ABACO PARA DETERMINAR LA RESISTIVIDAD ELECTRICA DE UN TERRENO EMPLEANDO CUATRO ELECTRODOS

Por MIGUEL-ANGEL HACAR BENITEZ
Ingeniero de Caminos

El ábaco que estudia el autor en el presente artículo será, sin duda, de gran utilidad para facilitar los cálculos que se presenten en los trabajos de prospección geoeléctrica, tan importante actualmente en las distintas actividades ingenieriles.

En la parte referente a la prospección eléctrica resistiva (1) de los tratados de Geofísica (2), se demuestra que si en la superficie de un suelo (homogéneo e isótropo) de conductividad σ se aplica una corriente eléctrica de intensidad I por medio de dos electrodos puntuales A y B, el potencial en un punto cualquiera P de dicha superficie vale:

$$V_P = \frac{I}{2\pi\sigma}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right),$$

en que $r_1 = PA$, $r_2 = PB$ son las distancias del punto P a los electrodos A y B, respectivamente. Por otra parte, esto resulta de la teoría del potencial eléctrico.

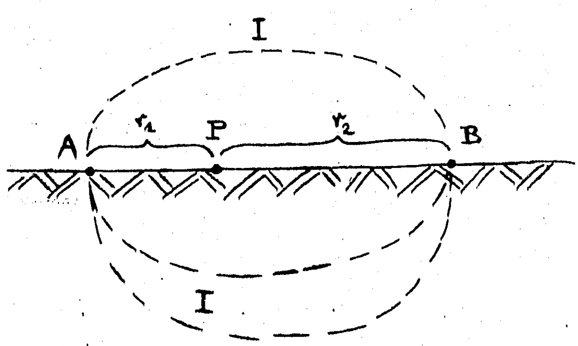


Figura 1.ª

La diferencia de potencial entre dos puntos C y D, que distan de dichos electrodos m_1 n_1 y m_2 n_2, respectivamente, será:

$$V_C - V_D = V = \frac{I}{2\pi\sigma}\left(\frac{1}{m_1} - \frac{1}{n_1} - \frac{1}{m_2} + \frac{1}{n_2}\right).$$

(1) Los fundamentos matemáticos de los métodos geoeléctricos pueden estudiarse en el artículo de la revista *Bauingenieur*, 1937, de Tölke, "Die Geophysikalische Baugrund untersuchung unter besonderer Berücksichtigung der Geoelektrischen Ausfschlussverfahren".

(2) Indicaremos como clásica la obra de E. Rothé, en dos tomos, *Traité de prospection geophysique*, y el libro de Heiland, *Geophysical exploration*.

Llamando a_1, a_2, a_3 las distancias entre electrodos indicados en la figura, como:

$$\left\{\begin{array}{l} m_1 = a_1\,; \\ m_2 = a_1 - a_2\,; \\ n_1 = a_2 - a_3\,; \\ n_2 = a_3\,. \end{array}\right.$$

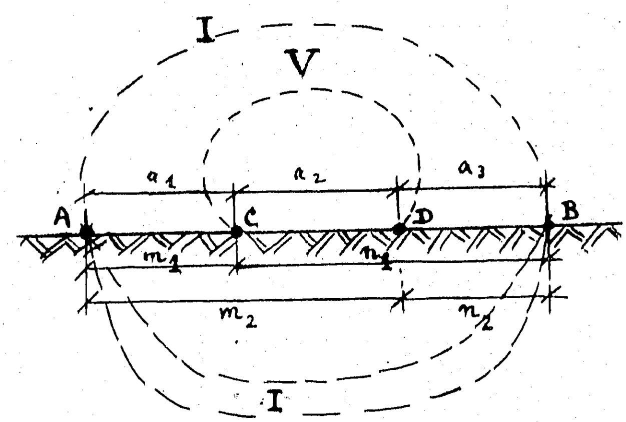


Figura 2.ª

Si por $\rho = \frac{1}{\sigma}$ designamos la resistividad específica (en ohmios-metro u ohmios-centímetro), resulta:

