

EL COLOQUIO SOBRE FOTOELASTICIDAD Y FOTOPLASTICIDAD ORGANIZADO EN BRUSELAS POR LA UNION INTERNACIONAL DE MECANICA TEORICA Y APLICADA

Por CARLOS BENITO HERNANDEZ,
Ingeniero de Caminos.

El autor, que asistió a estas reuniones celebradas en la Universidad de Bruselas en el pasado julio, en las que presentó los resultados de los ensayos practicados en el Laboratorio Central de nuestra Escuela, nos hace un breve y claro resumen y comentario de los distintos trabajos que allí se presentaron.

La Unión Internacional de Mecánica Teórica y Aplicada decidió dedicar sus reuniones científicas del pasado año a discutir trabajos relacionados con Fotoelasticidad y Fotoplasticidad. Con este fin, el Comité formado por los profesores Le Boiteux, de la "Ecole Supérieure de Physique et Chimie de Paris"; Favre, de la "Ecole Polytechnique Fédérale de Zurich", y Hetenyi, del "Technological Institute (Northwestern University, Evanston, Illinois)", invitaron a diversos especialistas de trece países a que participaran en los coloquios, exponiendo los resultados de sus trabajos y tomando parte en las discusiones de los mismos. Estos coloquios se celebraron en la Universidad de Bruselas, durante los días 29, 30 y 31 del pasado mes de julio.

Aunque inmerecidamente, he tenido el honor de asistir activamente a dichas reuniones, en las que presenté los resultados de los ensayos e investigaciones que realizamos en el Laboratorio Central de Ensayo de Materiales de Construcción de nuestra Escuela. A continuación, y en forma muy resumida, vamos a exponer los principales trabajos presentados, que dan, a mi manera de ver, una idea bastante precisa del desarrollo alcanzado por los procedimientos experimentales que se agrupan dentro de la Fotoelasticidad y de la Fotoplasticidad. En este breve relato, describiremos con mayor detalle aquellas aplicaciones prácticas resueltas con los citados métodos, y que más directamente se refieren a las Obras Públicas.

En cualquier instante del desarrollo de una ciencia aplicada y sobre todo si ésta es experimental, una visión de conjunto nos muestra tres etapas o grupos sucesivos en que poder agrupar los conocimientos con ella relacionados. El primero lo constituye la avanzadilla, muchas veces numerosa, en la que integramos a todos los investigadores que con sus estudios y experimentos crean nuevos instrumentos, nuevos materiales o métodos originales, que van abriendo el camino al progreso de esa rama del saber. Durante la segunda etapa esas ideas felices, que parecen frutos en sazón, tienen que madurar, mejor aún germinar de nuevo, para poder pasar al último

grupo que es el de las realizaciones prácticas. En la mayoría de los casos, es el mismo creador el que pule y perfecciona sus concepciones hasta poder sacar de ellas el debido rendimiento. Pero de la concepción a la realización práctica, suele pasar mucho tiempo: por esto, no es de extrañar que descubiertos los fenómenos básicos de la doble refracción, por Brewster, en 1816, transcurriera casi un siglo hasta que Mesnager, Coker y Filon aplicaran los nuevos métodos a la resolución de problemas de Ingeniería.

En unas reuniones como las que se tratan de señalar, y en las que se presentaron 36 trabajos, fácilmente se puede imaginar que, entre ellos, los encontraremos pertenecientes a cada uno de los grupos que antes hicimos. O sea, que mientras que en unos se marcan sólo posibilidades y caminos muy prometedores, en otros se recogen las realizaciones obtenidas con procedimientos ya conocidos. Sin que por ello falte el trabajo completo que abarque en sí el nacimiento, el desarrollo y la aplicación práctica de una idea.

Para acabar con esta introducción, que ya se alarga en demasía, vamos únicamente a expóner el criterio que se ha seguido para los resúmenes de los diversos trabajos. Habida cuenta de que fué muy raro el que tocó un solo tema, la exposición sucesiva de todos ellos, en el mismo orden en que fueron presentados en el coloquio, me parece crearía un confusiónismo en el lector que no estuviese muy especializado en la materia, por lo que se ha preferido reunir sus diversas partes en tres grupos o capítulos, que denominaremos: *Materiales*, *Nuevos métodos* y *dispositivos de ensayo*, y *Aplicaciones*.

I. Materiales.

En el estudio de una pieza desde un punto de vista resistente, lo que interesa es poder determinar la dirección y magnitud de las tensiones principales en uno cualquiera de sus puntos (bien sea del interior o de la superficie) cuando está solicitada por unas fuerzas exteriores o de masa. Para ello, como

es sabido, tanto en Fotoelasticidad como en Fotoplasticidad, se construye un modelo con un material que posea birrefringencia accidental y cuya forma y dimensiones reproduzcan a la escala conveniente las de la pieza que se desea estudiar. Sometido el modelo a la acción de unas fuerzas análogas a las que solicitan la pieza original, se le hace atravesar por un haz monocromático de rayos de luz polarizada plana, que se analiza después con otro polarizador, orientado 90° con el que produjo la polarización inicial del haz (*).

