CALCULO DE PRESAS-BOVEDA

Por MARIO COLL ALAS
Ingeniero de Caminos

Se refiere el autor a un trabajo, que juzga interesantísimo, publicado por el Sr. Haegelen en la revista Travaux *de diciembre de 1954, en el que desarrolla el cálculo de presas-bóveda por el método de diferencias finitas, proponiéndose en el presente artículo unas modificaciones de procedimiento, que desarrolla y aplica a un ejemplo.*

En el cálculo de presas-bóveda se recomienda (*Arch dam Investigation*, tomo III, pág. 7) estudiar la distribución de la presión hidrostática entre la ménsula central y los arcos horizontales.

La revista *Travaux* de diciembre de 1954, publica un interesantísimo trabajo del Sr. Haegelen, Inspector General de "Ponts et Chaussées", en el cual desarrolla el cálculo de presas-bóveda por el método de diferencias finitas.

El cálculo se realiza para determinar, a lo largo

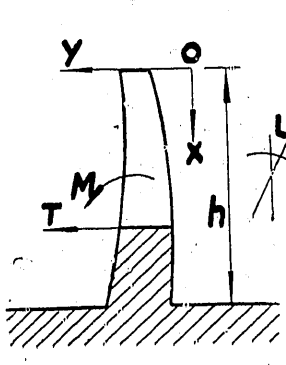

Figura 1.ª

de la ménsula central, los valores del momento flector M y el esfuerzo cortante T (fig. 1.ª), supuesto el embalse lleno.

Llamando Y_x al desplazamiento radial de las claves de los arcos, y U_x la tangente del ángulo que forma con la vertical:

$$U_x = \frac{dY}{dx}.$$

Si F_x es el desplazamiento radial, en clave, del arco correspondiente a la abscisa x, supuesto que está libre, bajo el efecto de una carga uniforme de 1 tonelada/m.², llamando Y_x al desplazamiento que corresponde a la parte de carga hidrostática que le corresponde a embalse lleno, ésta será $\frac{Y_x}{F_x}$. Por tanto, la ménsula está sometida a una carga $x - \frac{Y_x}{F_x}$, ya que la carga hidrostática total vale x (Tn./m.²).

En la ménsula central puede establecerse el sistema de ecuaciones [I] donde $y = EY$; $u = EU$; $f = EF$, siendo E el módulo de elasticidad del hormigón:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{dT}{dx} = x - \frac{y}{f}; \\ &\frac{dM}{dx} = T; \\ &\frac{du}{dx} = \frac{M}{I} + 2{,}88\left[\Omega \cdot \left(x - \frac{y}{f}\right) + T\frac{d\Omega}{dx}\right]. \end{aligned}\right\} \quad [I]$$

Donde I es el momento de inercia de la sección de la ménsula y Ω la inversa del área de dicha sección.

Como en el vértice $M_0 = 0$, $T_0 = 0$, puede resolverse el sistema por diferencias finitas manteniendo como incógnitas los valores de y_0, u_0, de forma que y_x, u_x son siempre funciones lineales de y_0, u_0. Al llegar a los valores y_h, u_h del tramo inferior de entronque con el terreno, las condiciones de empotramiento de la ménsula hacen que estos valores sean conocidos (generalmente $y_h = 0$, $u_h = 0$), con lo que quedan determinados y_0, u_0.

El sistema establecido es el siguiente:

$$T_{n+1} = T_n + x_{n,n+1} \cdot \Delta x - \frac{1}{f_{n,n+1}}\left(y_n + \frac{\Delta x}{2} u_n\right)\Delta x;$$

$$M_{n+1} = M_n + T_{n,n+1} \cdot \Delta x;$$

$$u_{n+1} = u_n + \left[\frac{M_{n,n+1}}{I_{n,n+1}} + 2{,}88 \cdot T_{n,n+1}\left(\frac{d\Omega}{dx}\right)_{n,n+1}\right]\Delta x + 2{,}88\,\Omega_{n,n+1}(T_{n+1} - T_n);$$

$$y_{n+1} = y_n + u_{n,n+1} \cdot \Delta x.$$

Los subíndices n, $n + 1$ indican que debe tomarse un valor intermedio a los correspondientes a n y $n + 1$.

