

ESTUDIO EXPERIMENTAL DE CUBIERTAS LAMINARES CON MODELOS REDUCIDOS

Por CARLOS BENITO HERNANDEZ,
Ingeniero de Caminos.

Se presenta el original estudio del autor, expuesto en el último Congreso de la Asociación Internacional de Puentes y Estructuras, celebrado en Lisboa.

Denominamos cubierta laminar aquella en que su espesor es muy pequeño en relación con las dimensiones de su superficie. Hasta ahora, no conocemos un procedimiento de cálculo que sea aplicable a cualquier forma de cubierta de este tipo, y las teorías o métodos de cálculo al uso sólo son aplicables a determinadas formas. Aun en estos casos particulares, un gran número de teorías admiten que el material de la lámina es homogéneo y elástico, lo que concuerda con la realidad sólo de una manera aproximada, pues este tipo de cubiertas se construye, en su inmensa mayoría, con hormigón armado. En las citadas teorías es necesario desarrollar el cálculo de acuerdo con las hipótesis de la elasticidad y luego admitir nuevas simplificaciones, que en unos casos consisten en suponer que el coeficiente de Poisson del material de la lámina es igual a cero, y en otros, que son nulos o iguales determinados esfuerzos.

Conocidos con estos procedimientos de cálculo, las tensiones o los esfuerzos en diferentes secciones de la cubierta, se pasa corrientemente a dimensionarla de acuerdo con las teorías del hormigón armado o del hormigón pretensado.

En el caso general, en que la forma de la cubierta sea de doble curvatura, de difícil cálculo cuando no es de revolución, o cuando las condiciones de borde sean complicadas, es necesario recurrir a nuevas simplificaciones, con lo que se llega a unos resultados cuya aproximación al caso real es bastante difícil de evaluar. Es en estos casos cuando se pone de manifiesto la necesidad de recurrir a la experimentación en modelos reducidos para, de la interpretación de sus resultados, contrastar la bondad de los métodos de cálculo aplicados y el coeficiente de seguridad de la estructura proyectada.

Para poder realizar un estudio en modelo reducido, es necesario disponer:

1.º De material y métodos adecuados para la fabricación del modelo.

2.º Procedimientos de carga, y

3.º Dispositivos de medida de las diversas magnitudes que se juzguen interesantes.

De las leyes de semejanza entre el prototipo y el modelo, se deduce que el material debe cumplir unas

determinadas condiciones. Entre ellas, es de destacar que la relación entre tensiones y deformaciones del material del modelo debe ser semejante a la análoga en el material con que se haya de construir la cubierta; y también, que sus coeficientes de Poisson sean iguales. Además, es necesario que este material sea fácilmente moldeable para que pueda tomar la forma y dimensiones del modelo.

En cuanto al procedimiento de carga, ha de ser tal que actúe de manera análoga a aquella en que se producen las cargas en la realidad. Es decir, que si las cargas son de las de tipo corriente en una cubierta (peso propio, peso de nieve o empuje de viento), es necesario que la carga en el modelo pueda aplicarse lentamente y vaya aumentando proporcionalmente en la superficie en que actúe, para evitar de esta manera estados parciales de carga que sin poderse producir en la realidad, ocasionan fisuras, grietas y aun en determinados casos, la rotura del modelo.

Los dispositivos de medida dependen de las magnitudes que se quieran medir y de la precisión que se deseé alcanzar. Estos son datos que están íntimamente ligados a la escala del modelo, pues se comprende fácilmente cómo entre dos modelos reducidos de un mismo prototipo, en aquél en que sus dimensiones sean mayores se producirían mayores corrimientos.

Si se dispone de un procedimiento de carga adecuado y de un material cuya relación entre tensiones y deformaciones sean en todo semejantes al material de la obra real, el ensayo puede realizarse no sólo para aquellas cargas que estén comprendidas dentro de la zona de proporcionalidad entre tensiones y deformaciones, sino que se puede llegar con el estudio hasta rotura. Con el fin de aclarar este concepto, supongamos que se desea estudiar una lámina de hormigón armado por medio de un modelo reducido construido con este mismo material. En este caso, el coeficiente de Poisson y el módulo de elasticidad en el material del modelo y en el material real son iguales, y como consecuencia, la escala de tensiones, o lo que es igual, la escala de cargas por unidad de superficie son también iguales a uno. O sea,

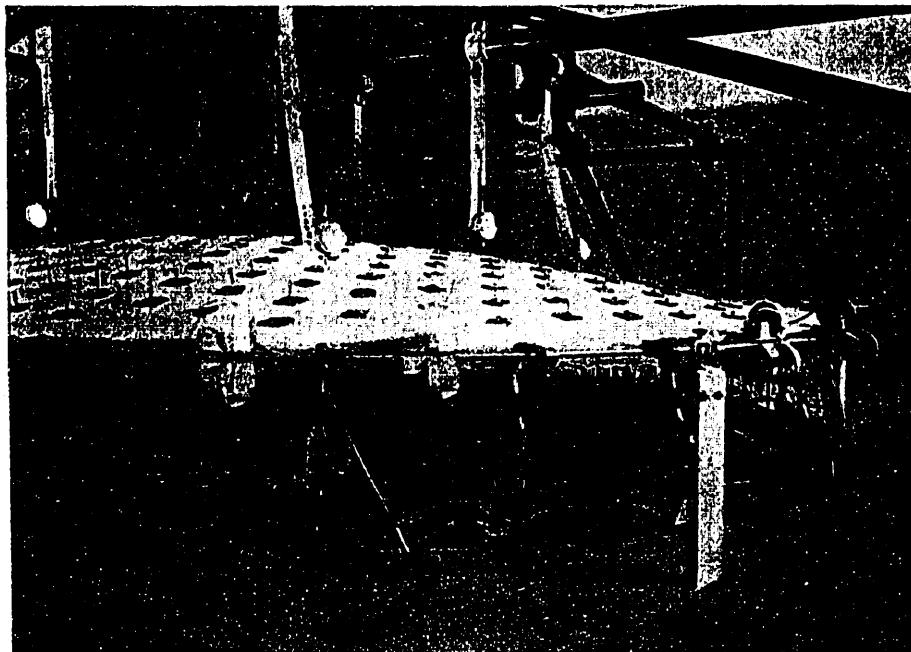


Figura 1.*

que para cargas por unidad de superficie iguales en modelo y prototipo, se producen en puntos análogos de ambas estructuras tensiones iguales y corrimientos en la misma relación que la escala de longitudes a que se ha de construir el modelo. Por tanto, se podría aumentar la sobrecarga en el modelo hasta la fisuración parcial del mismo, hasta el agrietamiento o hasta la rotura y llegar de esta manera a conocer con certidumbre el valor del coeficiente de seguridad a la fisuración, al agrietamiento o a la rotura.