La aplicación de estos métodos a casos concretos, obliga a utilizar materiales, para la construcción de modelos, que tienen que reunir características perfectamente determinadas. Así, el estudio tensional de una pieza de hormigón, de acero u otro material, cuyo comportamiento sea semejante al de un cuerpo elástico, exige reproducir la pieza en un modelo construido con un material que cumpla la ley de Hook generalizada. Este es el problema clásico en Fotoelasticidad plana, y los materiales con que se suelen fabricar los modelos (bakelite, plexiglás, trolón, etc.) a las tensiones a que están sometidos se comportan como elásticos.

En otras ocasiones, la forma particular de algunas piezas, principalmente en las proximidades de ángulos entrantes muy agudos, entalladuras y taladros, origina tales concentraciones de tensiones, y valores tan altos en éstas, que sobrepasan el límite elástico del material que las integra y, entonces, se producen deformaciones plásticas que, al mismo tiempo que alteran la estructura molecular del material, pueden influir en la distribución de las tensiones en el interior de la pieza. Fenómeno análogo suele presentarse en aquellas estructuras que se construyen con materiales en los que las cargas exteriores produzcan unas deformaciones instantáneas, seguidas de otras generalmente más pequeñas (las deformaciones lentas), pero que pueden alterar el equilibrio elástico inicial. Estos casos exigen realizar los modelos con materiales cuya deformabilidad bajo cargas presente características análogas a aquellas que se desean estudiar y que caen dentro del campo de la Fotoplasticidad. Como la consideración de la parte plástica es más reciente, está menos desarrollada. Los resultados obtenidos hasta ahora son muy alentadores; por ello, es en esta especialidad en la que se han presentado un gran número de trabajos dedicados a estudiar las propiedades plásticas de los materiales.

Las características elásticas de los materiales clásicos en Fotoelasticidad ya son conocidas, y como consecuencia no fueron tratadas en el Congreso. Sin embargo, no queremos pase desapercibida la aporta-

(*) Para recordar los fundamentos de la Fotoelasticidad, recomendamos la lectura del capítulo IX de la *Elasticidad*, de E. Torroja (Ed. Dossat, Madrid), y para un mayor estudio del tema, los dos tomos de Frocht titulados *Photelasticity* (Ed. John Wiley and Sons, Inc., New York).

ción del Dr. Ing. A. Angioletti [3] (*), de la Sociedad Pirelli, de Milán, que para sus estudios, cuyo resultado expondremos entre las aplicaciones, utiliza modelos reducidos de goma transparente, y cuyo comportamiento a las tensiones a que estaba solicitada era perfectamente elástico.

Como ya se ha indicado, son las cualidades plásticas las que han inspirado mayor número de aportaciones, casi todas dirigidas a poner de manifiesto las propiedades favorables de determinados materiales. Entre ellas merece destacarse la comunicación presentada por el doctor West, de la Polaroid Corporation [2], en la que estudia el comportamiento fotoelástico de modelos de vidrio. En los ensayos realizados con vidrios inorgánicos ha podido comprobar tres clases de birrefringencia, que son las siguientes:

1.º Una birrefringencia de tipo elástico, que se relaciona con las cargas exteriores no hidrostáticas.

2.º Birrefringencia permanente por plasticidad, debida a que las cargas exteriores han modificado la configuración isótropa inicial, deformando su distribución molecular, y

3.º Una birrefringencia permanente debida a un ciclo de temperatura, llevada a cabo con independencia de las cargas exteriores.

Aunque el autor admite que estos tres tipos de birrefringencia pueden coexistir en un modelo de vidrio, estudia con preferencia la debida a las deformaciones plásticas, que pueden servir para una mejor comprensión del fenómeno tensional en piezas metálicas sometidas localmente a fenómenos de fluencia.

El profesor Hetenyi [4] mostró los resultados de una serie de ensayos en los que los modelos observados estaban construidos con un copolímero de nylon, que presentaba un límite elástico perfectamente definido y una birrefringencia muy acusada. En este material, la birrefringencia era proporcional a las tensiones tanto en la zona elástica como en la plástica; por ello, se ha podido aprovechar para reproducir el comportamiento de piezas de metal dúctil, en las que se produjeseen zonas de deslizamiento. Aunque el material con que se realizaron los modelos presentaba una fluencia muy marcada cuando estaba sometido a tracciones uniaxiles, en los modelos con taladros o entalladuras la rotura se producía en forma quebradiza, lo cual acrecentaba la analogía de los resultados obtenidos, con la forma de trabajar de las piezas reales. El desarrollo de las pruebas fué presentado en una película en color, y éstas serán comentadas en el apartado correspondiente.