La única hipótesis admitida es la de que el reparto de la presión hidrostática, entre ménsulas y arcos, sea constante a lo largo de cada arco, lo cual no es totalmente cierto, pero la mayoría de los procedimientos de cálculo corrientes dan leyes arbitrarias como la de Guidi, que da distribución parabólica de distinto grado, según la altura del arco. Por el contrario, no establece ninguna hipótesis previa, en dicho reparto, a lo largo de la ménsula central, y así, este reparto sale como consecuencia del cálculo, ya que el valor de la parte absorbida por el arco en el punto x es $\frac{Y_x}{F_x}$.

Las ventajas de este procedimiento son evidentes y únicamente cabe señalar la acumulación de errores inevitable al tomar incrementos finitos de x y valores medios para las funciones M, T, y, u, f, en cada tramo, para obtener los del tramo siguiente.

Un procedimiento distinto, tomando como base de partida el sistema de ecuaciones [I], puede conducirnos a una solución de tipo general obteniendo, de forma aproximada, la ley de momentos flectores de la ménsula central en función directa de la forma de la cerrada donde está encajada la presa, o mejor dicho, de la curva de entronque de los arcos con el terreno.

Despejando en la primera ecuación del sistema [I] el valor de y y derivando dos veces, obtenemos:

$$y = f(x - T'_x);$$

$$\frac{d^2 y}{d x^2} = \frac{d u}{d x} = f''_x (x - T'_x) + 2 f'_x (1 - T''_{x^2}) - f \,.\, T'''_{x^3},$$

y como:

$$T'_x = M''_x; \qquad T''_{x^2} = M'''_{x^3}; \qquad T'''_{x^3} = M^{IV}_{x^4},$$

la ecuación tercera de [I] pasa a ser:

$$\frac{M}{I} + 2{,}88 \frac{d}{d x} (\Omega M') + \frac{d^2}{d x^2} \left[f (M'' - x) \right] = 0,$$

o sea:

$$\frac{M}{I} + 2{,}88\ \Omega'_x \,.\, M'_x + M''_{x^2} (2{,}88\,\Omega + f''_{x^2}) + 2 f'_x \,.\, M'''_{x^3} +$$
$$+ f M^{IV}_{x^4} - f'' \,.\, x - 2 f' = 0. \qquad [II]$$

Esta ecuación diferencial lineal de cuarto orden, con relación a la variable dependiente $M(x)$, quedará definida si conocemos las funciones $f(x)$ y $\Omega(x)$. Esta última depende del proyectista, que debe elegir los espesores en clave de los arcos, según crea oportuno. Una vez definidos éstos, queda también fijada la función $f(x)$ de los desplazamientos en clave al ser sometido el arco a una presión unitaria.

El procedimiento apropiado a seguir será obtener la ley de momentos flectores por desarrollo en serie de Mac Laurin:

$$M(x) = M_0 + M'_0 \frac{x}{1!} + M''_0 \frac{x^2}{2!} + M'''_0 \frac{x^3}{3!} + \ldots + R_n(x),$$

de esta forma, la aproximación obtenida será función del resto $R_n(x)$ y, en consecuencia, tan grande como se desee.

No obstante, parece lógico buscar una solución aproximada que tenga un carácter general, y para ello habrá que fijar un criterio para definir la función $\Omega(x)$.

Es corriente partir de la fórmula de los tubos: $t = \frac{p\,r}{\sigma}$, donde t es el espesor del arco y p la presión radial; r el radio y σ la tensión a que se somete el anillo.

La curva de arranque de arcos está dada por:

$$\left. \begin{array}{l} z = \mu(x); \\ y = \lambda(x) \end{array} \right\}$$

en los ejes de la figura 2.ª

Debe tenerse en cuenta que esta curva es la de arranque de arcos, o sea su unión con el recalce periférico y adopta una forma geométrica que sigue, en