Para no sacar conclusiones erróneas, es necesario tener en cuenta que el peso propio por metro cuadrado del modelo y de la obra real están en la misma relación que la escala de longitudes y, por tanto, la sobrecarga que produciría la rotura de la obra real no es igual a la aplicada al modelo, sino que la rotura en ambos casos se produciría para una carga total igual a la sobrecarga aplicada, más el peso propio.

En una cubierta laminar, el hormigón suele estar confeccionado con un tamaño máximo de árido rela-

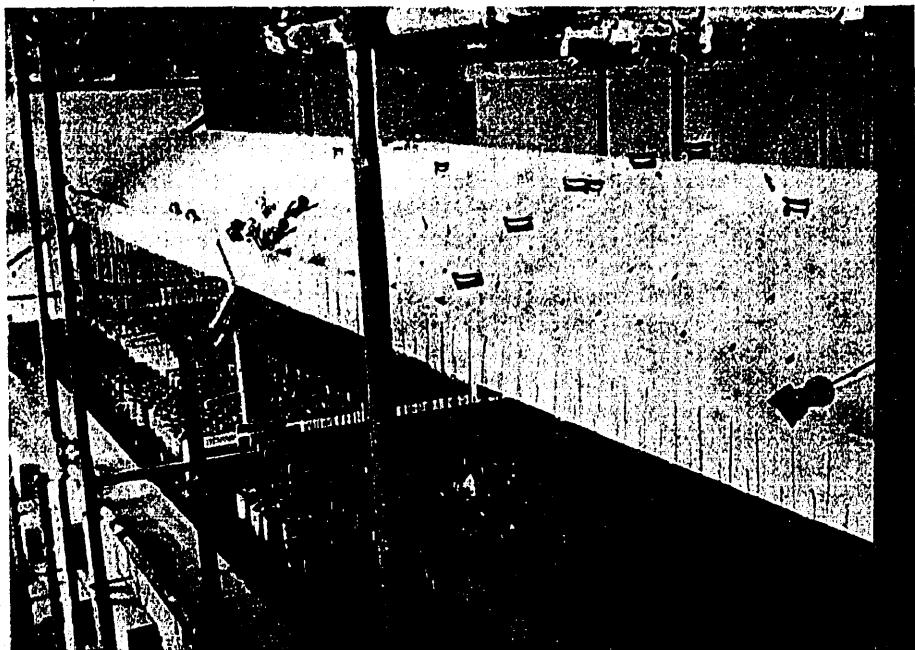


Figura 2.*

tivamente pequeño, ya que también es pequeño el espesor de la misma. Por tanto, es imposible la realización con hormigón armado del modelo reducido de una cubierta de este tipo. Pero si se disminuye también a escala el tamaño máximo del árido, encontraremos la posibilidad de realizar los modelos con mortero de cemento, que, hábilmente dosificado, puede de reproducir por completo, no sólo el módulo de elasticidad del hormigón, sino sus cargas de rotura a compresión y tracción, con lo que el comportamiento del mortero resultará idéntico al del hormigón de la obra. También sería necesario reducir de diámetro las armaduras, lo que no es difícil, sustituyéndolas por alambres. Aun con estas facilidades, la construcción de modelos con este material, como los que hemos realizado, y que más adelante mencionamos, es muy laborioso por la gran cantidad de armaduras que hay que colocar y por la necesidad de reproducir el encofrado con formas muchas veces difíciles de obtener. Por ello, la construcción de estos modelos resulta muy larga y laboriosa. Además, tanto se parece este material al hormigón, que después de construido el modelo, es necesario pase un determinado número de días con objeto de que el mortero endurezca y alcance la resistencia necesaria para realizar los ensayos. Este tiempo, del que muchas veces no se puede disponer, puede abreviarse utilizando cementos especiales de alta resistencia inicial.

En estos modelos de mortero armado hay que aplicar unas cargas repartidas iguales a las que actuarían en la realidad, lo que supone una dificultad considerable. Nosotros la hemos vencido colgando de la cubierta del modelo a ensayar y en puntos muy próximos, un gran número de flotadores que van sumergidos en un gran depósito lleno de agua. Mientras el depósito está lleno, las cargas flotan, no actúan sobre la lámina, y cuando se hace descender el nivel

del agua del depósito, operación que puede realizarse todo lo lentamente que se quiera, la carga va actuando poco a poco y en forma análoga a como actuaría en la realidad. Este procedimiento, que nos ha dado

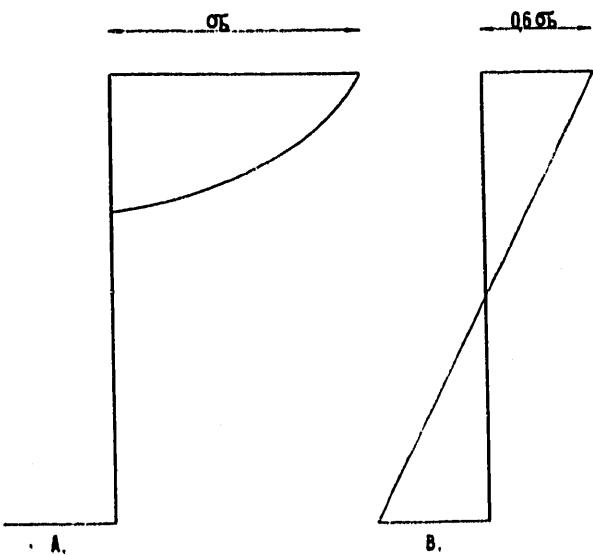


Figura 4.

muy buenos resultados, obliga a disponer de un gran número de flotadores (en algunas ocasiones hemos utilizado más de 400) y, además, de un depósito adecuado y de la forma aproximada de la planta de la cubierta, lo que puede exigir la construcción de un depósito para cada cubierta estudiada.