Las propiedades plásticas del plexiglás han sido estudiadas por el profesor H. Le Boiteux [32]. En

(*) Los números que figuran entre paréntesis a continuación del nombre de cada autor, corresponden a la relación de los trabajos presentados al Coloquio, que figura al final de este artículo.

sus ensayos utiliza un aparato que le permite medir las variaciones, a lo largo del tiempo, de la birrefringencia originada por las cargas en los modelos. Este dispositivo le permite distinguir tres clases de birrefringencia: una, que podemos llamar instantánea y que se produce al aplicar las cargas al modelo, a continuación, y permaneciendo las cargas constantes, comienza un aumento de la birrefringencia, que se va amortiguando a lo largo del tiempo, y que llamamos nosotros birrefringencia diferida, hasta que se estabiliza el fenómeno. Al descargarse el modelo, ocurre un fenómeno en todo análogo, pero de signo contrario; es decir: la birrefringencia disminuye simultáneamente con la descarga y queda una parte residual que puede desaparecer lentamente si no es irreversible. Es interesante destacar que de los resultados de los ensayos se deduce que puede producirse una birrefringencia irreversible, después de descargado el modelo, y que permanece a lo largo del tiempo, sin que se aprecien deformaciones permanentes. También ha comprobado que la variación de la birrefringencia con el tiempo, para cargas inferiores a las de la zona de irreversibilidad, es análoga a la encontrada por el autor para las deformaciones elástico-viscosas, y que expuso en el Octavo Congreso Internacional de Mecánica de Estambul. También son dignas de consideración las conclusiones deducidas de los resultados de los ensayos realizados con cargas novedosas y reiterativas, que no exponemos por no alargar este resumen.

Además de los anteriores, presentaron comunicaciones, relacionadas con propiedades de materiales para modelos, los señores Föppl [5], Ballet [21], Frankl [31], Hiltcher [1 y 33], West [34] y Monch [35], que no detallamos por no fatigar excesivamente a los lectores de este artículo.

II. Nuevos métodos y dispositivos de ensayo.

Aunque el técnico no especializado en Fotoelasticidad considera, y con razón, que lo más importante son sus posibilidades de aplicación, el especialista siempre mira la presentación de procedimientos y aparatos originales con la esperanza de aprovecharlos en sus trabajos. Por esto, aunque en forma muy escueta, vamos solamente a enunciar los asuntos tratados. El profesor Mesmer [15] presentó un procedimiento para obtener las isopacas (*) en un modelo fotoelástico. Orowan [27], del Massachusetts Institute of Technology trató de la medida por refractometría de las tensiones residuales que presentan en su superficie determinados tipos de vidrios.

Para conocer las deformaciones que se originan en la superficie de una pieza metálica, los ingenieros

R. Fleury y F. Zandeman [9] proponen un método que consiste en pulir hasta brillo de espejo la superficie a estudiar; después se recubre ésta con una capa de 1 mm. de espesor, de resina etoxílica, y se ilumina perpendicularmente a la superficie con un haz de luz polarizada. El estudio de la luz reflejada permite determinar, en muchos casos prácticos, las tensiones en la superficie de la pieza. El método, con una precisión comparable a las que se obtienen con extensómetros de resistencia eléctrica, se presta, según sus autores, al examen de deformaciones plásticas. El profesor Drucker [36], sigue, con el mismo fin, un procedimiento semejante; y en el coloquio presentó los resultados de unos ensayos encaminados a determinar las características de diversas clases de resinas, aptas por su birrefringencia, para ser utilizadas en el método descrito.

En un campo completamente distinto, el de la determinación en una estructura plana de las tensiones originadas por su peso propio, el profesor Grandori en nombre del profesor P. Locatelli [13], mostró dos procedimientos utilizados por éste en Milán. Como en los materiales fotoelásticos corrientemente empleados, las tensiones debidas al peso propio del modelo no suelen ser apreciables, ha logrado aumentar artificialmente su peso específico sometiendo al modelo a una fuerte aceleración. Los casos prácticos estudiados se enumeran en el apartado correspondiente a las aplicaciones.

Los estudios de tensiones de origen dinámico, requieren principalmente el desarrollo y puesta a punto de procedimientos de gran precisión que permitan registrar el fenómeno que se desea estudiar. Entre los trabajos presentados al coloquio, relacionados con esta especialidad, destacan los de Frankl [28], Frocht [29] y Hetenyi [30]. El primero mostró el funcionamiento de un aparato fotoelástico para el estudio de engranajes. El registro fotográfico de las isocromas instantáneas se lograba con una fuente de luz que emitía destellos de muy corta duración (algo menos de 10 microsegundos) cada vez que pasaba por delante de la cámara un diente determinado del engranaje ensayado. El profesor Frocht describió de manera muy breve la técnica y equipo desarrollados para obtener en forma clara los resultados sobre modelos planos, de acciones dinámicas con una duración equivalente a 1 500 000 exposiciones por segundo. Hetenyi utiliza un método desarrollado en Francia por Bonnet para la fotografía en tres dimensiones, y logra captar fenómenos con una duración equivalente a 216 000 exposiciones por segundo, que juzgaba suficientes en el fenómeno estudiado y anunció que con su procedimiento se podría llegar a los 2 000 000 de exposiciones por segundo.