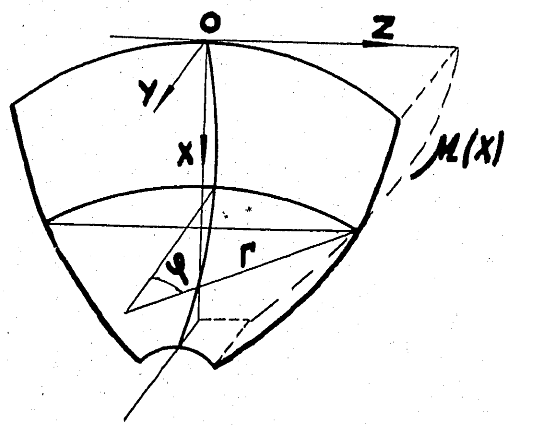

Figura 2.ª

líneas generales, la forma de la cerrada después de realizar en ella las excavaciones necesarias para llegar a la roca sana, y las convenientes para obtener una simetría en ambas laderas, ya que, aunque no sea obligado, se tiende siempre a que la presa tenga un plano de simetría.

La fórmula que nos da el espesor adopta la forma:

$$t = \frac{p\,r}{\sigma} = \frac{p(x)}{\sigma} \cdot \frac{\mu(x)}{\operatorname{sen} \varphi}.$$

Como se trata de definir unos espesores t que sirvan de punto de partida, suele adoptarse la hipótesis de que los arcos soportan la totalidad de la presión. O sea, $p = x$. Se toma, además, una tensión σ baja (de 120 a 250 Tn./m.²). Las sucesivas aproximaciones con variación de espesores y acartelamiento de arranques, así como la superposición del efecto ménsula y peso propio conducen al resultado apetecido.

Es evidente que las tensiones disminuyen al hacerlo el radio, pero tal disminución implica una desfavoraoble incidencia del arco en el terreno. Se admite que el ángulo mínimo que debe formar la tangente en el extremo del arco con la línea de nivel debe ser de 30°. En estas condiciones es lógico considerar que el proyectista tenderá a conseguir ángulos φ iguales o mayores de 60°, siendo difícil que logre pasar de los 70°.

Para valorar la deformación en clave de un arco circular sometido a una presión de 1 Tn./m.², utilizaremos las fórmulas obtenidas por W. A. Perkins en su trabajo "Analysis of arch dams of variable thickness", publicado en *Proceedings*, mayo 1952.

Para el caso de un arco de espesor constante t, radio r y apertura angular 2φ, la deformación está dada por $F = \frac{1}{E} f$, siendo:

$$f = \frac{r^2}{t} \cdot \frac{(1-\cos.\varphi)\left(1+\frac{t^2}{12r^2}\right)(\varphi - \operatorname{sen}.\varphi) + 2{,}88\,\frac{t^2}{12r^2}(\varphi + \operatorname{sen}\varphi)}{\left(1+\frac{t^2}{12r^2}\right)\left(\varphi + \frac{\operatorname{sen}.2\varphi}{2}\right) - \frac{1-\cos.2\varphi}{\varphi} + 2{,}88\,\frac{t^2}{12r^2}\left(\varphi - \frac{\operatorname{sen}2\varphi}{2}\right)} \qquad [III]$$

Las dos variables r y φ son funciones de x adoptadas arbitrariamente por el proyectista, y si éste sigue los criterios anteriormente expuestos, procurando disminuir los radios, siempre que no se comprometan las incidencias, procurará adoptar un valor medio $\varphi \simeq 65°$.

La fórmula [III] toma la forma:

$$f = \mu(x) \cdot \gamma(x),$$

siendo:

$$\gamma(x) = \gamma_1 \frac{\sigma}{x} - \gamma_2 \frac{x}{\sigma} + \gamma_3 \frac{x^3}{\sigma^3} + \dots \qquad [IV]$$

Donde los valores de γ_1 y γ_2 están dados por:

$$\gamma_1 = \frac{(\varphi - \operatorname{sen}.\varphi)(1-\cos.\varphi)}{\left(\varphi + \frac{\operatorname{sen}.2\varphi}{2} - \frac{1-\cos.2\varphi}{\varphi}\right).\operatorname{sen}\varphi};$$

$$\gamma_2 = \gamma_1 \frac{\gamma_1 \operatorname{sen}.\varphi(3{,}83\varphi - 0{,}94\operatorname{sen}.2\varphi) - (1-\cos.\varphi)(3{,}88\varphi + 1{,}88\operatorname{sen}\varphi)}{12(\varphi - \operatorname{sen}.\varphi)(1-\cos.\varphi)}.$$

Expresiones que aparecen en la figura 3.ª.

