los distintos conceptos, o bien por el efecto producido por el conjunto de solicitudes límites impuestas. La segunda parte estriba en la comparación de las características resistentes de los distintos tipos de materiales que realizarán la obra, con las tensiones obtenidas en el cálculo, o en la comparación de las solicitudes admitidas como límites en el proyecto, con las solicitudes reales supuestas homotéticas.

Tanto la carga de trabajo prevista, como la carga de rotura esperada; tanto las solicitudes límites impuestas, como las solicitudes realmente actuantes, fluctúan entre unos límites más o menos extensos, función de las distintas variables que intervienen en el fenómeno considerado, según puede demostrarse con

el más ligero análisis. Por un lado, la carga de trabajo deducida por el cálculo varía en función de las sobrecargas supuestas, e incluso del método de cálculo desarrollado, según se tengan en cuenta, o se desprecien, efectos secundarios y se admitan hipótesis más o menos simplificativas. Por otra parte, la carga de rotura del material tendrá, igualmente, otra zona de amplia variabilidad que reconoce por origen a un conjunto de causas aleatorias, lógica consecuencia de su proceso de elaboración, que, por muy metódico que sea, llevará implícito la humana imperfección de una serie de operaciones manuales y mecánicas, difícilmente controlables de un modo matemáticamente riguroso.

Es evidente que los resultados obtenidos en la primera fase del proyecto, es decir, en el estudio teórico funcional, no pueden darse como absolutamente ciertos, como desprovistos de todo error. En primer lugar, las hipótesis relativas a las sobrecargas actuantes constituyen una mera estimación de las solicitudes que realmente habrá de soportar la estructura.

En segundo lugar, es preciso reconocer que las teorías que hoy día se utilizan como bases de cálculo para la redacción del proyecto, no se ajustan exactamente al comportamiento real de las estructuras, bien porque se desconozcan exactamente sus leyes físicas, bien porque la complicación que resultaría de aplicarlas sea demasiado grande y haga imposible su cálculo.

Por otra parte, e independientemente de los errores conceptuales implícitos a las hipótesis simplificativas admitidas, es indudable que, en el proceso operatorio a que el cálculo da lugar, pueden deslizarse algunos errores numéricos, inevitables en todo trabajo humano, y tanto más probables cuanto más complicadas y penosas sean las operaciones a realizar.

En cuanto a la segunda fase del proyecto, es decir, la realización del mismo, subsiste también la indeterminación. Por un lado, las características resistentes de los materiales a emplear no pueden estar representadas por una constante fija o inalterable propia de cada uno de ellos, sino que, en general, se toma como resistencia base bien la media de unos pocos ensayos realizados, o bien el valor mínimo obtenido en la rotura de un corto número de probetas.

Por otro lado, los defectos inherentes a su manipulación y puesta en obra, tales como falta de alineación o de replanteo, mala colocación de las armaduras, defectuoso roblonado o falta de adecuada trazón, pueden conducir a la introducción de graves defectos que, de ser importantes, pueden atentar seriamente a la estabilidad de un conjunto perfectamente concebido en su aspecto funcional por un hábil proyectista.

En otro orden de ideas, es evidente que en el coeficiente de seguridad a adoptar en el proyecto debe intervenir, como variable de importancia nada despreciable, la mayor o menor magnitud de los daños causados por el posible fracaso o hundimiento de la obra, teniendo en cuenta, para esta valoración, no sólo el

coste de la obra que se ha de reconstruir, sino también los daños y perjuicios que se ocasionan, incluyendo en ellos las vidas humanas que se puedan poner en peligro.

En resumen, la base de la clasificación que se propone consiste en agrupar las distintas variables en los siguientes apartados cuya extensión se detalla a continuación:

- I) Hipótesis de sobrecargas.
- II) Bases teóricas de cálculo.
- III) Errores numéricos.
- IV) Resistencia de los materiales a emplear.
- V) Defectos de ejecución.
- VI) Magnitud de los daños causados por el improbable hundimiento.