En cuanto se refiere a la resolución general del problema fotoelástico tridimensional, el más ambicioso y difícil de los planteados en esta especialidad en el momento actual, se sabe que por procedimien-

(*) Se suelen llamar isopacas a las líneas lugares geométricos de los puntos en los que la suma de tensiones principales es una constante.

tos puramente fotoelásticos no se puede alcanzar. La Fotoelasticidad nos proporciona datos de los cuales se pueden deducir los valores de las tensiones tangenciales según planos previamente elegidos. Atacando este problema, el profesor Frocht [25] presentó un método en el que se combinan los datos obtenidos fotoelásticamente por medio del procedimiento de las "tensiones congeladas", con una integración numérica de una de las ecuaciones diferenciales de equilibrio en coordenadas cartesianas. Con este procedimiento parece posible determinar las tensiones principales reales en cada punto de un modelo isótropo y homogéneo, de forma arbitraria y sujeto a un sistema general de cargas. A continuación de Frocht, Mindlin [26] expuso un resumen de la teoría matemática de la Fotoelasticidad tridimensional. El autor de este artículo [19] tuvo el honor de presentar las ideas fundamentales y algunas aplicaciones de un método original, desarrollado en el Laboratorio Central, sobre la aplicación de modelos de gelatina a estudios fotoelásticos tridimensionales.

III. Aplicaciones.

En las aplicaciones de los diversos métodos es donde se contrasta su precisión. Cuando el procedimiento que se presenta a discusión pública es totalmente revolucionario, se suele acompañar de unos ensayos sencillos cuya solución matemática o experimental es conocida y que sirven para comprobar la bondad del método. El siguiente paso es aplicarle a problemas concretos, que en muchos casos fueron la causa del nacimiento y desarrollo del procedimiento que se presenta. Estas dos etapas se aprecian claras en varios de los trabajos presentados. Así en el del Dr. Ing. A. Angioletti [3], que ya fué mencionado en el apartado relativo a materiales por utilizar en sus ensayos modelos de goma transparente, presenta los resultados obtenidos al ensayar prismas a compresión simple y a esfuerzo cortante entre dos bases opuestas, y completa su trabajo estudiando el reparto de tensiones que se produce en la zona superficial de la garganta de una polea cuando está sometida a esfuerzos estáticos y de fatiga. Para ello, en este último caso construye el modelo a ensayar, con la parte interior metálica y la superficial de goma transparente, que observa fotoelásticamente. A continuación incluimos las conclusiones principales de las deducidas de su trabajo: En todos los ejemplos estudiados, el conocimiento de la distribución de las deformaciones en el interior de un sólido, representa un factor secundario respecto al conocimiento de las deformaciones superficiales. Si se excluyen las roturas originadas por cargas estáticas, en todas las pruebas de fatiga, realizadas, la rotura se originó en la superficie, y se propagó hacia el interior según las direcciones de las isostáticas, que

se modificaban según progresaba la rotura. De aquí se deduce la conveniencia de estudiar las formas de los contornos de las piezas de manera que se reduzcan al mínimo las zonas superficiales en tracción.

En Fotoplastidad plana son interesantes los trabajos del profesor Föpl [5], que estudia el reparto de tensiones en un prisma apoyado en su base inferior, cuando sobre la base superior actúan una o dos fuerzas concentradas. Estos resultados permiten establecer consecuencias sobre la aplicación del principio de Saint-Venant a aquellos casos en que se producen deformaciones plásticas. También estudia la ménsula con carga concentrada en la punta, y una viga sometida a flexión pura; pero los resultados que juzgamos más interesantes los obtiene al ensayar dos piezas de forma rectangular, con un agujero circular en su centro, que aunque de forma y dimensiones iguales, una estaba construida en un material elástico y la otra en un material elastoplástico. Sometidas ambas piezas a tracción, después de un cierto tiempo, los resultados eran sensiblemente diferentes, tanto en las tensiones como en la forma del taladro central que por plasticidad, de ser circular había pasado a elíptico. El estudio incluía también los resultados del ensayo elástico con una pieza cuya forma era igual a la obtenida como final en los ensayos plásticos. Aunque no idénticos, estos resultados eran sensiblemente iguales a los deducidos, teniendo en cuenta la plasticidad del material. Juzgamos muy interesante esta consecuencia, pues si se comprobase en otros casos, permitiría valorar la influencia de la plasticidad que presentan algunos materiales de construcción, con sólo prever la forma que adoptarían las piezas estudiadas como consecuencia de esa propiedad.