Una vez adoptado para φ, en cada caso particular, el correspondiente valor medio, quedará definida la función $\gamma(x)$.

Si consideramos unitario el ancho de la ménsula, su sección y momento de inercia quedan definidos en función del espesor t del arco.

$$\Omega = \frac{1}{t}; \qquad I = \frac{t^3}{12}.$$

Con las hipótesis adoptadas, llamando s al seno del ángulo medio φ, sus valores son:

$$\Omega = \frac{\sigma \cdot s}{x\mu}; \qquad I = \frac{x^3\mu^3}{12\sigma^3 \cdot s^3}; \qquad (s = \operatorname{sen}\varphi).$$

La ecuación diferencial [II] toma la forma:

$$\frac{12\sigma^3 \cdot s^3 M}{x^3\mu^3} + 2{,}88\frac{d}{dx}\left(\frac{s\cdot\sigma}{x\cdot\mu}\cdot M'\right) + \frac{d^2}{dx^2}\left[\mu\cdot\gamma(M''-x)\right] = 0. \qquad [V]$$

La curva $\left.\begin{array}{l} z = \mu(x) \\ y = \lambda(x) \end{array}\right\}$ tiene una extraordinaria importancia en la bondad del proyecto y no debe presentar inflexiones o marcados cambios de curvatura. El cilindro $y = \lambda(x)$ debe elegirse para jugar con los desplomes de las ménsulas, consiguiendo que el efecto del peso propio sea favorable y compense, en lo posible, los momentos flectores que actúan sobre las ménsulas. Descomponiendo los pesos propios en fuerzas que sigan la línea neutra de la ménsula y otra horizontal, vemos que en la parte superior la componente horizontal del peso propio sigue la dirección de la presión hidráulica, en tanto que en la parte inferior es contraria a ella. Así deberán considerarse

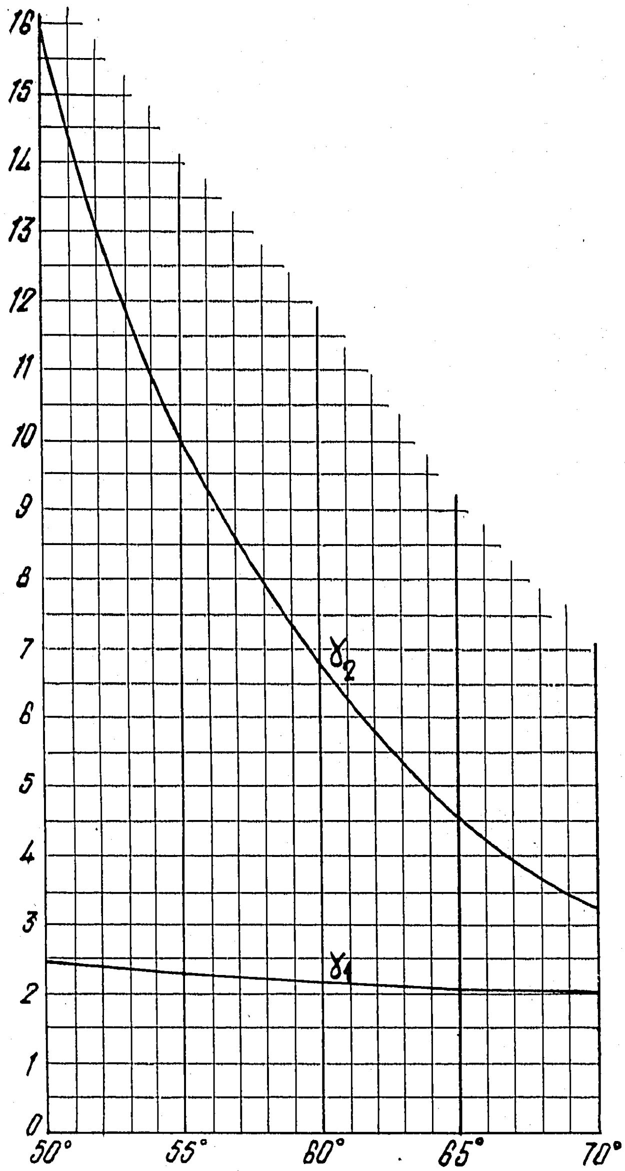

Figura 3.ª

sobrecargados los arcos superiores y aligerados los inferiores.