En cuanto a las magnitudes a medir, en el Laboratorio Central de Ensayo de Materiales de Construcción de Madrid, nosotros utilizamos flexímetros que aprecian una centésima de milímetro para los corrimientos, y clinómetros, que aprecian una diez milésima de radiante, para los giros, y para la medida de deformaciones extensómetros eléctricos o mecánicos. Con extensómetros cuya sensibilidad permita medir deformaciones de 1×10^{-5} , y con un módulo de elasticidad del mortero del orden de 200 000 kilogramos/cm.², la precisión en las tensiones resulta próxima a los 2 Kg./cm.², que parece suficiente, pero si se considera que en cada punto de la superficie, y para determinar las tensiones principales, harían falta cuatro extensómetros de esta sensibilidad, y que luego sería necesario componer los resultados, se ve cuán difícil resultaría conservar esta precisión y lo conveniente que sería disponer de un procedimiento mediante el cual se obtuvieran las isostáticas antes de colocar los extensómetros, lo que permitiría no perder precisión.

Aplicando estos métodos hemos estudiado, entre otras, una cubierta laminar prefabricada y desmontable, proyecto del Prof. Torroja; otra, en forma de paraboloide hiperbólica, proyecto del Prof. Roglá,

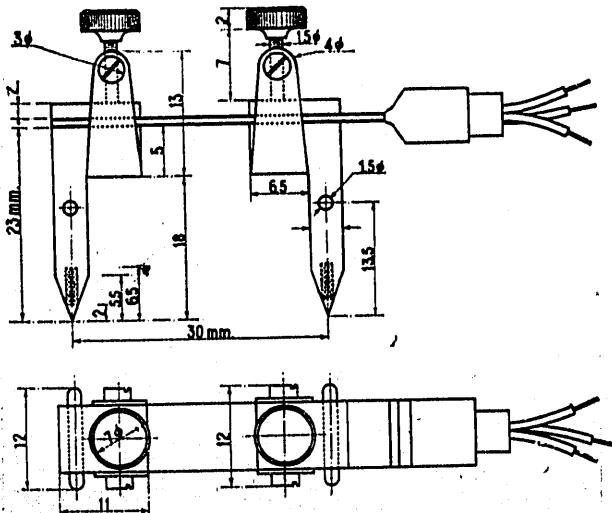


Figura 3.

ambas para obras españolas; una cúpula elíptica, proyecto del Ingeniero Schubiger, que cubre la iglesia de los Santos Félix y Régula, en Zurich, y que fué mencionada por M. Steinmann (1) en el pasado Con-

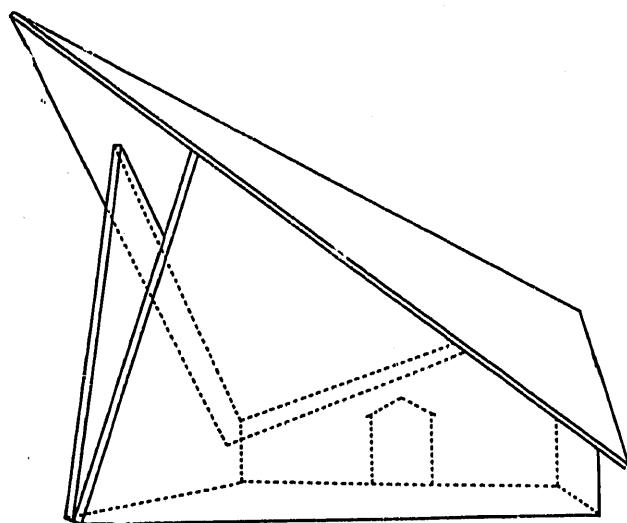


Figura 5.^a

greso de Cambridge, y últimamente, una cubierta cilíndrica pretensada, proyecto del Prof. Haas, para una fábrica holandesa. A estas dos últimas corresponden las fotografías de las figuras 1.^a y 2.^a.

Este procedimiento es de gran utilidad para hallar el coeficiente de seguridad a la fisuración o a la rotura de una cubierta laminar de hormigón armado, y permite, al mismo tiempo, medir corrimientos, deformaciones y giros. Sin embargo, presenta algunas desventajas, ya indicadas, y que resumimos a continuación: la fabricación del modelo es muy laboriosa, el procedimiento de carga es caro y entre la fabricación, endurecimiento y medida pasa un período de tiempo que podemos fijar en tres o cuatro meses, contados a partir del momento en que se empiezan los trabajos.

Parece deseable disponer de un procedimiento de fabricación y ensayo de modelos reducidos de cubiertas laminares que por su rapidez y coste reducido permita al proyectista intentar la utilización de formas nuevas, cuyas dificultades de cálculo les han hecho hasta ahora inaceptables. Este procedimiento no sólo valdría como comprobación de formas nuevas, sino que también prestaría inestimables servicios para comprobar que las hipótesis admitidas en nuevos procedimientos de cálculo se ajustan al comportamiento real de este tipo de cubiertas. Para ello es necesario llegar fundamentalmente a un material que fácilmente pueda tomar la forma del modelo, que ad-

quiera sus características mecánicas o elásticas rápidamente y que exija unos procedimientos de carga económicos y fáciles de realizar. Sus ventajas se harían interesantes, aunque para lograrlo fuera menester sacrificar en parte el rigor que la semejanza estricta entre modelo y realidad exige.

Con el fin de disminuir al máximo los dispositivos de carga de los modelos, se nos ocurrió la construcción de éstos con materiales suficientemente deformables para que, actuando únicamente el peso propio del mismo modelo, se produjesen corrimientos, deformaciones y giros, medibles con suficiente aproximación.