La característica esencial, propia de los cinco primeros apartados, es la indeterminación de los valores que estas variables pueden alcanzar. Su magnitud e importancia depende de un conjunto de fenómenos imponderables y cuya ocurrencia es un simple efecto del azar, con lo cual no es posible establecer más leyes que aquellas que se deducen del estudio estadístico de un ciclo de observaciones. En consecuencia, todo estudio relacionado con este tipo de variables ha de basarse en el cálculo de probabilidades, partiendo como dato del problema no de un valor arbitrario, pero definido y concreto, para cada caso particular, sino de un diagrama de frecuencia, de un gráfico de dispersiones o de una función de probabilidad que exprese de un modo numérico la mayor o menor posibilidad de que la variable correspondiente alcance un conjunto de valores comprendidos entre unos ciertos límites.

Las cinco variables citadas deben ser consideradas, en lo sucesivo, no como parámetros a definir en las circunstancias propias y características del caso concreto que se estudia, sino como funciones de probabilidad, conocidas con el nombre de variables estocásticas, definidas por parámetros arbitrarios, parámetros que adoptarán un valor determinado y preciso en cada caso particular que se considere y que darán como resultado el establecimiento de una función representativa de la probabilidad de que la variable rebase un cierto valor o esté acotada entre dos magnitudes prefigadas.

Por el contrario, la evaluación de los daños causados, comprendida en el sexto apartado, aparece con un carácter más estable, a modo de parámetro fijo, propio de cada caso particular. Aun cuando una parte de esos daños, representados por la sobrecarga accidental que actúa sobre la estructura, es esencialmente variable por su propia naturaleza y depende del instante que se considere, es también evidente que su magnitud no es causa que pueda colaborar en el hundimiento de la estructura. Al ser su valor independiente de este fenómeno, su evaluación puede determinarse con arreglo al valor medio que cabe esperar,

o, si se desea mayor exactitud y se conoce la distribución de frecuencias y magnitud de los daños, de acuerdo con la esperanza matemática de los perjuicios causados y su probabilidad de existencia.

A esta partida de los daños causados se añade en el cálculo el coste de reconstrucción de la obra como un perjuicio más, ocasionado por el hundimiento. A tal efecto, conviene hacer la observación de que éste coste adicional es función del coeficiente de seguridad, en virtud de la dependencia de las dimensiones de los distintos elementos con este coeficiente. Esta circunstancia es una de las condiciones que limitan el campo de aplicación del presente estudio, en el sentido de que no cabe aplicar los razonamientos que más adelante se exponen, a todos aquellos casos en los cuales no puede establecerse una dependencia biúnica, representada por una cierta función, entre los costes de primer establecimiento de una estructura y su coeficiente de seguridad.

Sin embargo, la verdadera dificultad en la evaluación de los daños estriba en la estimación de las pérdidas humanas. Dada la forzosa homogeneidad de las diversas partidas, es necesario expresar numéricamente el valor de la vida humana para establecer una determinada proporción con el coste de primer establecimiento. Esta condición parece, a primera vista, inadmisible por ser inapreciable su valor y sin posible comparación con las pérdidas materiales; pero no obstante la verosimilitud de este argumento, puede comprobarse fácilmente su error en cuanto se analicen los conceptos básicos que han servido de origen.

Si por un momento se acepta la hipótesis de suponer la vida humana con un valor infinito, se ha de admitir, como lógica consecuencia, la condición de que es preciso construir con la plena y absoluta garantía de ser imposible el hundimiento de la obra. Todo dimensionado, todo coeficiente de seguridad basado en una cierta probabilidad de hundimiento, pequeña pero no nula, llevaría implícita la condición de presuponer un valor de la vida humana, no infinito, sino fijo y limitado, puesto que, de no ser así, sería lógico aumentar más y más el margen de seguridad, sin mirar gastos, porque son despreciables frente al posible riesgo de daños infinitos, hasta alcanzar la plena seguridad de ser imposible la ocurrencia de tal catástrofe. En resumen, la hipótesis de suponer un coste infinito para las pérdidas humanas, obliga a construir con un margen de seguridad tal, que imposibilite el hundimiento de la estructura.