El cilindro $z = \mu(x)$ interviene en la obtención de la ley de momentos flectores de la ménsula central. Como esta ley la obtenemos por desarrollo en serie de Mac Laurin, nos basta conocer el valor de la función $z = \mu(x)$ y de sus tres primeras derivadas para $x = 0$, o sea, los cuatro primeros términos de su propio desarrollo:

$$z = \mu(x) = a + b\,x + c\,x^2 + d\,x^3 .$$

Igual ocurre con la función $\gamma(x)$:

$$\gamma(x) = \gamma_1 \frac{\sigma}{x} - \gamma_2 \frac{x}{\sigma} + \gamma_3 \frac{x^3}{\sigma^3} .$$

En el vértice de la ménsula central sabemos que $M_0 = 0$ y $T = M'_0 = 0$. Además, si consideramos la ecuación diferencial (V), vemos que, de ser distinto de 0 el valor de M''_0, tomaría para $x = 0$ la forma indeterminada $\infty - \infty$, independientemente de la función $\mu(x)$, ya que en ésta $\mu(0) = a \neq 0$, por ser a la semicuerda del arco de coronación. Por tanto, la ley de momentos tiene por desarrollo:

$$M(x) = M'''_0 \frac{x^3}{3!} + M^{IV}_0 \frac{x^4}{4!} + M^{V}_0 \frac{x^5}{5!} + M^{VI}_0 \frac{x^6}{6!} + \ldots \qquad \text{[VI]}$$

Entrando con este desarrollo en la ecuación diferencial, tendremos:

$$\frac{\sigma^3 . 12 . s^3}{a^3}\left[\frac{M'''_0}{6} + \left(\frac{M^{IV}_0}{24} - \frac{M'''_0 . b}{2\,a}\right) x + \ldots\right] +$$

$$+ \frac{2{,}88 . \sigma . s}{a}\left[\frac{M'''_0}{2} + \left(\frac{M^{IV}_0}{3} - \frac{M'''_0 . b}{a}\right) x + \ldots\right] +$$

$$+ 2\left[\left(\gamma_1 c\,\sigma - \gamma_2 \frac{a}{\sigma}\right)(M'''_0 - 1) + \gamma_1 \frac{b . \sigma}{2} M^{IV}_0 + \right.$$

$$\left. + \gamma_1 \frac{a . \sigma}{6} M^{V}_0 \right] + 6\left[\left(\gamma_1 d\,\sigma - \gamma_2 \frac{b}{\sigma}\right)(M'''_0 - 1) + \left(\gamma_1 c\,\sigma - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \gamma_2 \frac{a}{\sigma}\right) \frac{M^{IV}_0}{2} + \gamma_1 \frac{b . \sigma}{6} M^{V}_0 + \gamma_1 \frac{a\,\sigma}{24} M^{VI}_0 \right] . x + \ldots = 0$$

Esta ecuación ha de ser idénticamente nula para cualquier valor de x. Igualando a cero el término independiente y el coeficiente de x, obtenemos los valores de M^{V}_0 y M^{VI}_0 en función lineal de M'''_0 y M^{IV}_0:

$$M^{V}_0 = -\frac{6}{\gamma_1}\left[M'''_0\left(\gamma_2 \frac{2}{\sigma^2} - \gamma_1 \frac{2\,c}{a} - 2 . s^3 . \frac{\sigma^2}{a^4} - 1{,}44 \frac{s}{a^2}\right) - \right.$$

$$\left. - \gamma_1 \frac{b}{a} M^{IV}_0 + 2\left(\gamma_1 \frac{c}{a} - \gamma_2 \frac{1}{\sigma^2}\right)\right];$$

$$M^{VI}_0 = \frac{24}{\gamma_1}\left[M'''_0\left(\gamma_2 \frac{6\,b}{a\,\sigma^2} - \gamma_1 \frac{6\,d}{a} + 6 . s^3 \frac{b . \sigma^2}{a^5} + \right.\right.$$

$$\left. + 2{,}88 . s . \frac{b}{a^3}\right) + M^{IV}_0\left(\gamma_2 \frac{3}{\sigma^2} - \gamma_1 \frac{3 . c}{a} - s^3 \frac{\sigma^2}{2\,a^4} - \right.$$

$$\left.\left. - 0{,}96 \frac{s}{a^2}\right) - \gamma_1 \frac{b}{a} M^{V}_0 + 6\left(\gamma_1 \frac{d}{a} - \gamma_2 \frac{b}{a\,\sigma^2}\right)\right] . \qquad \text{[VII]}$$

Parece suficiente detener el desarrollo en la sexta potencia.