Como el peso propio actúa sobre el modelo al quitar los moldes o encofrados, es muy difícil colocar los aparatos para medir deformaciones en cualquier punto de la superficie del modelo antes de que empieze a actuar su peso propio. Esta dificultad puede vencerse dejando que actúe el peso del modelo para colocar luego los aparatos de medida. Después se giran el modelo y los soportes de los aparatos 180° alrededor de un eje horizontal. Este procedimiento tiene las dos ventajas siguientes:

1.^a Permite repetir el proceso de carga todas las veces que sea preciso.

2.^a Las magnitudes medidas son el doble de las que corresponderían a una carga igual al peso propio, lo que equivale a duplicar la sensibilidad del sistema de medida.

La utilización de materiales muy deformables —o, lo que es igual, de bajo módulo de elasticidad—, llevaría en el modelo de una lámina de hormigón armado a necesitar armaduras que también fuesen muy deformables. Esto, que en principio parece una dificultad grave, puede superarse utilizando hilos de material plástico, que a las pequeñas tensiones a que trabaja el modelo se comportan como elásticos, pues al actuar sobre el modelo solamente su peso propio, las tensiones que en él se producen son menores que las originadas por las cargas en la cubierta real.

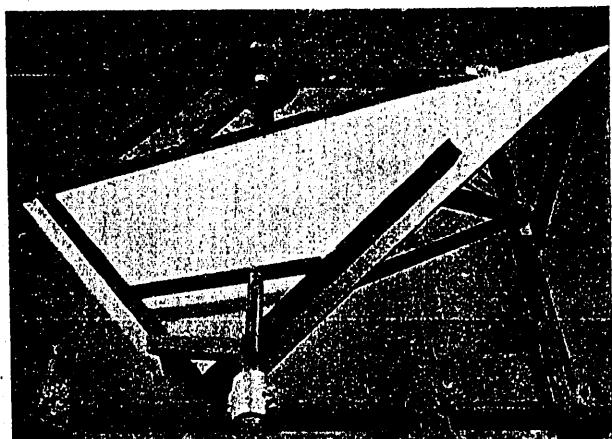


Figura 6.^a

(1) "Ponts et voiles minces en béton précontraint", por G. Steinmann. A.I.P.C. Quatrième Congrès. Rapport Final.

Estos modelos nos permitirían estudiar el comportamiento de las cubiertas laminares en régimen elástico, pero no abaratarián la construcción, por el gran número de armaduras que habría que incluir. Por este motivo, y sacrificando algo el rigor de la semejanza, como antes indicábamos, hemos preferido construir nuestros modelos reducidos con materiales homogéneos, sin armaduras y de bajo módulo de elasticidad. Esta simplificación es la misma que admiten todos los procedimientos de cálculo basados en

los extensómetros mecánicos de que disponemos, pues tienen un peso excesivo, hemos construido unos, en los que dos extensómetros eléctricos van pegados a la viga de un pórtico cuyas patas se apoyan sobre la superficie del modelo. Cada aparato, cuya forma y dimensiones se indican en la figura 3.^a, pesa sólo 9 gramos, lo que equivale a una carga concentrada en la construcción real que es prácticamente despreciable. Su rigidez, por otra parte, es sumamente pequeña y no influye en los resultados del ensayo, como

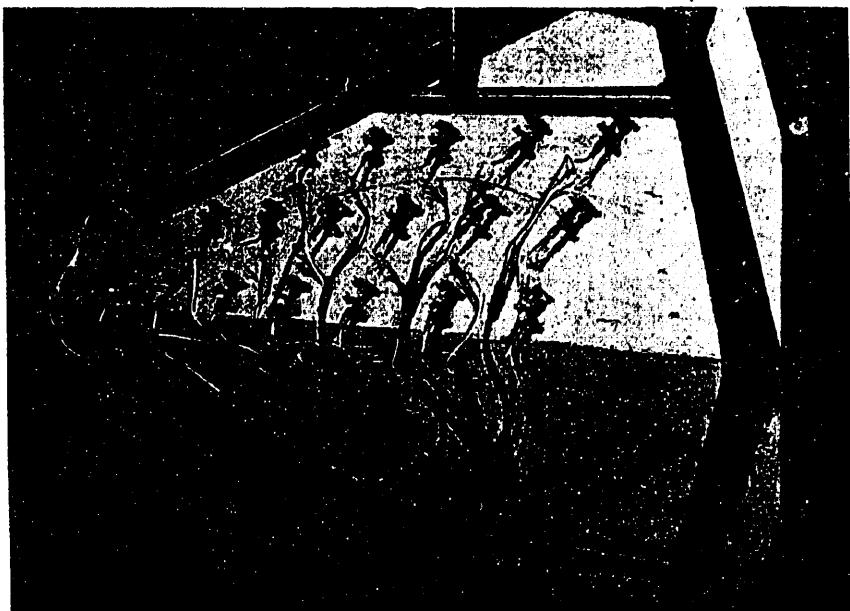


Figura 7.^a

la teoría de la Elasticidad. Como es lógico, al quitar las armaduras el material del modelo debería resistir tanto a compresión como a tracción, con una relación lineal entre tensiones y deformaciones. El material utilizado por nosotros es el que denominamos "litargel", compuesto por una mezcla de litargirio, gelatina, glicerina y agua, análogo al que ya expusimos en un trabajo presentado al Congreso de Cambridge (1).

Con estos materiales tan deformables, que queremos sean suficientemente sensibles solamente por su peso propio, es necesario disponer de unos procedimientos de medida que a su gran sensibilidad unan el tener muy poco peso. En principio pensamos utilizar extensómetros eléctricos, que, como es sabido, se aplican pegados sobre la superficie del modelo por intermedio de una tira de papel, pero nos encontramos con la grave dificultad de que la rigidez del papel era suficiente para falsear el ensayo. Desecha-

mos podido comprobar con probetas sometidas a compresión simple.