Así como en las experiencias realizadas por Föpl, y que acabamos de resumir, las cargas aplicadas producían un equilibrio estable, los ensayos realizados por el profesor Hetenyi [4] llegaban hasta rotura. Para exponer estos resultados, proyectó una película en color, en la que se apreciaba con toda claridad la formación de zonas plásticas y los deslizamientos que precedían a la rotura en dos tipos de probetas: una, prismática, sometida a tracción axil, y otras de contornos idénticos a los de la anterior, pero con taladros de formas y dimensiones diversas. Resultó sumamente interesante observar la influencia de los taladros en la distribución de las zonas plásticas. Como ya se ha indicado anteriormente, las características del material permiten reproducir los fenómenos plásticos que presentan algunos aceros.

En Fotoelasticidad en tres dimensiones, el profesor Drucker [6] estudia el reparto de tensiones en el interior y en la superficie de dos sólidos de revolución sometidos a estados de carga con simetría axil. Para esto emplea el método de las "tensiones

congeladas" estudiando las lajas por incidencia oblicua (*).

Utilizan el mismo método de las "tensiones congeladas" el Ingeniero J. Aubaud [22] y el Dr. Nisida [23]. El primero, cuyo trabajo fué presentado por el profesor Le Boiteux, determina la concentración de tensiones que en una barra cilíndrica sometida a torsión pura produce una entalladura de forma hiperbólica, perpendicular al eje del cilindro. Nisida estudió los efectos de las concentraciones de tensiones originadas por taladros y entalladuras en los siguientes casos: 1.º Barras de sección cuadrada o circular, con dos taladros transversales que se cortan perpendicularmente, y sometidas a tracción o compresión. 2.º Barras de sección cuadrada, con dos ranuras semicirculares longitudinales en dos lados opuestos, sometidas a torsión. 3.º Ejes de sección circular con una entalladura transversal en forma de V. Los ejes estaban sometidos a tracción o compresión y en los diferentes ensayos se variaron las dimensiones de la entalladura, con el fin de comprobar si la fórmula empírica del autor, aplicable a estadios planos, es también útil en sólidos de revolución.

También se ocupó de los problemas de concentración de tensiones R. B. Heywood [10], que expuso las discrepancias observadas entre los factores de concentración deducidos por medio de ensayos fotoelásticos y los obtenidos en la práctica.

Entre las aplicaciones de Ingeniería Industrial presentadas al Coloquio vamos a enunciar algunas en las que se han resuelto problemas relacionados con el proyecto de elementos de máquinas o mecanismos. J. L. Coutts estudió las tensiones que se producen en las chapas utilizadas en calderas cilíndricas cuando presentan taladros distribuidos sin simetría. Este trabajo, que fué presentado por el Prof. Jessop [8], consta de dos partes. En la primera se estudia, en dos dimensiones, el reparto de tensiones en una chapa plana sometida a cargas según dos direcciones perpendiculares; y en la segunda, que no está terminada, se determinarán las correcciones que hay que aplicar a los resultados de los estudios bidimensionales, para tener en cuenta la forma real de las chapas.

Durelli [17] presentó el reparto de tensiones en una placa cuadrada, en cuyo centro había un agujero circular sometido a presión centrífuga. En su magnífica disertación mostró los resultados obtenidos al variar el diámetro del agujero, que en el caso extremo era casi igual a la arista de la chapa.

Aunque posteriormente nos ocuparemos de los ejemplos relacionados con las obras públicas resueltos en el Laboratorio de Fotoelásticidad de la Uni-

versidad de Lieja por el Prof. Pirard [16], en este apartado en que estamos resumiendo los relacionados con piezas industriales deseamos reseñar el magnífico trabajo realizado por el citado profesor al proyectar la forma y dimensiones de algunas piezas. Presentó el estudio de una argolla que llevaba un martinet para arrancar pilotes, y que, por un defecto en la forma de su contorno, se rompía tantas cuantas veces se reposaba. Estudiado el reparto de tensiones en su interior, pudo apreciarse la influencia desfavorable que ejercían determinados ángulos entrantes que presentaba. Modificada convenientemente su forma, pudo construirse nuevamente la pieza, sin que se reprodujese las roturas.

Dentro de las aplicaciones de la Fotoelásticidad al proyecto de máquinas, el Dr. Baud [20], Jefe de la Sección de Fotoelásticidad del EMPA (Laboratorio Federal de Ensayos de Materiales, Zúrich), expuso los resultados obtenidos al estudiar las tensiones en las zonas próximas a las entalladuras en forma de cola de milano, necesarias para sujetar los polos al rotor de un generador, y en otro problema análogo al fijar los alabes al eje en una turbina de gas. Por último, para terminar con las aplicaciones industriales, citaremos el trabajo del Ingeniero Principal M. Ballet [21], en el que, utilizando la técnica tridimensional, observa la influencia de la forma del perfil de la rosca de un tornillo en las concentraciones de tensiones que se producen al transmitirse los esfuerzos desde la rosca al vástago roscado.