Para proseguir los cálculos, daremos a estas ecuaciones [VII] la forma simplificada:

$$M^{V}_0 = \alpha_5 M'''_0 + \beta_5 M^{IV}_0 + \delta_5 ;$$

$$M^{VI}_0 = \alpha_6 M'''_0 + \beta_6 M^{IV}_0 + \delta_6 ,$$

siendo:

$$\alpha_5 = \frac{6}{\gamma_1}\left(\gamma_2 \frac{2}{\sigma^2} - \gamma_1 \frac{2\,c}{a} - 2\,.\,s^3\,.\,\frac{\sigma^2}{a^4} - 1{,}44\,\frac{s}{a^2}\right);$$

$$\beta_5 = -\,\frac{6\,b}{a};$$

$$\delta_5 = \frac{12}{\gamma_1}\left(\gamma_1 \frac{c}{a} - \gamma_2 \frac{1}{\sigma^2}\right);$$

$$\alpha_6 = \frac{24}{\gamma_1}\left(\gamma_2 \frac{6\,b}{a\,\sigma^2} - \gamma_1 \frac{6\,d}{a} + 6\,s^3\,\frac{b\,.\,\sigma^2}{a^5} + 2{,}88\,.\,s\,\frac{b}{a^3}\right) - 24\,\frac{b}{a}\,\alpha_5;$$

$$\beta_6 = \frac{24}{\gamma_1}\left(\gamma_2 \frac{3}{\sigma^2} - \gamma_1 \frac{3\,c}{a} - s^3\,\frac{\sigma^2}{2\,a^4} - 0{,}96\,\frac{s}{a^2}\right) - 24\,\frac{b}{a}\,\beta_5;$$

$$\delta_6 = \frac{144}{\gamma_1}\left(\gamma_1 \frac{d}{a} - \gamma_2 \frac{b}{a\,.\,\sigma^2}\right) - 24\,\frac{b}{a}\,\delta_5.$$

Por ahora sólo son desconocidos los valores de M_0''' y M_0^{IV}. Para determinarlos, es necesario tener en cuenta las condiciones de empotramiento de la base de la ménsula.

Los desplazamientos son nulos para el valor $x = h$, siendo h la altura de la presa. O sea, $y_h = 0$, $u_h = 0$.

Estas funciones están definidas por:

$$\left.\begin{aligned} y &= f\,(x - M'');\\ u &= f'\,(x - M'') + f\,(1 - M''').\end{aligned}\right\} \qquad [\mathrm{VIII}]$$

Por tanto, debe verificarse:

$$h - M''\,(h) = 0;$$
$$1 - M'''\,(h) = 0.$$

Sistema de ecuaciones que nos da los valores M_0''' y M_0^{IV}

$$M_0''' = \frac{\begin{vmatrix} 1 - \delta_5 \frac{h^2}{3!} - \delta_6 \frac{h^3}{4!}; & \frac{h}{2!} + \beta_5 \frac{h^2}{3!} + \beta_6 \frac{h^3}{4!} \\ 1 - \delta_5 \frac{h^2}{2!} - \delta_6 \frac{h^3}{3!}; & \frac{h}{1!} + \beta_5 \frac{h^2}{2!} + \beta_6 \frac{h^3}{3!} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 + \alpha_5 \frac{h^2}{3!} + \alpha_6 \frac{h^3}{4!}; & \frac{h}{2!} + \beta_5 \frac{h^2}{3!} + \beta_6 \frac{h^3}{4!} \\ 1 + \alpha_5 \frac{h^2}{2!} + \alpha_6 \frac{h^3}{3!}; & \frac{h}{1!} + \beta_5 \frac{h^2}{2!} + \beta_6 \frac{h^3}{3!} \end{vmatrix}};$$