Ahora bien: puede demostrarse que esta probabilidad matemáticamente nula, de producirse la destrucción de la obra, no se consigue ni aun con un coeficiente de seguridad infinito, debido a que toda pieza tiene un coeficiente límite irribasable. A este coeficiente máximo le corresponde una probabilidad mínima de hundimiento, muy pequeña pero nunca nula.

Recíprocamente, a toda probabilidad de hundimiento corresponde siempre un determinado valor glo-

bal de los daños causados, daños que son finitos para valores finitos y no nulos de dicha probabilidad. Crecientes, cuando la probabilidad disminuye. Teniendo hacia infinito, cuando ésta tiende hacia cero.

Téngase presente que los conceptos que ahora se ponen en juego son esencialmente matemáticos y libres de todo criterio filosófico. Según ellos, la condición de adjudicar un valor infinito a la vida humana sólo se satisface, en el campo de la lógica matemática, cuando la probabilidad de hundimiento es nula, y como esta condición no se puede conseguir más que con un coeficiente de seguridad infinito, que no es posible alcanzar en ninguno de los casos, se deduce que, de seguirse tal criterio, sería imposible construir.

Este criterio se ve confirmado en la Memoria que, bajo el título de "Road Accidents", presentó el Profesor Harry Jones al Ministerio de Transportes británico en 1946. Partiendo de unas premisas totalmente distintas de las que en este lugar se han desarrollado, el Prof. Jones establece la cifra de 1 900 libras como coste representativo de un accidente mortal. Por otra parte, tanto las pólizas de seguros como las indemnizaciones por accidente, reconocen como origen unos principios muy en consonancia con los conceptos expuestos.

Siendo materialmente imposible asegurar de un modo absoluto una construcción contra su hundimiento, es del mismo modo imposible fijar un valor infinito al coste representativo de las pérdidas humanas. Todo proyectista, al fijar un determinado coeficiente de seguridad, juega sin darse cuenta con una implícita valoración virtual de los daños que puede causar el improbable hundimiento de la estructura, y en lugar de elegir un coeficiente que implique la máxima seguridad a la obra, a costa de un derroche de material, prefiere dimensionar los distintos elementos componentes del conjunto, con una máxima economía compatible con una cierta seguridad. Se mueve, por decirlo así, en el campo de unos valores límites de la probabilidad del fracaso. No se atreve a rebasar su límite superior por ser temerario su dimensionado; pero no intenta hacer tender hacia cero dicha probabilidad, por parecerle un despilfarro de material. Como ya se ha indicado en párrafos anteriores, puede establecerse una correspondencia biunívoca entre valoración de daños y probabilidades de hundimiento. Según se acaba de ver, esta probabilidad, no siendo nula, prejuzga unos daños finitos o, lo que es igual, una virtual valoración a estos efectos de la vida humana. Tal criterio no es contrario a una concepción humana de la vida, sino la exposición o argumentación matemática de unas consecuencias establecidas dentro del campo de la inexorable y rigurosa lógica científica y cuya ponderación se estima necesario determinar de un modo objetivo, en lugar de fiarlos a unos criterios que, dentro de su vaguedad, se basan en tales principios de un modo implícito.

Planteamiento analítico general.

El gran número de variables independientes que influyen en el problema, obliga a realizar un estudio previo de sus leyes estadísticas individuales que, al enlazarse después unas con otras, dan lugar a un proceso analítico que, aunque no es demasiado complicado, pudiera parecerlo a primera vista, por la diversidad de los factores a considerar.

Antes de bosquejar este proceso analítico, parece oportuno discutir brevemente las características de las diversas orientaciones que en el desarrollo de dicho proceso se pueden seguir.