Hay que tener en cuenta que al estar el modelo constituido por un material homogéneo, las tensiones máximas en sus superficies son menores que las que le corresponderían en un modelo igual construido con mortero armado. Pues si una sección de hormigón armado o de mortero armado con una cuantía de un 1 por 100, como es lo corriente, tiene un diagrama de tensiones como el que se indica en la figura 4.^a, *a*, con sección homogénea se obtendría el de la figura 4.^a, *b*, en el que las tensiones máximas son, aproximadamente, el 60 por 100 de las originadas en el caso anterior.

En resumen, el método que proponemos, y que ya hemos comprobado, consiste en construir el modelo reducido de la cubierta laminar con un material homogéneo que resista a tracción y compresión y cuyo módulo de elasticidad sea suficientemente pequeño para que sólo el peso propio del modelo produzca deformaciones, corrimientos y giros que se puedan medir con precisión.

(1) "Nouvelle méthode d'analyse tridimensionnelle sur modèles réduits". C. Benito. A.I.P.C. Quatrième Congrès. Publication Préliminaire. 1952.

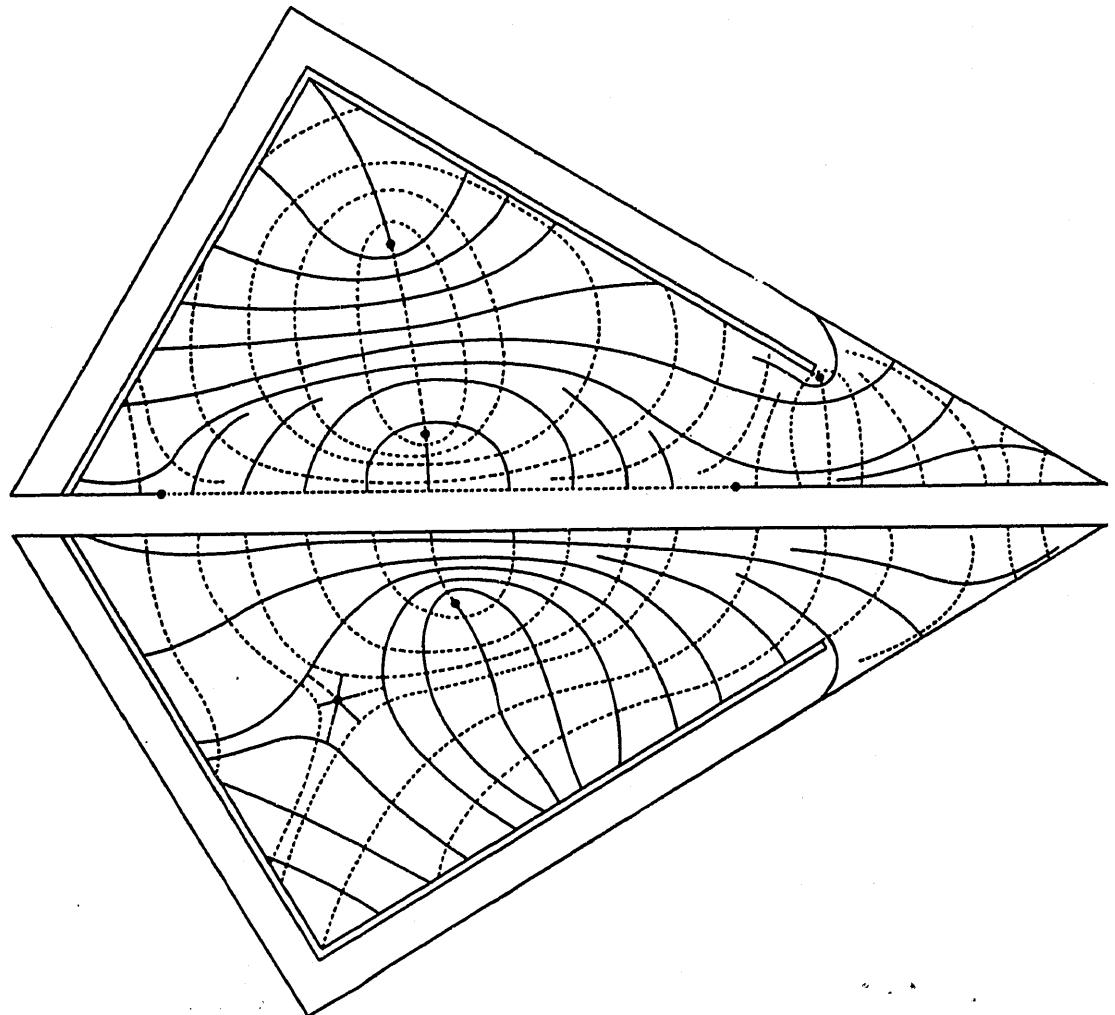


Figura 8.ⁿ

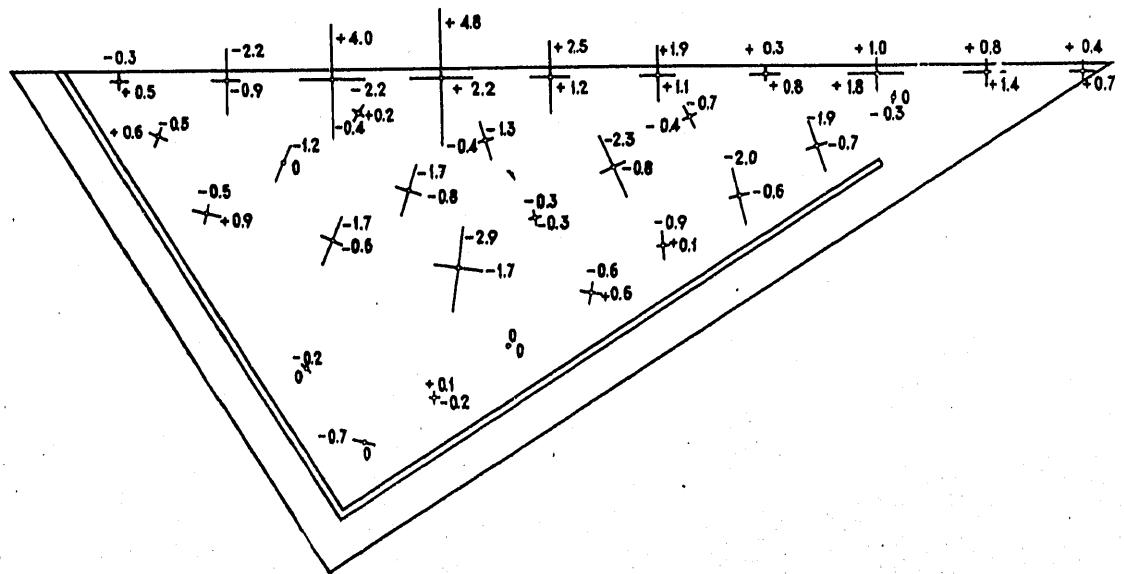


Figura 9.ⁿ

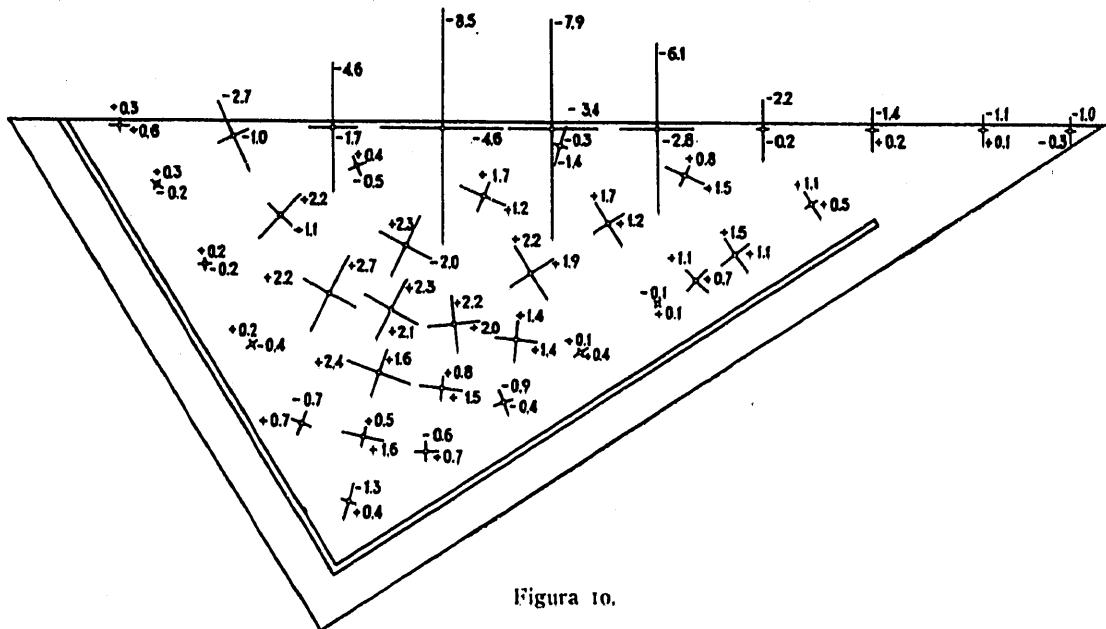


Figura 10.

Para tener una idea de los órdenes de magnitud de las diferentes cantidades que intervienen en el problema, vamos a suponer que se desea construir el modelo reducido de una lámina de hormigón armado, que en la realidad tiene unas determinadas dimensiones en planta y un espesor medio de 8 cm., y que va a estar sometida entre su peso propio y la sobrecarga que sobre ella pueda actuar, a una carga total de 320 Kg./cm.