$$M_0^{\mathrm{IV}} = \frac{\begin{vmatrix} 1 + \alpha_5 \frac{h^2}{3!} + \alpha_6 \frac{h^3}{4!}; & 1 - \delta_5 \frac{h^2}{3!} - \delta_6 \frac{h^3}{4!} \\ 1 + \alpha_5 \frac{h^2}{2!} + \alpha_6 \frac{h^3}{3!}; & 1 - \delta_5 \frac{h^2}{2!} - \delta_6 \frac{h^3}{3!} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 + \alpha_5 \frac{h^2}{3!} + \alpha_6 \frac{h^3}{4!}; & \frac{h}{2!} + \beta_5 \frac{h^2}{3!} + \beta_6 \frac{h^3}{4!} \\ 1 + \alpha_5 \frac{h^2}{2!} + \alpha_6 \frac{h^3}{3!}; & \frac{h}{1!} + \beta_5 \frac{h^2}{2!} + \beta_6 \frac{h^3}{3!} \end{vmatrix}},$$

quedando así totalmente definida la función [VI].

Si se desea tener en cuenta las deformaciones del terreno, en la base de la ménsula, bastará tomar los valores y_h, u_h, cuya obtención, mediante coeficientes de forma y coeficiente de Poisson, están dados por ábacos ya conocidos.

La ley de repartos de la presión hidrostática es sobre la ménsula:

$$P_m\,(x) = \frac{M'''_0}{1!}\,.\,x + \frac{M^{\mathrm{IV}}_0}{2!}\,.\,x^2 + \frac{\alpha_5\,M'''_0 + \beta_5\,M^{\mathrm{IV}}_0 + \delta_5}{3!}\,.\,x^3 + \frac{\alpha_6\,M'''_0 + \beta_6\,M^{\mathrm{IV}}_0 + \delta_6}{4!}\,.\,x^4 \left(\frac{\mathrm{t}}{\mathrm{m}^2}\right);$$

y sobre los arcos:

$$P_a\,(x) = x - P_m\,(x); \qquad (\mathrm{t/m}^2).$$

Las fórmulas [VIII], divididas por E, nos dan los desplazamientos radiales y angulares.

En la coronación de la ménsula central, estos desplazamientos valen:

$$Y_0 = \frac{\gamma_1\,\sigma}{E}\,.\,a\,(1 - M'''_0);$$

$$U_0 = \frac{\gamma_1\,\sigma}{E}\left[b\,(1 - M'''_0) - \frac{a}{2}\,M^{\mathrm{IV}}_0\right].$$

Quedando con esto definidos cuantos datos son necesarios para comprobar el comportamiento de la ménsula central y de los arcos horizontales.

Ejemplo.

Una presa de 25 m. de altura encajada en una cerrada cuyo cilindro proyectante según el eje Y, está dado por los puntos (fig. 4.ª):

$x =$	0	2	10	25	m
$z =$	21,98	21,43	19,16	10,99	m

La ecuación $z = \mu\,(x)$ es:

$$z = 21{,}98 - 0{,}2816\,.\,x + 0{,}004141\,.\,x^2 - 0{,}000418\,.\,x^3.$$

Por tanto:

$$a = 21{,}98; \qquad b = -\,0{,}2816;$$
$$c = 0{,}004141; \qquad d = -\,0{,}000418,$$

tomando como valor medio de la apertura angular:

$$\varphi = 57^\circ \quad \text{y para} \quad \sigma: 125\ \mathrm{t/m^2}.$$

La ley de espesores de la ménsula central está dada por:

$$t = \frac{x\,\mu(x)}{\sigma \text{ sen}\,.\,\varphi} =$$

$$= \frac{21{,}98\,x - 0{,}2816\,x^2 + 0{,}004141\,x^3 - 0{,}000418\,x^4}{104{,}83};$$