Un primer criterio, el menos complejo en cuanto a su concepción se refiere, consiste en la determinación del coeficiente de seguridad propio de una obra ya construida. Partiendo como datos de la estadística de las sobrecargas observadas directamente sobre la estructura, así como de los ensayos de resistencia de los materiales componentes y de los errores probablemente introducidos en los cálculos, puede deducirse una ley de distribución de probabilidades de los diversos valores del coeficiente de seguridad. A tal efecto cabe consignar el interesante estudio realizado por el Prof. A. M. Freudenthal, de la Universidad de Illinois, en donde, partiendo de los valores medios, probables y extremos para una cierta probabilidad, establece el campo de probable fluctuación de las diversas variables aleatorias, o, lo que es lo mismo, sus valores extremos, que permiten calcular el coeficiente mínimo de seguridad que posee la estructura, en correspondencia con las probabilidades representativas del hecho de que las variables consideradas estén acotadas dentro del campo de dispersión previsto. Con estas probabilidades individuales se determina la probabilidad global, que se compara, finalmente, con los ciclos de sobrecarga que cabe esperar.

Un segundo criterio, tan acertado como el anterior aunque conceptualmente distinto, se basa en admitir, como dato conocido, el índice de seguridad o probabilidad de no hundimiento de la construcción considerada, fundando tal determinación en la estadística de sucesos análogos, tales como accidentes, incendios, descarrilamientos, etc. El concepto general que preside esta orientación consiste en presuponer una uniformidad de criterio en cuanto a la seguridad de los usuarios se refiere, tanto por verse comprometida por un suceso fortuito, extraño por completo al carácter funcional de la estructura, como por un fracaso mecánico de su comportamiento resistente. En otras palabras, si un edificio está expuesto en todo momento al efecto devastador de un incendio que lo destruya por completo, parece improcedente dimensionar su estructura con un alto índice de seguridad, toda vez que el derroche de material necesario para tal fin no evitaría en nada una catástrofe debida a aquél siniestro. De un modo análogo, si una carretera es causa de desgraciados accidentes por choques, vueltas o despistes,

origen de inevitables daños materiales, y lo que es peor, de pérdidas humanas, toda obra intercalada en semejante vía de circulación debería tener una probabilidad de hundimiento que mantuviese un cierto paralelismo, o proporcionalidad, con la estadística de tales accidentes.

Este criterio, propuesto por M. W. Wierzbicki en la Academia Polaca de Ciencias Técnicas de Varsovia, encierra, no obstante, una dosis de subjetividad en la estimación de la proporcionalidad que deben guardar unas probabilidades con otras, toda vez que su identificación no parece correcta, tanto por la distinta magnitud de la catástrofe a que puede dar lugar un accidente, o el hundimiento de la obra proyectada con arreglo a estas normas, como por la inevitable duplicación de la probabilidad de ocurrencia de un desafortunado suceso, cuya aceptación no parece ya tan evidente, y por otra parte, de admitirse una proporción distinta, su propia estimación se desvanece en medio de una serie de oscuros conceptos subjetivos que desvían el planteamiento del problema fuera de los cauces de una necesaria objetividad.

En todo caso, la sugestiva orientación del Profesor polaco refuerza considerablemente los conceptos que anteriormente se han expuesto acerca de la probabilidad de hundimiento y del valor virtual de las pérdidas humanas, al poner de relieve, siguiendo un camino totalmente distinto, la existencia de una probabilidad de hundimiento óptima, distinta de cero, aunque para él figure como dato lo que en este estudio sólo es un valor establecido en función de nuevos datos más inmediatos y objetivos.

Limitando aquí la discusión y omitiendo otras referencias, no por menos interesantes y acertadas, sino para no distraer la atención más de lo preciso fuera de la línea general trazada, parece conveniente iniciar ya el planteamiento analítico del problema y establecer, a modo de jalones, las fases características de su desarrollo operatorio.

Todo este proceso analítico es susceptible de ser dividido en dos secciones perfectamente diferenciadas.

En la primera se analizan una por una las cinco variables clasificadas en los cinco apartados anteriormente enunciados, estudiándose y planteándose, por separado, las leyes o funciones de probabilidad correspondientes a los distintos valores que dichas variables pueden alcanzar, expresándose sus ecuaciones analíticas en función de su propia variable y de unos parámetros propios del caso particular a que se refiere y a definir por la estadística de tales fenómenos.