Antes de empezar las reseñas de las fructíferas aplicaciones de la Fotoelásticidad en el campo de las Obras Públicas, el autor de estas líneas desea aprovechar esta ocasión para mostrar su agradecimiento al Prof. Baes, de la Universidad de Bruselas, por las afectuosas atenciones que le dispensó durante su visita al magnífico laboratorio de Fotoelásticidad que con tanto acierto dirige tan prestigioso profesor. Baes [11], con un vigor impropio de su edad (se retira este año de su cátedra, por cumplir la edad reglamentaria), consumió todo el tiempo concedido a cada participante, y el correspondiente a su discusión subsiguiente, en exponer una pequeña parte del interesante programa de experiencias que nos tenía anunciado. El objeto de su disertación fué la determinación de los puntos de inflexión en estructuras planas de un alto grado de hiperestaticidad, con un resumen de las propiedades de dichos puntos. A continuación aplicó sus concepciones a varias vigas Viereendeel de diversas formas y a la estructura de un edificio. Durante la visita a su laboratorio nos mostró los resultados obtenidos al proyectar la sección de una tablestaca metálica.

Los que en marzo de 1951 tuvimos la oportunidad de asistir a las diversas conferencias que, patrocinadas por el Instituto Técnico de la Construcción, dió en Madrid el Prof. Favre, ya conocíamos

(*) Para recordar en qué consiste el método de las "tensiones congeladas" y la observación por incidencia oblicua, puede leerse la publicación núm. 73 del Laboratorio Central, titulada *Estudios fotoelásticos tridimensionales con moldes de gelatina*, por C. Benito y A. Moreno.

los fundamentos de su originalísimo método para determinar los momentos flectores en placas delgadas sometidas a cargas normales. En este coloquio, y en colaboración con W. Schumann [14], ha presentado los resultados de diversas aplicaciones a cual más interesante, y que reunió en tres grupos:

1.º Estudio de la repartición de momentos en diversas placas circulares apoyadas a lo largo de su contorno o en varios puntos aislados. En cada una de estas placas estaba aplicada una fuerza centrada o excéntrica, según los casos.

2.º Determinación sistemática de momentos en cuatro placas oblicuas (cuyo contorno era un paralelogramo) apoyadas a lo largo de los lados opuestos y cargadas en el centro. El objeto principal de estos ensayos ha sido reconocer la influencia de la oblicuidad de la placa sobre la magnitud y dirección de los momentos.

3.º Estudios del orden de magnitud de los momentos originados en una placa cuadrada que tenía dos de sus lados opuestos empotados y los otros dos libres cuando sobre ella actuaban diversas fuerzas aplicadas en una zona limitada próxima al centro de la placa.

Estos ensayos han confirmado consideraciones teóricas muy recientes (*) dirigidas a precisar en qué condiciones puede aplicarse el principio de Saint Venant a las placas flectadas.

Como ya hemos indicado anteriormente, el profesor Pirard [16], en los laboratorios de la Universidad de Lieja, ha tenido la ocasión de resolver un gran número de problemas con ayuda de la Fotoelasticidad plana. Entre ellos vamos a destacar aquí el estudio de tensiones en el interior de un macizo semiindefinido atravesado por un agujero de forma determinada, y el estudio de un proyecto de anclaje de una presa. El primero se planteó al tener que proyectar la forma más conveniente para la sección de una galería situada a gran profundidad, y el segundo comprende el conjunto de ensayos realizados para estudiar el refuerzo por cables de anclaje sistema Coyne, de la presa recrecida de la Gileppe.

Cuando se describieron los nuevos métodos y dispositivos de ensayo presentados al Coloquio, se hizo referencia al procedimiento utilizado por el profesor Locatelli [13], de Milán, para llegar a conocer el efecto originado por el peso propio en las estructuras planas; al tratar aquí de las aplicaciones conviene destacar un estudio del efecto del peso propio en una ménsula, realizado como comprobación del método adoptado, y otro análogo en una presa de gravedad, con la deducción de la red de isostáticas.

También las estructuras de hormigón armado son objeto de observación por medio de modelos fotelásticos. En unos casos, como en el trabajo de F. K. Ligtenberg [18], que más adelante se resu-