². Si por conveniencias de tamaño construimos el modelo a escala 1/10, el espesor medio del modelo será de 8 mm., y si el peso específico del material empleado es de 2 Tn./m.³, el modelo pesará 16 Kg./m.². Por tanto, la escala de presiones o cargas por metro cuadrado será de $16 \times 2/320 = 1/10$, que es la misma escala en que estarán relacionadas las tensiones del modelo y de la obra real. Si admitimos una carga máxima en el hormigón de la lámina real a compresión de 50 kilogramos/cm.², en una lámina de las mismas dimensiones, pero construida con material homogéneo, la máxima tensión sería, aproximadamente, de $0.6 \times 50 = 30$ Kg./cm.², y la máxima tracción o compresión en el modelo sería de 3 Kg./cm.².

Supongamos ahora que queremos precisar las tensiones en el modelo con un error menor de 1/100 de la tensión máxima; ello equivaldría en la realidad a obtener una precisión de 0.5 Kg./cm.², que estimamos como muy buena. Con nuestros extensómetros se pueden precisar deformaciones de 1×10^{-4} , y por tanto, el módulo de elasticidad del material resultaría de $0.03/10^{-4} = 300$ Kg./cm.². Es decir, que si se construye el modelo con un material que tenga este módulo de elasticidad, se comporte como material elástico, tanto a tracción como a compresión, con tensiones menores de 3 Kg./cm.², y tenga un peso específico de 2 Tn./m.³, su peso propio solamente