Como se recordará, las cinco variables causas de errores fortuitos y los cinco símbolos representativos del error relativo unitario cometido en los respectivos fenómenos, son, de acuerdo con la notación establecida:

- I) Sobrecargas accidentales (variable x).
- II) Bases teóricas de cálculo (variable y).
- III) Errores numéricos introducidos (variable z).

IV) Resistencia de los materiales (variable u).

V) Defectos de ejecución (variable t).

En la segunda sección se enlazan las cinco funciones mediante dos leyes de síntesis: una primera, destinada a fundir en una sola expresión matemática la ley de probabilidad conjunta, función, claro está, de las distribuciones individuales previamente establecidas, y otra segunda, la condición económica que, ligando la ley de probabilidad global con la variable representativa de los daños causados por el hundimiento, vincula todo el conjunto de variables en una relación común, cuya condición determina el valor numérico del coeficiente de seguridad, solución del problema propuesto.

Pero antes de seguir más adelante, es necesario fijar de un modo riguroso el verdadero concepto físico de las distintas variables estocásticas comprendidas en los anteriores apartados, con objeto de precisar su carácter real y eliminar toda indeterminación en su significado.

Estas variables pueden ser consideradas como factores de corrección representativos, individualmente, de la relación existente entre el coeficiente de seguridad previsto y el verdadero, cuando las hipótesis a que las demás variables se refieren se realizan de un modo completo y perfecto.

Si cada uno de dichos factores representa aisladamente el coeficiente de corrección que es necesario introducir para que se cumpla con exactitud su propia hipótesis, el coeficiente de corrección total vendrá dado por el producto de todos estos coeficientes unitarios, es decir, que se podrá escribir:

$$\frac{C}{C_v} = x \cdot y \cdot z \cdot u \cdot t = \gamma. \quad [1]$$

El coeficiente de seguridad verdadero se puede calcular por simple división del coeficiente de seguridad C por γ . Puesto que la condición de no rotura se expresa por la desigualdad

$$C_v > 1; \quad [2]$$

se deduce que si

$$\frac{C}{C_v} = \gamma, \quad [3]$$

la condición de no rotura se satisface siempre que:

$$C > \gamma; \quad [4]$$

es decir, siempre y cuando que el valor del coeficiente de seguridad eficaz sea superior al valor del producto de los diversos coeficientes de corrección. Estos coeficientes representan el error unitario introducido por el incumplimiento de las cinco hipótesis correspondientes a los grupos de fenómenos clasificados en los cinco primeros apartados repetidas veces mencionados.

La primera ley de síntesis vincula, por medio de la condición $x \cdot y \cdot z \cdot t \cdot u = \gamma$, las cinco variables en una sola, γ , que define el coeficiente de seguridad con arreglo a la desigualdad [4]. Ligadas así las cinco primeras variables, la segunda ley de síntesis tiene como misión enlazar el coeficiente de seguridad con el sexto y último parámetro por medio de una condición económica.

Lógicamente se comprende que los valores de los cinco factores de corrección, y por consiguiente de su producto, son esencialmente desconocidos, puesto que, de no ser así, bastaría con afectar a la hipótesis efectuada con tal factor para obtener el valor real, con lo cual tal hipótesis dejaría de ser aproximada para pasar a ser exacta. Dichos cinco factores son, por lo tanto, otras tantas incógnitas del problema planteado, incógnitas en las cuales sólo es posible conocer la ley de probabilidad de una determinada fluctuación de valores. Toda transformación que se realice con tales variables es preciso establecerla dentro del campo del cálculo de probabilidades, y así, cada uno de estos factores debe ser considerado como una función paramétrica.

Este nuevo concepto de interpretar los factores de corrección no como un número más o menos incierto, como comprendido en un reducido campo de fluctuación, sino como una función de probabilidad, traslada su indeterminación al problema de fijar cuál es la ley representativa de estos sucesos fortuitos.