me, se investiga el reparto de tensiones con un modelo cuya sección es igual a la del hormigón, sin tener en cuenta la armadura, mientras que otros investigadores, como R. C. Boiten [12], incluyen las armaduras en el modelo. Ligtenberg, en el Laboratorio para la Determinación Experimental de Tensiones, de la Universidad de Delft, ha ensayado varios modelos de posibles secciones para un túnel proyectado y ahora en construcción en las cercanías de Velsen. El túnel, con capacidad para carretera y ferrocarril, tiene su solera a unos 25 m. por debajo del nivel del mar. Como consecuencia de esa profundidad, sobre él actúa una gran presión externa que permite prescindir, en los ensayos, de las cargas móviles cuya influencia es muy pequeña. Los modelos se construyeron a escala 1/100 y, entre otros detalles, se estudiaron las formas que debían darse a los ángulos entrantes para disminuir en lo posible las concentraciones de tensión. En estos ensayos, en que no se consideran las armaduras, los resultados obtenidos no tienen en cuenta la heterogeneidad entre el hormigón y la armadura, característica del hormigón armado. Pero esta dificultad la presentan igual la mayoría de los métodos utilizados para calcular los esfuerzos que actúan en una sección de una estructura, ya que en ellos el reparto de esfuerzos es función de las rigideces relativas de las diversas piezas de la estructura considerada, y estas rigideces se calculan corrientemente considerando en cada pieza toda la sección de hormigón y despreciando la armadura. Esto no es necesario si se incluye la armadura en el interior de cada pieza; nosotros ya lo habíamos realizado en 1949 con piezas de forma sencilla, al moldear vigas de gelatina dura con armaduras de goma vulcanizada. Boiten nos mostró en el Coloquio los resultados de ensayos con vigas armadas sometidas a flexión pura. La mayor dificultad, al utilizar resinas termoplásticas para fabricar las vigas, estriba en encontrar para las armaduras un material que tenga el mismo coeficiente de expansión térmica que las resinas, pues las vigas se moldean con las resinas fundidas, y al producirse la solidificación por enfriamiento, si no retraen igual y simultáneamente la armadura y la masa de la viga, se producen grandes tensiones iniciales que falsean los resultados de los ensayos. Boiten ha superado esta dificultad moldeando los modelos con Araldita, que fragua en frío, y utilizando aluminio para las armaduras. Esta técnica aparece como un valioso auxiliar para todos los estudios relacionados con la formación de grietas en las piezas de hormigón armado.

También S. P. Christodoulides utilizó un modelo con armaduras en su interior, aunque en este caso se trataba de representar una viga de hormigón postensado. Los resultados obtenidos pusieron de manifiesto en las zonas próximas a los anclajes de las armaduras la existencia de tensiones considerablemente mayores que las deducidas de procedimientos apro-

(*) Ver W. Schumann: *Comptes rendus des sciences de l'Académie des Sciences*, tomo 238, págs. 988-990, 1954.

ximados de cálculo. Este trabajo fué presentado por el Prof. Jessop [8].

Entre los problemas resueltos por nosotros en la sección de Fotoelasticidad del Laboratorio Central, seleccionamos, para mostrarlos en el Coloquio, los siguientes estudios de tensiones: 1.º, sección de una pieza utilizada para el drenaje de aeropuertos; 2.º, viga de gran canto sometida a cargas concentradas, y 3.º, influencia que la presión de un túnel ejerce sobre otro túnel próximo que puede estar vacío. Para no cambiar el criterio general de este artículo dedicado a exponer en forma resumida las principales aportaciones presentadas al Coloquio, no detallamos nuestros trabajos. Quizás más adelante sean motivo para otro artículo.

* * *

Aunque sólo se han enunciado algunos de los temas tratados, es suficiente esto para darse idea del gran desarrollo alcanzado por los ensayos en los que se utilizan los métodos que integran la Fotoelasticidad. El enorme número de problemas resueltos, muchos de ellos de inmediata aplicación a las Obras Públicas, nos dan idea clara de la gran ayuda que puede prestar al técnico en multitud de casos en que su resolución teórica es imposible o muy complicada.

Esta valiosa aportación se verá notablemente incrementada el día, no muy lejano, en que alcance un mayor desarrollo la Fotoplasticidad, pues permitirá considerar fenómenos poco conocidos en la actualidad, lo que redundará en un mejor conocimiento de los materiales, con el consiguiente beneficio y economía.

Desde este doble punto de vista de mostrar las aplicaciones prácticas y marcar nuevos caminos, estimamos que el estudio de las posibilidades expuestas en este Coloquio organizado por la Unión Internacional de Mecánica Teórica y Aplicada ha de resultar de sumo interés tanto para el técnico proyectista como para el especialista en estas materias.

Trabajos presentados.