x	0	2	10	25	m
t	0	0,41	1,83	2,63	m

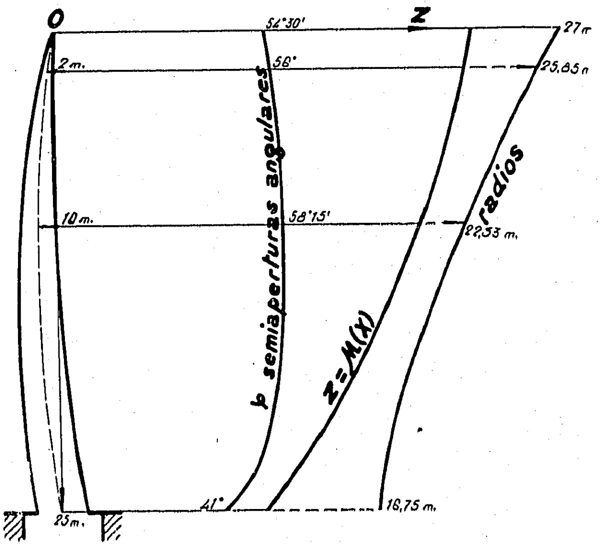

Figura 4.ª

La función γ queda definida, para $\varphi = 57^0$, por:

$$\gamma_1 = 2{,}2580; \qquad \gamma_2 = 8{,}4800.$$

Con estos datos obtenemos los siguientes valores:

$$\alpha_5 = -0{,}21588; \quad \beta_5 = +0{,}07687; \quad \delta_5 = -0{,}000623;$$
$$\alpha_6 = -0{,}09102; \quad \beta_6 = -0{,}20020; \quad \delta_6 = -0{,}002486.$$

Las condiciones de empotramiento en la base ($h = 25$ m.) nos dan los valores de M_0''' y M_0^{IV}.

$$M'''_0 = -0{,}0852; \qquad M^{IV}_0 = 0{,}0412,$$

y con éstos, los de M_0^V y M_0^{VI}, que valen:

$$M^V_0 = 0{,}0209; \qquad M^{VI}_0 = -0{,}0025.$$

Con lo cual queda definida la ley de momentos flectores de la ménsula central:

$$M(x) = -0{,}0142\,.\,x^3 + 0{,}00171\,.\,x^4 + 0{,}000174\,.\,x^5 - 0{,}0000035\,.\,x^6.$$

La ley de esfuerzos cortantes:

$$T(x) = -0{,}0426\,.\,x^2 + 0{,}0069\,.\,x^3 + 0{,}00087\,.\,x^4 - 0{,}00002\,.\,x^5,$$

y el reparto de la presión hidrostática entre ménsula y arcos, correspondiendo a la ménsula una ley de presiones dada por:

$$P_m(x) = -0{,}0852\,x + 0{,}0206\,.\,x^2 + 0{,}0035\,.\,x^3 - 0{,}0001\,x^4,$$

que aparece en la figura 5.ª. El haber considerado empotramiento perfecto en la base, hace que la ordenada y tangente en el punto B queden automáticamente definidas por las ecuaciones de partida $P_m(h) = h$; $P'_m(h) = 1$. Si se admitiesen desplazamientos, los arcos participarían también, en la base, del reparto de presiones.

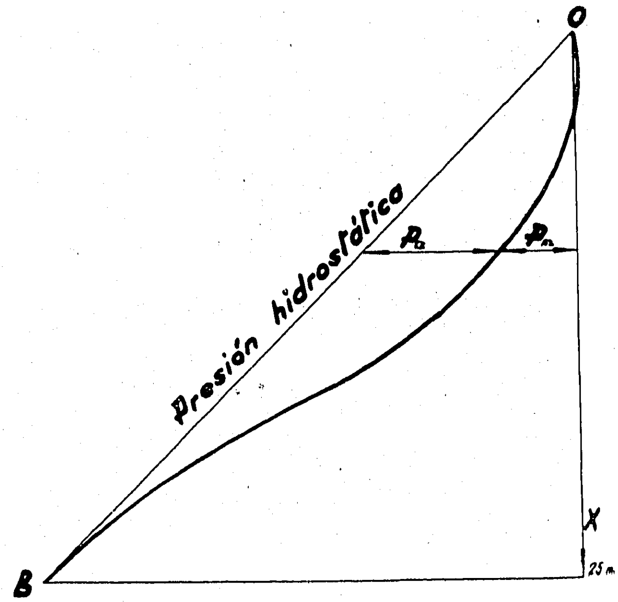

Figura 5.ª