En rigor no tiene sentido hablar de una verdadera ley de error, puesto que, como ha hecho observar Frechet, las hipótesis conducentes al establecimiento matemático de una distribución de errores son sólo aproximadas. Unicamente cabe discutir el mayor o menor grado de aceptabilidad de unas funciones sobre otras, en relación con su mejor o peor adaptación a los resultados experimentales.

Cuando el fenómeno a representar es del tipo de distribución de errores numéricos, o de apreciación de magnitudes, puede decirse, basándose en los estudios de Samama y Pierce sobre veinticuatro series de quinientas observaciones astronómicas, que la función monoparamétrica que, entre todas las propuestas, reproduce con mayor fidelidad la ley experimental, es, en la mayoría de los casos, la segunda ley de Laplace, más conocida con el nombre de ley de Gauss.

Sin embargo, esta consecuencia que puede generalizarse a los casos en que se posea la certeza de la simetría de la función, deja de ser extrapolable a aquellas distribuciones en las cuales la condición de simetría ya no es tan evidente, o, lo que es igual, cuando no puede admitirse, con visos de objetividad, la identificación de los valores medio y probable.

En estos casos, sumamente frecuentes en el campo de la técnica experimental, se hace necesario recurrir a nuevas funciones de probabilidad que, dotadas de un mayor número de parámetros, permiten la identi-

fación de las funciones teórica y experimental, en un mayor número de puntos.

Basándose, a tal efecto, en los principios que sirven de fundamento a la formación de las series de Fourier o de Gram Charlier, siempre es posible encontrar dos series de funciones auxiliares que, gozando de la propiedad de ser biortogonales, se deriven de una función generatriz que satisfaga las condiciones de límite impuestas por el campo de posible fluctuación de la variable estocástica del fenómeno considerado.

Por medio de estas funciones auxiliares puede deducirse la función analítica que, desarrollada en serie de potencias, resuelve el problema planteado, con la mayor generalidad posible, dentro de las restricciones impuestas por las características peculiares de la ley experimental.

Aun cuando el problema analítico queda de este modo resuelto, la solución encontrada tiene el grave inconveniente de que exige la realización de un elevado número de operaciones, a veces bastante complicadas y penosas, y da lugar a un sistema de ecuaciones final, cuya resolución, en general, es muy laboriosa.

No tiene, por consiguiente, nada de extraño que, en estos casos, la solución más práctica sea la de representar el fenómeno de un modo gráfico, sin pretender encontrar su ley analítica de distribución.

Este procedimiento, que a primera vista pudiera seemjar imperfecto, deja de parecerlo en el momento en que se demuestra la posibilidad de operar con las distribuciones así obtenidas, y de deducir, por medio de los oportunos cálculos gráficos, la ley global representativa de un cierto fenómeno dependiente de aquellas distribuciones, cuando se conocen las relaciones de vínculo entre las distintas variables individuales de probabilidad.

No se impone, para la aplicación de este procedimiento, ninguna restricción que obligue a que todas las curvas sean gaussianas. Por el contrario, las distribuciones pueden derivarse de una función de Cauchy o de una ley experimental o analítica cualquiera, con la única limitación de que la función primitiva, es decir, la ley de distribución, ha de ser monótona en todo el campo de fluctuación, y que tanto ella como su primera derivada han de ser continuas para los valores de la variable comprendidos en el dominio de fluctuación.

Por esta razón, y con el fin de no perder nunca de vista el carácter general que pueden adoptar dichas distribuciones individuales, parece conveniente desarrollar los cálculos por procedimientos gráficos que, siendo conceptualmente exactos, sólo pueden ser origen de errores por causa de su imperfección puramente mecánica. Este inconveniente es subsanable, hasta reducirlo a la cuantía deseada, mediante la ampliación de las escalas y la determinación analítica de puntos.

Frente a estos inconvenientes, los cálculos gráficos poseen las indudables ventajas de su mayor gene-

ralización y fácil ejecución, así como la de permitir en todo momento la conveniente comprobación de los resultados obtenidos y el conocimiento del grado de precisión con que se han desarrollado las distintas operaciones efectuadas.