1. "Gütebeurteilung spannungsoptischer Modellwerkstoffe", por el Prof. Dr. R. Hiltsher, de la Tekniska Högskolan, Stockholm.
2. "Residual Orientation Birefringence in Inorganic Glasses", por el Dr. C. D. West, de la Polaroid Corporation, Cambridge, Massachusetts.
3. "Applicazioni della fotoelasticita all esame di articoli di Gomma", por el Dr. Ing. A. Angioletti, de la Société Pirelli, Milán.
4. "Yield Patterns in Nylon Specimens", por el profesor M. Hetenyi, de la Northwestern University, Evanston, Illinois.
5. "Bericht über neuere Arbeiten aus der spannungsoptischen Laboratorium der Technischen Hochschule München", por el Prof. Dr. L. Föppl, de la Technische Hochschule, München.
6. "Equipment of the Brown Photoelastic Laboratory and some Current Studies", por el Prof. D. C. Drucker, de la Brown University, Providence, U. S. A.
7. "Quellen bzw. Schwinden von Belägen", por el doctor R. Baud, del Laboratoire Fédéral d'Essai des Matériaux, Zurich.
8. "Notes on some Investigations at the Photoelastic Laboratory University College London", presentada por el Prof. H. T. Jessop, Reader in Photoelasticity at University College, London.
9. "Le procédé de l'Extensométrie photoélastique par réflexion", por R. Fleury, Ingénieur en Chef de l'Air, SNECMA, y F. Zandman, Ingénieur Docteur SNECMA, París.
10. "A note on the significance of Stress Concentration Factors", por el Dr. R. B. Heywood, del Royal Aircraft Establishment, Farnborough, England.
11. "De l'incidence de la photoélasticité sur le contrôle des méthodes de calcul des systèmes plans hyperstatiques", por el Prof. L. C. Baes, de la Université de Bruxelles.
12. "Photo-elastic investigation of armoured models with an application to bending bars with cracks on the tensile side", por el Ingeniero R. C. Boiten, del Centre de Recherche Tension et Vibration, Delft.
13. "Recherche Photoélastique des contraintes dérivées du poids propre dans les structures planes", por el Prof. P. Locatelli, del Institut des Sciences de Construction, Milán.
14. "Quelques applications récentes de la méthode purement optique à l'étude des plaques fléchies", por el Prof. Dr. H. Favré y W. Schumann, de la Ecole Polytechnique Fédérale, Zurich.
15. "The Moire screen Method for Isopachic Lines", por el Prof. Dr. G. Mesmer, de la Washington University, St. Louis, U. S. A.
16. "Sur quelques études photoélastiques au service de l'industrie", por el Prof. A. Pirard, de la Université de Liège.
17. "Stress Distribution in Square Plates with Hydrostatically Loaded Central Holes", por el Dr. A. J. Durelli y J. B. Barriage, de la Armour Research Foundation, Chicago.
18. "Some special photoelastic Investigations and their practical Interpretation", por los profesores C. G. J. Vreedenburg y F. K. Ligtenberg, de la Technische Hogeschool, Delft.
19. "Travaux effectués au Laboratoire Central d'Essai des Matériaux de Madrid", por C. Benito, Ingeniero de Caminos del Laboratorio Central de Ensayo de Materiales de Construcción de Madrid.

20. "Ueber einige an der EMPA ausgeführten, photoelastischen Untersuchungen unter besonderer Berücksichtigung jener mit besonders gearteten Randbedingungen", por el Dr. R. V. Baud, del Laboratoire Fédéral d'Essai des Matériaux, Zurich.
21. Sur l'utilisation de l'araldite dans la méthode de fixage des contraintes", por M. Ballet, Ing. principal du Génie Maritime, y Mlle. C. Salmon-Legagneur, Ing. E. S. O., París.
22. "Etude photoélastimétrique d'une entaille tridimensionnelle en torsion", presentada por el Prof. Le Boiteux en nombre de J. Aubaud, Ingénieur de Recherches à l'O.N.E.R.A.
23. "Some improvements in *Stress Freezing* Photoelastic Technique", por el Dr. M. Nisida, del Scientific Research Institu, Tokio.
24. "Some new Techniques in Three-Dimensional Photoelastic stress explorations", por el Prof. H. T. Jessop, Reader in Photoelasticity at University College, London.
25. "The General Solution on the Three-Dimensional Problem", por el Prof. M. M. Frocht, del Illinois Institute of Technology, Chicago.
26. "Mathematical Theory of Three-Dimensional Photoelasticity", por el Prof. R. D. Mindlin, del Department of Civil Engineering and Engineering Mechanics, Columbia University, New York.
27. "Refractometric Surface Stress Measurement", por el Prof. E. Orowan, del Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology.
28. "Photoelastic apparatus for the study of dynamic Stresses in gears", por el Prof. E. K. Frankl, del Engineering Laboratory, University of Cambridge, England.
29. "Studies in Dynamic Photoelasticity", por el professor M. M. Frocht y P. D. Flynn, del Illinois Institute of Technology, Chicago.
30. "A novel method of Recording High Speed Phenomena", por el Prof. M. Hetenyi, de la Northwestern University, Evanston, Illinois.
31. "Stress-optic relations for inelastic behaviour", por el Prof. E. K. Frankl, del Engineering Department, University of Cambridge, England.
32. "Etude sur le comportement optique du Plexiglas dans le domaine plastique", por el Prof. H. le Boiteux, de la Ecole Supérieure de Physique et Chimie, Directeur Scientifique à l'Office National d'Etudes et de Recherches Aéronautiques.
33. "Studien zur Untersuchung elastoplastischer Spannungszustände im spannungsoptischen Modellversuch", por el Prof. Dr. R. Hilscher, de la Tekniska Högskolan, Stockholm.
34. "Geometry of Plastic Bending deduced from monocrystal Corundum", por el Dr. C. D. West, de la Polaroid Corporation Cambridge, Massachusetts.
35. "Die Dispersion der Doppelbrechung als Mass für die Plastizität", por el Dr. Ing. E. Monch, de la Technische Hochschule, München.
36. "Plastic and Elastic Strain in Metal determined with an Elastic Birefringent Coating", por el professor D. C. Drucker, de la Brown University, Providence, U. S. A.