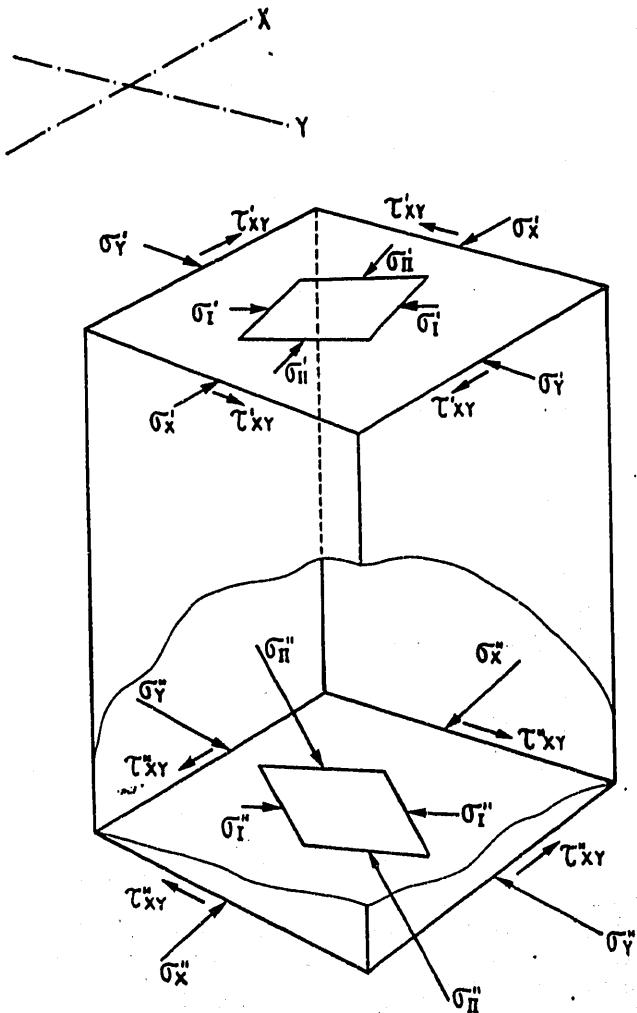


Figura 11.

produciría en él el efecto análogo al que en la estructura real produciría el peso propio de esta estructura más la sobrecarga prevista, y las medidas se obtendrían en la realidad con una precisión de 0,5 kilogramos/cm.².

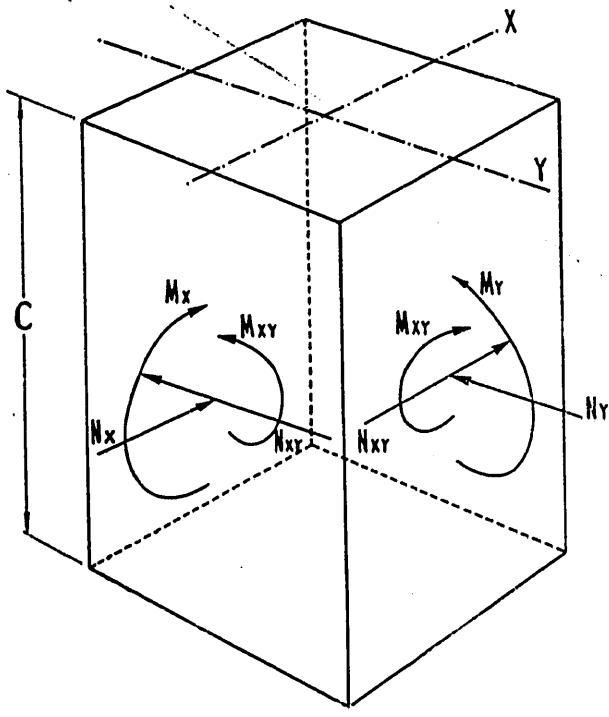


Figura 12.

Como indicábamos anteriormente al referirnos a la medida de deformaciones en los modelos de mortero, con el fin de no perder precisión al deducir las tensiones principales, lo ideal sería conocer las isostáticas antes de colocar los extensómetros, para de esta manera, en vez de cuatro extensómetros, colocar solamente dos, según las direcciones de las tensiones principales. Con este material esto es posible, pues si se aplica sobre sus dos superficies una capa muy fina de laca frágil, al desmoldar el modelo y hacer que actúe el peso propio, la laca se fisura dibujando las isostáticas de tracción, y estas fisuras son fácilmente visibles pulverizando sobre el modelo una lluvia muy fina de sulfuro de sodio, que al penetrar por las fisuras ataca al óxido de plomo del litargel y forma sulfuro de plomo de color negro. En la descripción de la parte experimental realizada, se incluyen fotografías y dibujos de las isostáticas obtenidas.

En este primer tanteo que hemos hecho para determinar el orden de magnitud de las características del material, se ha supuesto que la máxima compresión en el hormigón era de 50 Kg./cm.². En la realidad, las tensiones que se producen son bastante más pequeñas, sobre todo si la cubierta es de doble curvatura. Por este motivo, hemos estudiado diversas composiciones para el material con que se fabrican los

modelos, con el fin de obtener módulos de elasticidad más bajos del previsto, y en la actualidad podemos fabricar materiales cuyo módulo esté comprendido entre 10 y 500 Kg./cm.². Hasta el momento presente, estos materiales presentan el inconveniente de que su coeficiente de Poisson es algo más alto que el del hormigón, ya que suele estar comprendido entre 0,3 y 0,4 y está tanto más próximo a este último valor cuanto más bajo es el módulo de elasticidad.

A continuación vamos a exponer, en forma muy resumida, los resultados obtenidos en un caso práctico.

El Prof. Torroja, en colaboración con el arquitecto Sr. Rodríguez Mijares, ha proyectado una capilla para ser construida en el Alto Pirineo español. Su forma en planta es un cuadrilátero cuyas diagonales miden 19 y 13 m., respectivamente. Su cubierta está formada por dos placas iguales, de hormigón armado, cada una de las cuales tiene forma de triángulo rectángulo. Ambas placas están empotradas entre sí por sus hipotenusas. La cubierta se apoya sobre los muros, que no forman recinto cerrado, pues una de las esquinas ha sido sustituida por un amplio ventanal, delante del cual está situado el altar. Una perspectiva del conjunto puede verse en la figura 5.^a

El peso propio de la cubierta y las sobrecargas de viento y nieve producen empujes inclinados sobre los muros de contorno; y aunque éstos pueden suponerse rígidos en las tres esquinas sólidas, se deforman en las proximidades del ventanal, produciendo flexiones secundarias en la cubierta. En los ensayos realizados se deseaba conocer el estado de tensiones, suponiendo indeformables los muros. Para ello se ha construido el modelo de la cubierta a escala 1/15 (fig. 6.^a) y se han sustituido los muros de apoyo por una estructura metálica que sujeta al contorno apoyado de la cubierta, por debajo y por encima, permitiendo los giros de la lámina, y de tal forma, que la sustentación no varíe al dar al modelo una vuelta de campana, que es el procedimiento de carga anteriormente descrito.