Aun con todas estas innegables ventajas, que en este caso particular superan a los inconvenientes, se ha adoptado en este trabajo el criterio de desarrollar simultáneamente ambos procedimientos, el gráfico y el analítico, con el fin de establecer la conveniente confrontación de los resultados obtenidos.

El primer procedimiento representa así las soluciones más aproximadas por su intrínseca identificación con los diagramas experimentales. El segundo, aun partiendo de determinadas hipótesis simplificativas, posee el inapreciable valor de que su desarrollo, matemáticamente riguroso y objetivo, conduce a unos resultados que, o bien atestiguan la bondad de los cálculos gráficos, o bien acusan la presencia de errores sistemáticos o de apreciación, fácilmente localizables mediante el oportuno cambio de escala.

En el presente estudio se ha comenzado por desarrollar los cálculos analíticos, admitiendo para ello la hipótesis simplificativa de que los cuatro primeros grupos ya explicados poseen una distribución simétrica y, por consiguiente, su ley analítica de probabilidad puede ser representada por la función de Gauss-Laplace.

Para establecer la ley representativa del quinto grupo, se sigue el procedimiento anteriormente expuesto de las funciones biortogonales, partiendo, previamente, de una función generatriz que satisface las condiciones de límite propias del caso particular a que se refiere.

Una vez desarrollados los cálculos analíticos, se deducen las leyes experimentales correspondientes a las distintas variables individuales y, de un modo simultáneo, se desarrollan los cálculos gráficos y analíticos para la deducción de la ley de probabilidad global del conjunto de las variables estocásticas.

Cabe consignar el hecho de que, tras numerosas comprobaciones, se ha podido llegar a la conclusión de que los procedimientos gráficos, desarrollados con toda minuciosidad y esmero, poseen una precisión muy superior a la requerida por las aplicaciones prácticas.

Los cálculos analíticos sólo cumplen su misión de valiosa comprobación, presentando una débil diferencia con los gráficos, debida a que, en algunas funcio-

nes, se registraron pequeñas asimetrías en su representación.

Desde un punto de vista esencialmente teórico, puede afirmarse que, en una ley normal o casi normal, no está justificada la extrapolación de una distribución basada en n ensayos, para probabilidades inferiores a $\frac{1}{n}$; razón por la cual no se estima prudente tomar como base valores de probabilidad por debajo de la cantidad $\frac{1}{\sqrt{n}}$.

Puesto que, por otra parte, la zona de valores entre los cuales fluctúa el valor de γ , corresponde a un campo de probabilidades cuyo orden de magnitud oscila entre los 10^{-4} y 10^{-5} , y este valor es, con cierta aproximación, igual al producto de las cinco probabilidades individuales, se deduce que, para conseguir unos resultados que merezcan la suficiente garantía, con un número reducido de ensayos, es condición necesaria aumentar, en conveniente proporción, el número de factores representativos de dichas probabilidades individuales.

Si, como término medio, se limita a un décimo el valor mínimo de la probabilidad, para cubrir el riesgo de todo posible error cometido, se deduce que, para alcanzar una probabilidad global de 10^{-5} , es preciso considerar cinco probabilidades, o, lo que es igual, cinco causas o fenómenos distintos. La clasificación de las variables en cinco apartados, representados por las incógnitas x , y , z , u y t , reconoce como causa justificativa de su número de grupos esta razón de índole teórica. Una reducción en el número de apartados de esta clasificación, introduciría una cierta desconfianza en los resultados obtenidos, siendo necesario, para eliminar tal incertidumbre, realizar un elevado número de ensayos experimentales para determinar el valor adecuado de los parámetros que definen analíticamente la función de probabilidad. Un mayor número de apartados conduciría a un cálculo más penoso, por ser mayor el número de expresiones a tener en cuenta y, por consiguiente, mayor el número de datos o parámetros a precisar en cada caso particular de aplicación.

Una vez definidos los conceptos fundamentales que servirán de base a todo el proceso matemático, así como el esquema general de su ordenación, puede emprenderse ya su desarrollo operatorio.

(Continuará.)