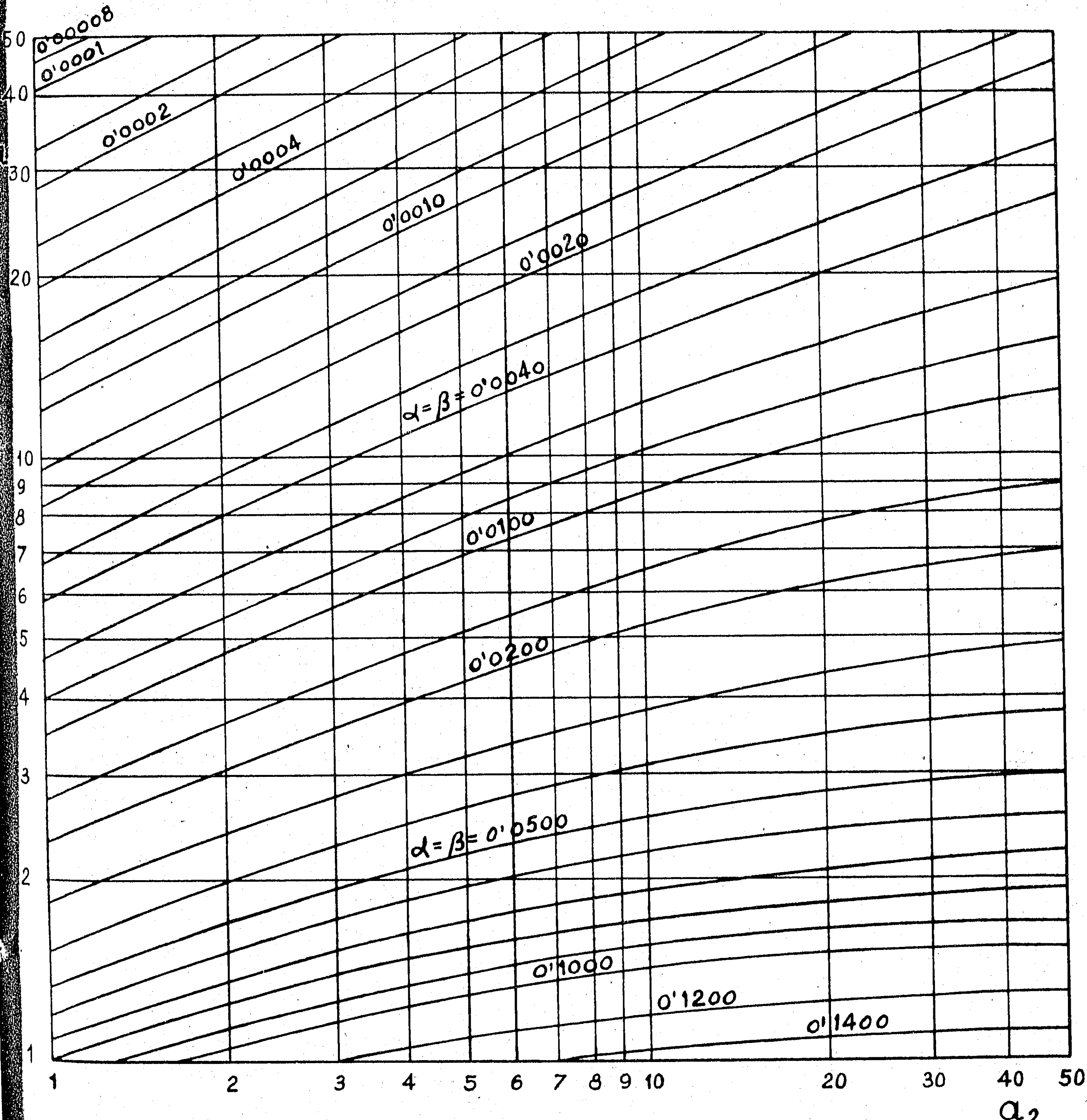
$$\rho = 2\pi \frac{1}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_1 + a_2} - \frac{1}{a_2 + a_3}}, \qquad [1]$$

Es decir, que la resistividad ρ es el producto de un parámetro

$$Z = 2\pi \frac{1}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_1 + a_2} - \frac{1}{a_2 + a_3}}, \qquad [2]$$

que sólo depende de las distancias entre electrodos a_1, a_2, a_3 por $V : I$.

(La fórmula [2] es simétrica respecto a_1 y a_3), o sea, por el cociente de la diferencia de potencial entre los puntos C y D a la intensidad I entre los



0'00008
0'0001
0'0002
0'0004
0'0010
0'0020
α = β = 0'0040
0'0100
0'0200
α = β = 0'0500
0'1000
0'1200
0'1400
50
40
30
20
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 20 30 40 50
a_2

Figura 3.ª

A y B. A los electrodos A y B suele llamárseles electrodos "de corriente", y a los C y D electrodos "de campo".

En general, si el suelo no es homogéneo el valor de ρ no tiene significación real. Viene a ser una resistencia específica media. Se le llama "resistividad eficaz".

Como la expresión [1] hay que calcularla muchas veces (pues de las resistividades eficaces para distintas separaciones de electrodos se deducen las resistividades verdaderas de estratos a diferentes profundidades) y generalmente en el campo (1) conviene irla sabiendo, al menos aproximadamente, suele emplearse la regla de cálculo. Pero así y todo, como la expresión es algo complicada para calcularla muchas veces al día, resulta interesante tener un ábaco que nos dé el coeficiente Z rápidamente en función de a_1, a_2, a_3.