Después de moldeado el modelo, se aplicó sobre sus superficies exterior e interior una capa de laca frágil, y de esta manera, al actuar el peso propio, se obtuvieron las isostáticas en casi toda la superficie (figura 7.^a). Se observó que en pequeñas zonas no se producían fisuras en la laca, debido a que los valores de las tensiones en las superficies eran muy pequeños. Con estos datos y con algunas medidas complementarias, se han dibujado las isostáticas representadas en la figura 8.^a. Las isostáticas representadas en la mitad superior de dicha figura corresponden a las de la superficie exterior de la cubierta, y las otras a las de la superficie interior. Del estudio comparativo de las inclinaciones de las isostáticas en las superficies exterior e interior de un paralelepípedo elemental, se deduce de manera cualitativa la importancia de los esfuerzos cortantes y de torsión.

Una vez obtenidas las direcciones de las deformaciones principales en las superficies, se colocaron extensómetros eléctricos en varios puntos, y se determinaron los valores de las referidas deformaciones. Después, y aplicando las condiciones de semejanza del análisis dimensional, pudieron hallarse los valores de las tensiones principales en las superficies de la cubierta real, con un error menor de 0,5 kilogramos/cm.². Estos resultados se indican en las figuras 9.^a y 10. A partir de ellos, aceptando las hipótesis clásicas de los métodos de cálculo de cubiertas laminares, basadas en las teorías de la Elasticidad,

zos normales y tangenciales indicados en la figura 12, pueden determinarse según las fórmulas:

$$M_x = \frac{c^2}{12} (\sigma_x'' - \sigma_x'), \quad M_y = \frac{c^2}{12} (\sigma_y'' - \sigma_y'),$$

$$M_{xy} = \frac{c^2}{12} (\tau_{xy}'' - \tau_{xy}');$$

$$N_x = \frac{c}{2} (\sigma_x'' + \sigma_x'), \quad N_y = \frac{c}{2} (\sigma_y'' + \sigma_y'),$$

$$N_{xy} = \frac{c}{2} (\tau_{xy}'' + \tau_{xy}).$$

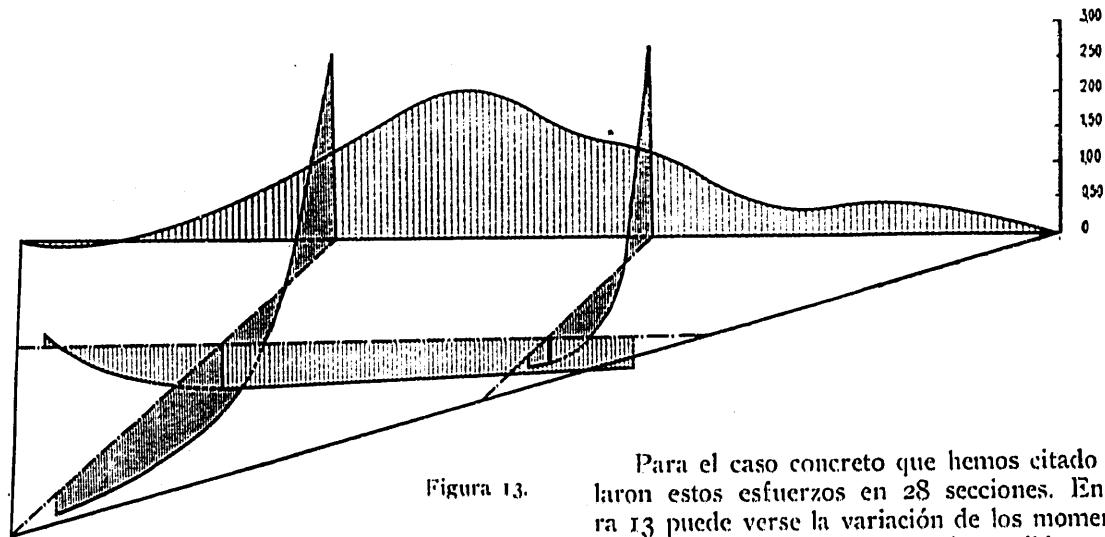


Figura 13.

pueden calcularse los momentos flectores y de torsión y los esfuerzos normales y tangenciales en cualquier sección perpendicular a la superficie media de la cubierta, por medio del siguiente razonamiento:

Conocidas las tensiones principales en las superficies interior y exterior de la cubierta, y aplicando las fórmulas de la elasticidad bidimensional, es posible calcular las tensiones normales y tangenciales que sean paralelas a dos ejes dados. Por consiguiente, en la figura 11 se conocen las direcciones y los valores de σ_1 y σ_{11} , con respecto a las superficies superior e inferior, así como los ángulos que estas tensiones principales forman con los ejes elegidos. En función de estos datos, se deducen los valores de σ_x , σ_y y τ_{xy} .

Si admitimos la hipótesis de la variación lineal de tensiones según el espesor de la cubierta, tanto los momentos de flexión y de torsión como los esfuer-

zos normales y tangenciales indicados en la figura 12, pueden determinarse según las fórmulas:

Para el caso concreto que hemos citado se calcularon estos esfuerzos en 28 secciones. En la figura 13 puede verse la variación de los momentos flectores, y de igual manera sería posible representar los otros esfuerzos, con lo que el estudio de la cubierta quedaría completo. Deben añadir que el método no sólo es aplicable en este ejemplo, en el cual la cubierta está formada por dos láminas planas de espesor constante, sino también en cubiertas laminares de una o dos curvaturas y de espesor variable. Como la fabricación del modelo, el procedimiento de carga y el de medida son económicos, este método resulta útil para cualquier tipo de cubiertas laminares donde el cálculo presente dificultades.

Todos estos trabajos se han realizado en el Laboratorio Central de Ensayo de Materiales de Construcción de la Escuela de Ingenieros de Caminos, bajo la dirección del Prof. Torroja y con la colaboración de D. Anselmo Moreno, Perito Industrial de este laboratorio. El autor desea expresar su gratitud a los citados señores por la valiosa colaboración que han prestado al desarrollo del método expuesto.