En la práctica, lo que suele hacerse es tomar equidistantes los electrodos $a_1 = a_2 = a_3 = a$, con lo cual $Z = 2\pi a$. Esta disposición se llama de Wenner (2). Otro procedimiento sería hacer, por ejemplo, $a_1 = a_2 = a$ y $a_3 = \infty$, o sea alejando *mucho* uno de los electrodos de corriente y poniendo los otros tres alineados equidistantes con el de campo en el centro.

Con ello resulta $Z = 4\pi a$.

Por cualquiera de estos dos métodos, variando a en progresión aritmética, se obtienen valores del coeficiente Z, también en progresión.

Por ejemplo, si con el método de Wenner partimos de $a = 2$ m. y variamos las a de 2 en 2 metros, los valores correspondientes de Z serían:

$$4\pi, \quad 8\pi, \quad 12\pi, \quad 16\pi, \ldots$$

Pero en otros casos, obstáculos o discontinuidades en la superficie que imposibilitan colocar los electrodos donde se quieran, obligan a utilizar valores de a_1, a_2, a_3 arbitrarios y a calcularse la expresión de Z dada por [2].

Para facilitar este cálculo se ha construído, con la amable colaboración del Instituto de Cálculo, el siguiente ábaco, en el que entrando en la escala de abscisas con a_2 y en la de ordenadas con a_1, se obtiene un punto que estará sobre una curva acotada con un valor que llamaremos α.

Entrando con a_2 también en abscisas y a_3 en ordenadas, obtenemos otro punto sobre una curva acotada con el valor β.

El de Z buscado es tal que $Z = \dfrac{1}{\alpha + \beta}$.

Hemos dibujado el ábaco hasta para valores de $a_1 = 50$ m., que es suficiente para el estudio de profundidades más usuales en trabajos corrientes de ingeniería civil.

La obtención de este ábaco es inmediata.

La expresión Z que queremos representar mediante operaciones, se transforma en:

$$Z = \frac{1}{\dfrac{a_2}{2\pi a_1 (a_1 + a_2)} + \dfrac{a_2}{2\pi a_2 (a_2 + a_3)}}.$$

Es decir:

$$Z = \frac{1}{\alpha + \beta}; \qquad \text{con} \qquad \begin{cases} \alpha = f(a_1, a_2); \\ \beta = f(a_3, a_2). \end{cases}$$

Como las a_i tienen los mismos campos de variación, sólo es necesario tabular una de las funciones α ó β.

Hecha la tabulación se toman en ejes cartesianos (para mejor disposición hemos empleado escalas logarítmicas), a_2 para las abscisas y a_1 ó a_3 para las ordenadas y se dibujan las curvas α, β (1).

Ejemplo. — Supongamos $a_1 = 5$ m., $a_2 = 10$ m., $a_3 = 4$ m.

Entrando en el ábaco con la $\begin{Bmatrix} \text{abscisa} & a_2 = 10 \\ \text{ordenada}\ a_1 = & 5 \end{Bmatrix}$ se obtiene un punto que viene a estar sobre la curva $\alpha = 0{,}0215$.

Entrando con la $\begin{Bmatrix} \text{abscisa} & a_2 = 10 \\ \text{ordenada}\ a_3 = & 4 \end{Bmatrix}$ se obtiene $\beta = 0{,}0285$.

Luego

$$Z = \frac{1}{\alpha + \beta} = \frac{1}{0{,}0215 + 0{,}0285} = \frac{1}{0{,}0500} = \boxed{20}.$$

(1) En los Estados Unidos se utilizan por los Departamentos de Carreteras equipos para medir la resistividad de la tierra. Ver en *Public Roads*, abril 1957, el artículo de R. Woodward "Applications of electrical resistivity measurements to subsurface investigations".

(2) El Ingeniero de Caminos don Mariano Fernández-Bollo se viene ocupando, en España, de estudios de prospección de suelos, tanto por métodos eléctricos como sísmicos, aplicados principalmente a trabajos de ingeniería. Ha publicado diversos artículos, varios de ellos en esta Revista de Obras Públicas. Citaremos el titulado "La prospección geoeléctrica con corriente continua y casi continua en Ingeniería civil", enero 1949.

(3) Tablas y datos abundantes sobre investigación geoeléctrica del subsuelo puede consultarse en el extenso artículo de V. Fritsch, en *Geologie und Bauwesen*, febrero 1949, "Einiges über geoelektrische Baugrunduntersuchung".